

Übersicht gkg ... pharm. Prüf.

0 Einführung

1 Allgemeines

2 Mechanik

3 Wärmelehre

4 Elektrizität und Magnetismus

5 Optik

6 Schwingungen und Wellen

7 Atomistische Struktur der Materie

(8 Grundlagen der Arzneiformenlehre)

2 aus gkg ... pharm. Prüf.

2 Mechanik

2.1 Bewegungen

2.2 Kraft, Drehmoment

2.3 Energie, Leistung, Impuls

2.4 Mechanik ruhender Flüssigkeiten und Gase (Fluide)

2.5 Mechanik bewegter Flüssigkeiten und Gase (Fluide)

2.6 Grenzflächeneffekte

2.1 aus gkg ... pharm. Prüf.

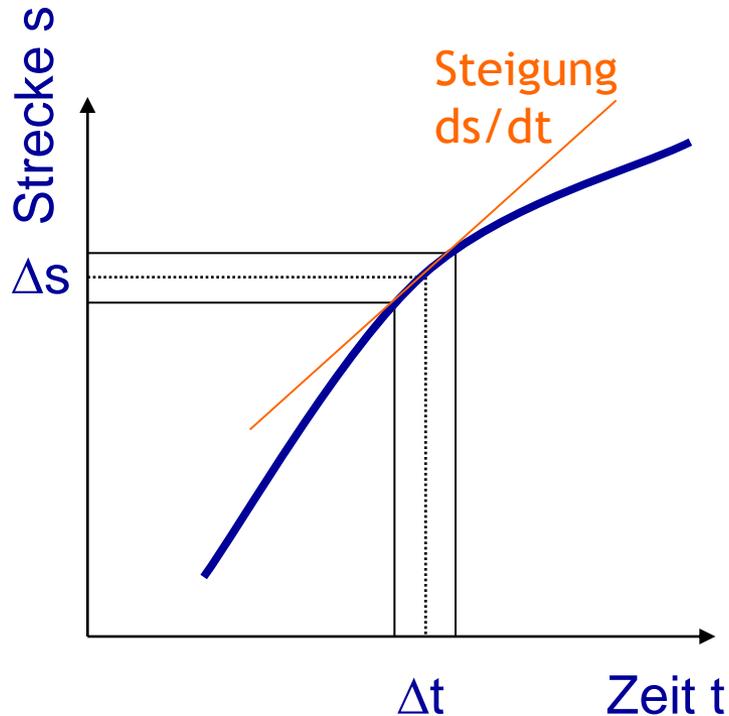
2 Mechanik 2.1 Bewegungen

- 2.1.1 **Geschwindigkeit, Beschleunigung:** Definitionen, vektorielle Zusammensetzung von Geschwindigkeiten und Beschleunigungen
- 2.1.2 **Geradlinige Bewegungen:** Zusammenhang von Beschleunigung, Geschwindigkeit, Weg und Zeit; einfache Beispiele mit konstanter Beschleunigung
- 2.1.3 **Rotationsbewegungen:** Zusammenhang von Winkelbeschleunigung, Winkelgeschwindigkeit, Winkel und Zeit; einfache Beispiele mit konstanter Drehzahl (Darstellung mittels Winkelgeschwindigkeit, Kreisfrequenz und Umfangsgeschwindigkeit)
- 2.1.4 **Zeitabhängige Vorgänge:** Nichtperiodische, allgemeinperiodische und harmonische Vorgänge, Periodendauer und Frequenz, Einordnung einfacher Beispiele; Überlagerung von harmonischen Schwingungen in einfachen Fällen
- 2.1.5 **Momentanwert und Mittelwert:** Definitionen, Vergleich bei einfachen Vorgängen, z.B. beschleunigter Bewegung, harmonischem Vorgang

Experimente

- Meßgeräte zur Bestimmung von Länge, Fläche etc.
- Zeitmessung auf Luftkissenbahn
- s-t - Diagramme
- Grundgesetz der Mechanik: $F = m a$
Messung der Beschleunigung bei unterschiedlicher Kraft bzw. Masse
- konstante Beschleunigung beim freien Fall (mit Messwerten)
- Fallröhre mit Luft bzw. unter Vakuum
- Im freien Fall: Wegziehen von Papier zwischen zwei Gewichten
- Trägheit:
 - Wegziehen von Papier unter Münze auf Becher
 - Hammerschläge auf Hand (bzw. Klotz dazwischen)
 - „Einstein-Versuch“ (Kugel an Feder soll in Trichter)

Kinematik 1



Kinematik ist die Lehre von den Bewegungen im Raum unter Absehen von den Kräften. (mit Kräften „Dynamik“, folgt in Kürze!)

$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t} \quad \text{Durchschnittsgeschwindigkeit}$$

Momentangeschwindigkeit

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = v$$

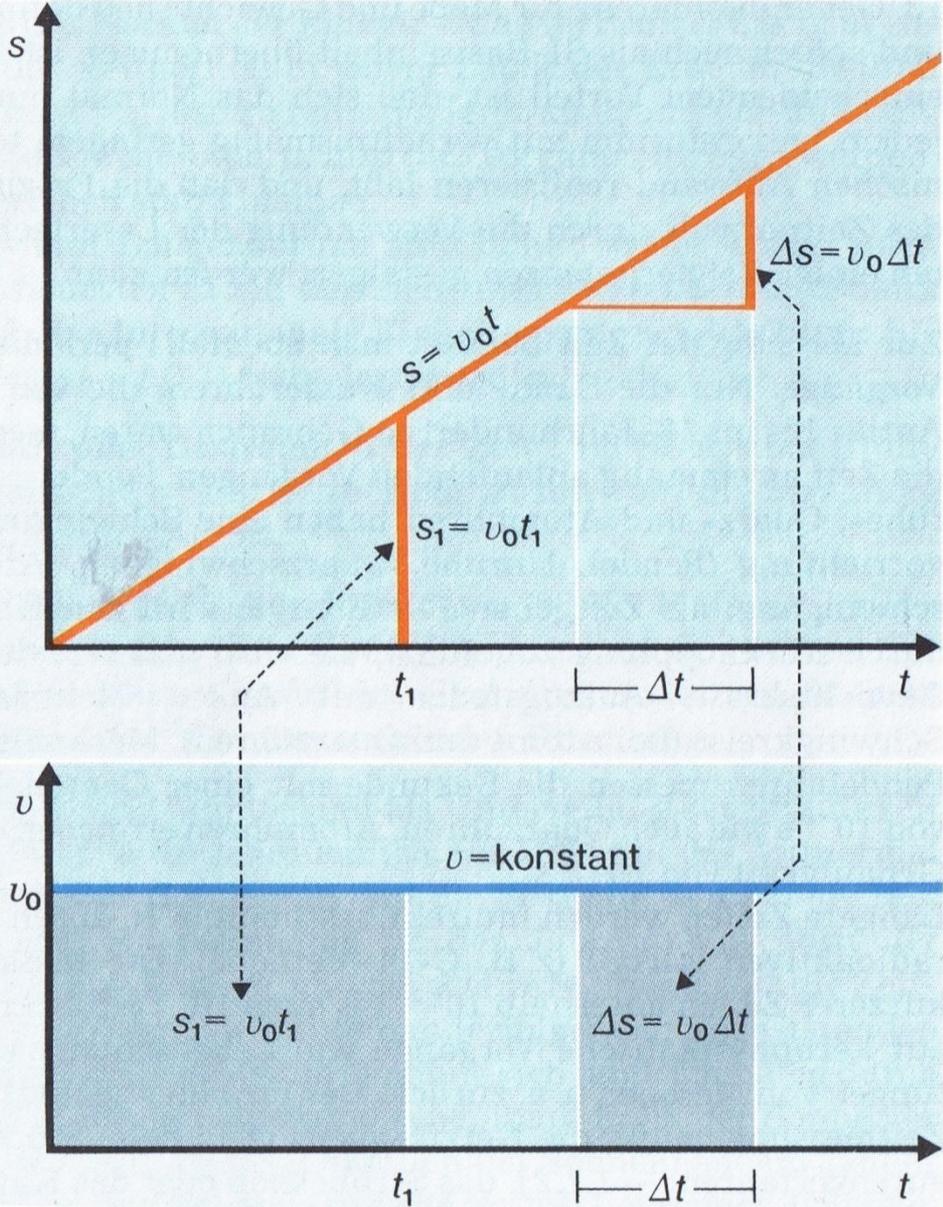
Translation: (Bewegung von einem Ort zum anderen):

„Strecke“, besser: Ort (in m) s

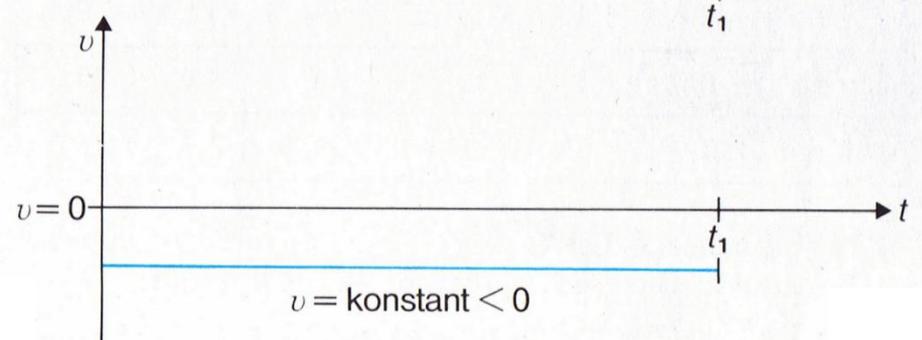
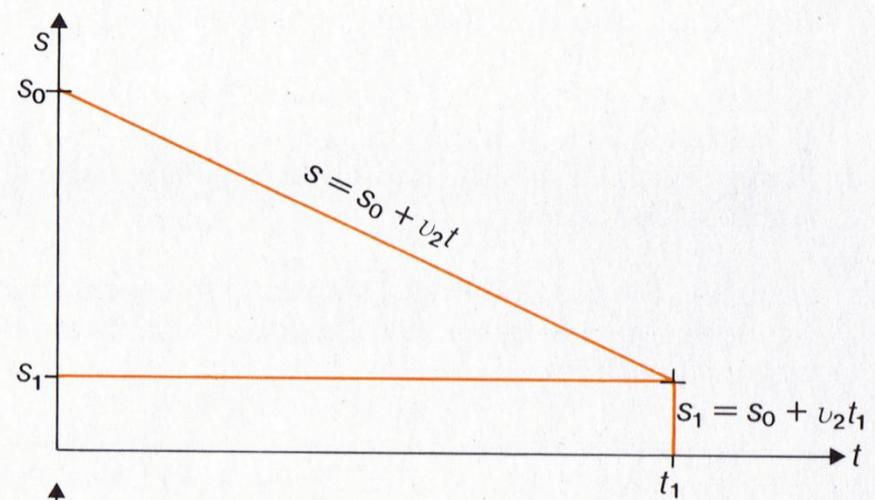
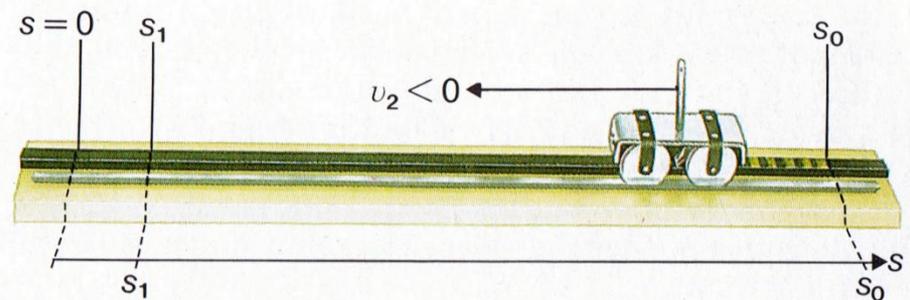
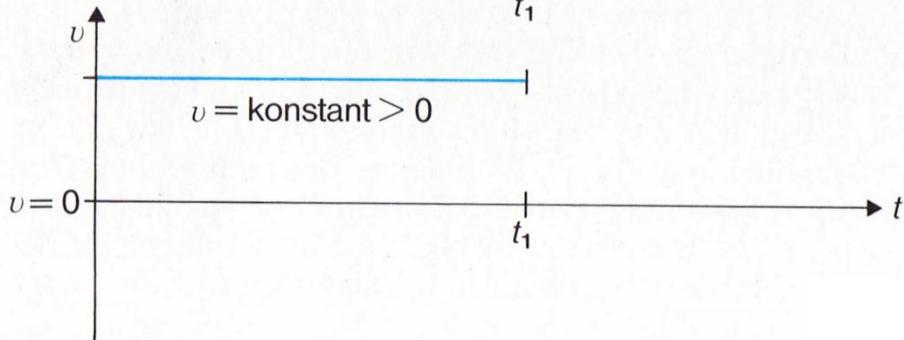
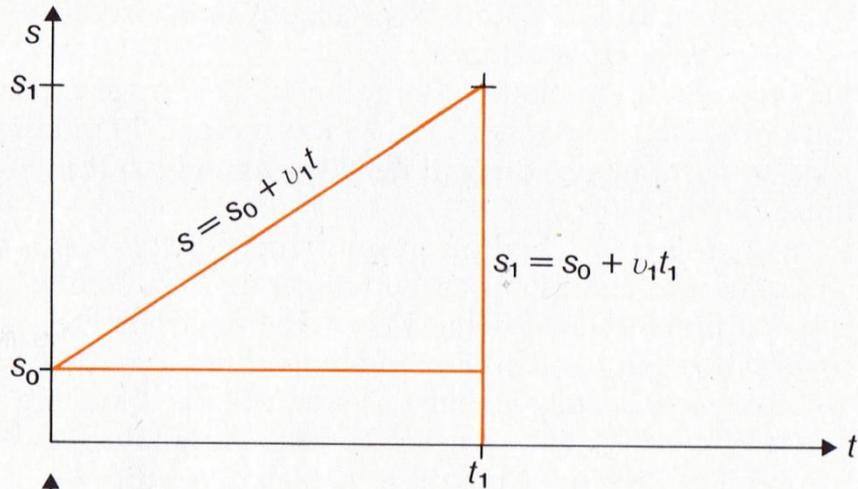
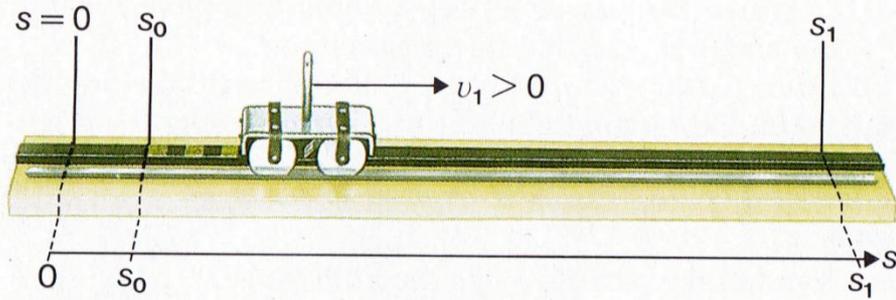
Geschwindigkeit (in m/s) $v = \frac{ds}{dt}$

Beschleunigung (in m/s²) $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$

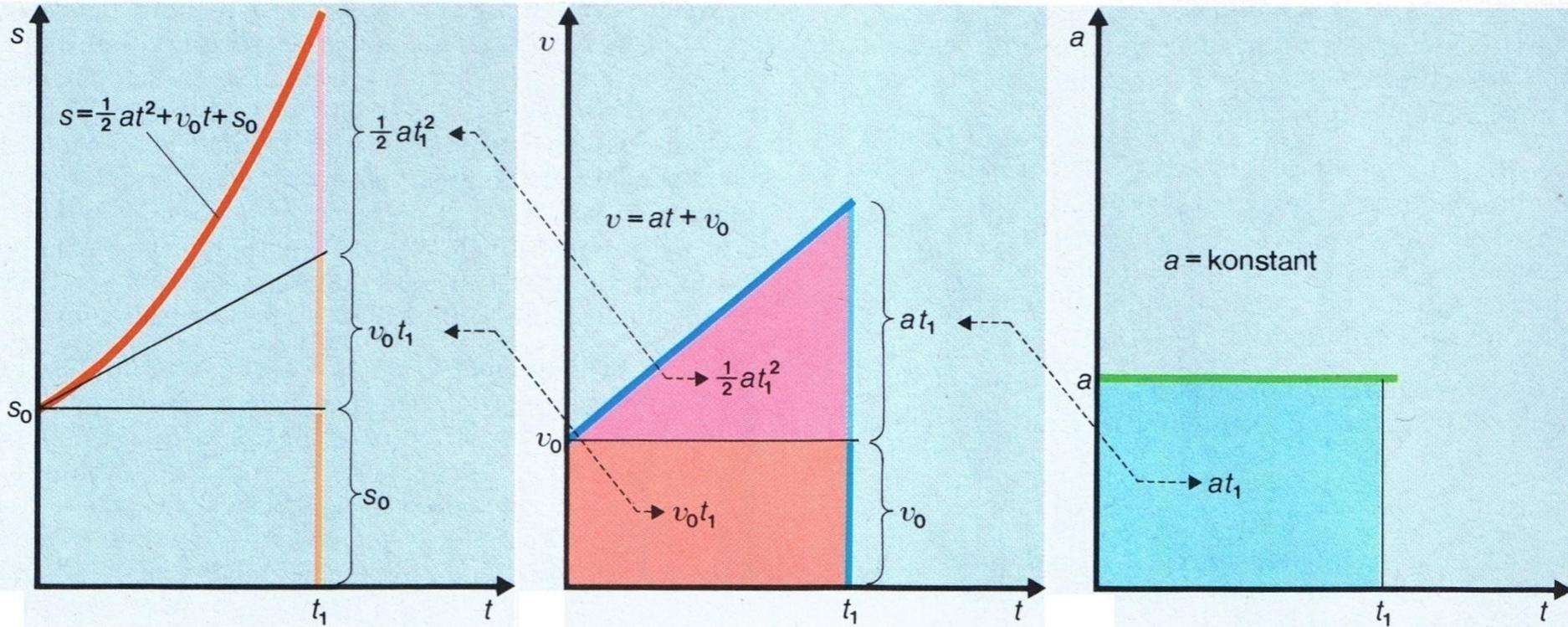
geradlinige gleichförmige Bewegung



geradlinige gleichförmige Bewegung



geradlinige gleichmäßig beschleunigte Bewegung



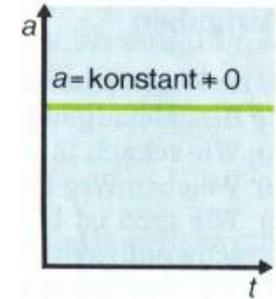
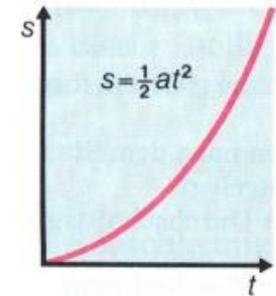
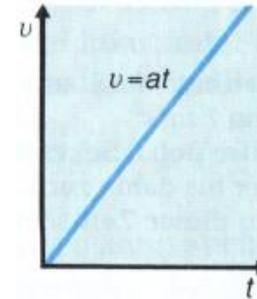
Bewegungsgesetze

gleichmäßig beschleunigte Bewegung:

$$a = \text{const.} = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{s}$$

$$v = \int a dt = at + v_0 = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

$$s = \int v dt = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + s_0$$

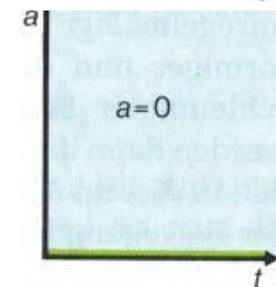
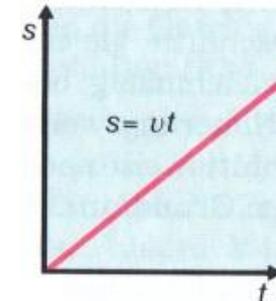
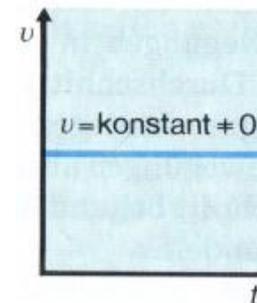


gleichförmige Bewegung: Spezialfall $a = 0$

$$a = 0 = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \ddot{s}$$

$$v = v_0 = \frac{ds}{dt} = \dot{s}$$

$$s = v_0t + s_0$$



Kinematik 2

Rotation (Drehbewegung um eine Achse):

Winkel (in rad) φ

Winkelgeschwindigkeit (in rad/s) $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$

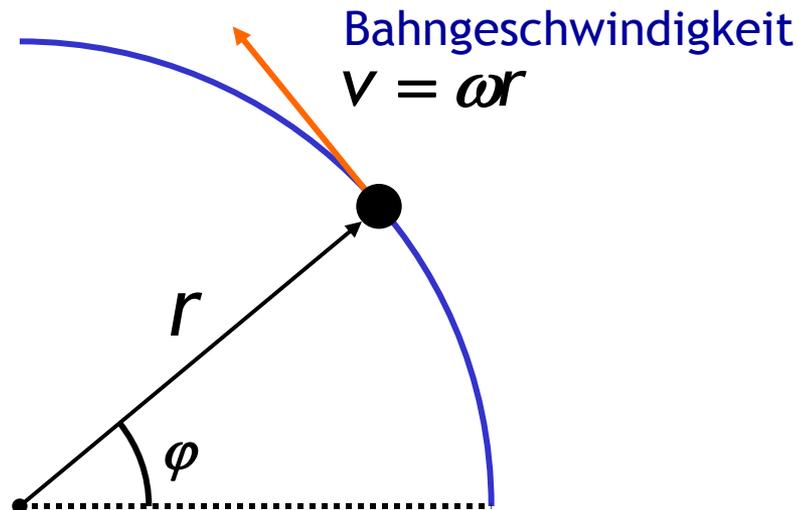
Winkelbeschleunigung
(in rad/s²) $\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$

analog zur
Translation:

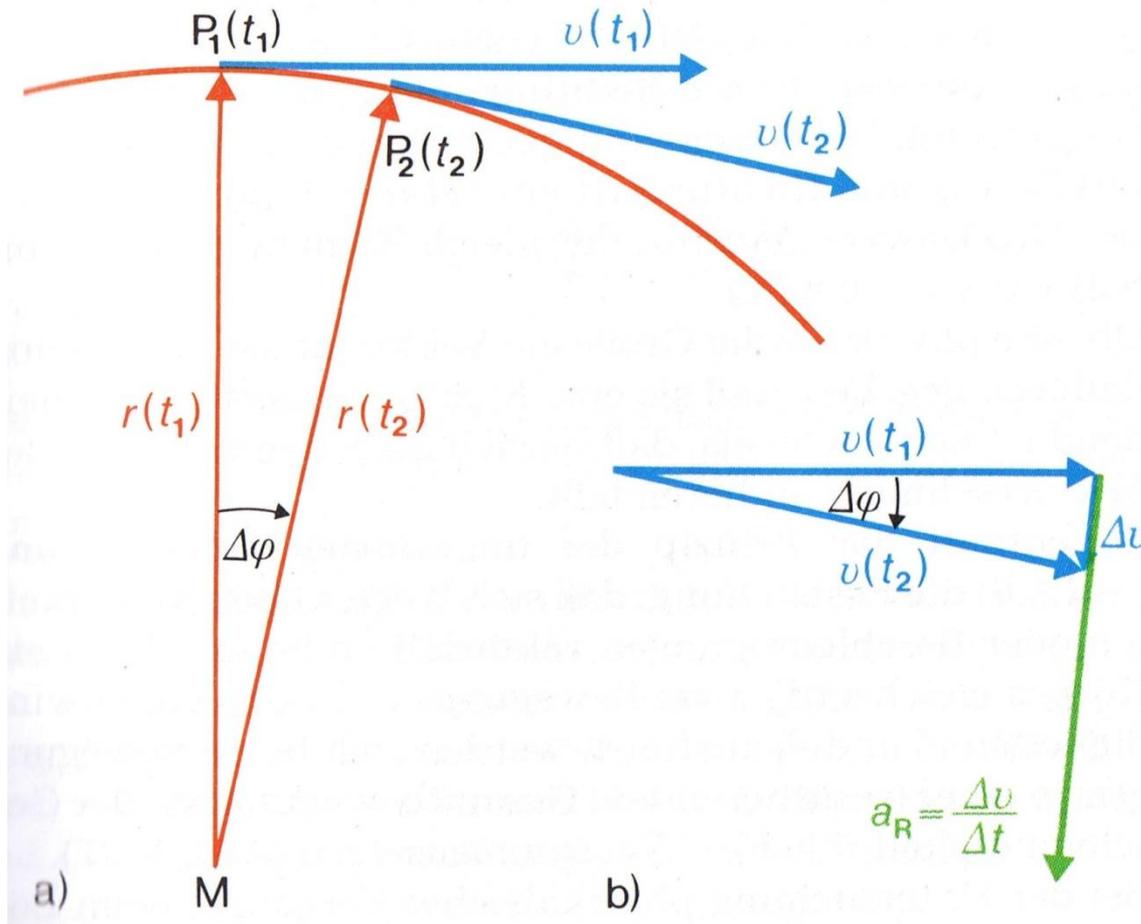
s

$v = \frac{ds}{dt}$

$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$



gleichförmige Kreisbewegung



gleichförmige Kreisbewegung

Def.: Eine Kreisbewegung eines Massepunktes mit konstantem Betrag der Bahngeschwindigkeit

Winkelgeschwindigkeit: $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$ $[\omega] = \frac{[\varphi]}{[t]} = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Bahngeschwindigkeit: $v = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{r \Delta \varphi}{\Delta t} = r\omega$; $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

Radialbeschleunigung: $a_R = \frac{v^2}{r} = \omega^2 r$ (Erklärung/Ableitung dieser Formel folgt auf späterer Folie)

Tangentialbeschleunigung: $a_t = 0$

Kinematik 3

Bisherige Beschreibung der Bewegung eindimensional.
Tatsächlich finden viele Bewegungen im dreidimensionalen Raum statt.
Das bedeutet für die

Translationen:

Es gibt jeweils drei Orts-, Geschwindigkeits- und Beschleunigungskomponenten der entsprechenden Vektoren.

Man unterscheidet hier auch zwischen

dem **Vektor der Geschwindigkeit** (engl. **velocity**)

und seinem Betrag, der **Bahngeschwindigkeit** (engl. **speed**)

Rotationen:

Die entsprechenden Achsen

(für Winkel, Winkelgeschwindigkeiten und –beschleunigungen)

werden ebenfalls durch Vektoren ausgedrückt

(die in ihren Richtungen nicht übereinstimmen müssen!)

Kinematik

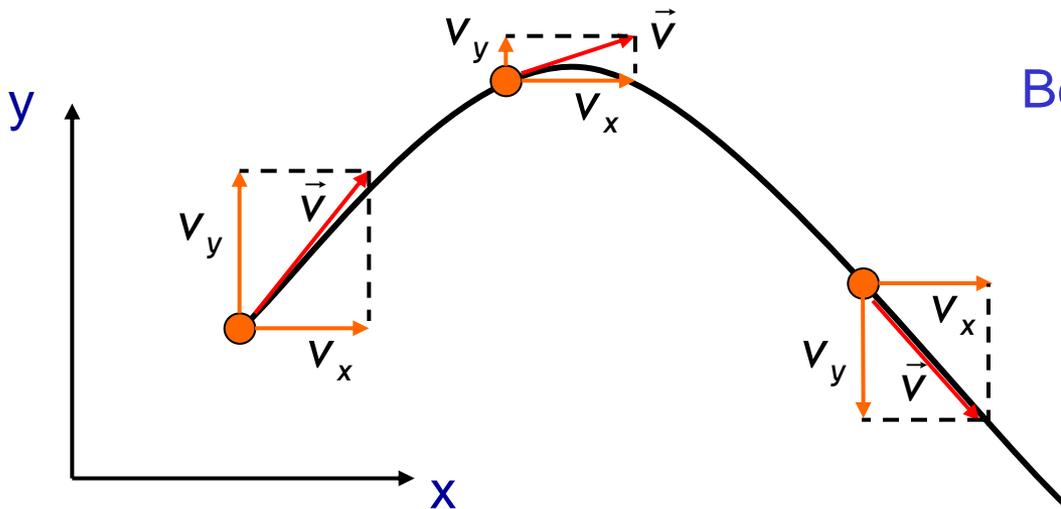
In Formeln für den dreidimensionalen Raum:

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} dx/dt \\ dy/dt \\ dz/dt \end{pmatrix}$$

Geschwindigkeit ist vektorielle Größe

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$$

Bahngeschwindigkeit
= Betrag der Geschwindigkeit



Beispiel:

Der (schiefe) Wurf ist eine
zwei-dimensionale
Bewegung.

2.2 aus gkg ... pharm. Prüf.

2.2 Kraft, Drehmoment

2.2.1 Kräfte: Vektorielle Addition von Kräften, Zerlegung einer Kraft in Komponenten vorgegebener Richtung (Kräfteparallelogramm)

2.2.2 Newton'sche Prinzipien: Trägheitsprinzip; Zusammenhang zwischen Kraft, Masse und Beschleunigung; Prinzip der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung (actio = reactio)

2.2.3 Kräfte und Bewegungen: Einfache Beispiele (konstante Beschleunigung oder Verzögerung); Zusammenhang von Masse und Gewichtskraft, Fallbeschleunigung, freier Fall; Reibungskräfte (Richtung, Bremswirkung)

2.2.4 Drehmoment, Hebelgesetz: Zusammenhang des Drehmoments mit Kraft und Hebelarm, Gleichgewichtsbedingung, Behandlung einfacher Beispiele, z.B. Hebel, Waage

2.2.5 Fliehkraft: Betrag und Richtung der Zentrifugalkraft bei einer gleichförmigen Kreisbewegung (s.a. 2.5.7); Zentrifuge

2.2.6 Verformungen: Zusammenhang zwischen Kraft und Längenänderung einer elastischen Feder (Federkonstante); plastische Verformungen

2.2.7 Dichte: Dichte, relative Dichte, mittlere Dichte von Haufwerken (Pulvern); Porosität

Newtonsche Axiome

1. **Newtonsches Axiom:** Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der geradlinigen, gleichförmigen Bewegung, solange die Summe der einwirkenden Kräfte Null ist.
2. **Newtonsches Axiom:** Die Beschleunigung ist proportional der angreifenden Kraft,

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \quad (\text{später auch } \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt})$$

Die Proportionalitätskonstante ist die Masse m .

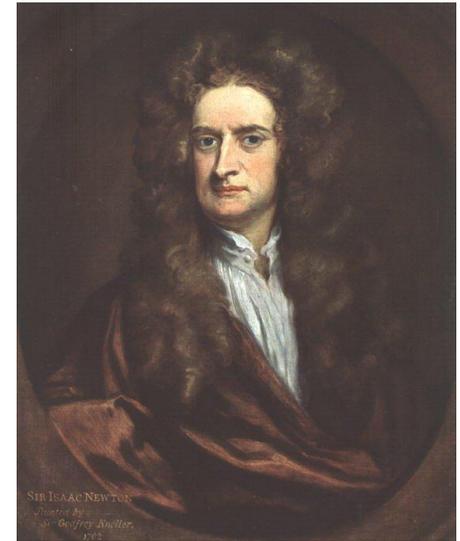
Bemerkung: Hier ist die „träge Masse“ gemeint.

3. **Newtonsches Axiom:** *actio=reactio*; die Erfahrung zeigt, daß, wenn ein Körper A auf einen Körper B eine Kraft F_{AB} ausübt, der Körper B umgekehrt auch eine Kraft F_{BA} ausübt. Die Kräfte sind entgegengesetzt und gleich groß, also

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Bemerkungen: Es handelt sich um „Wechselwirkungen“.

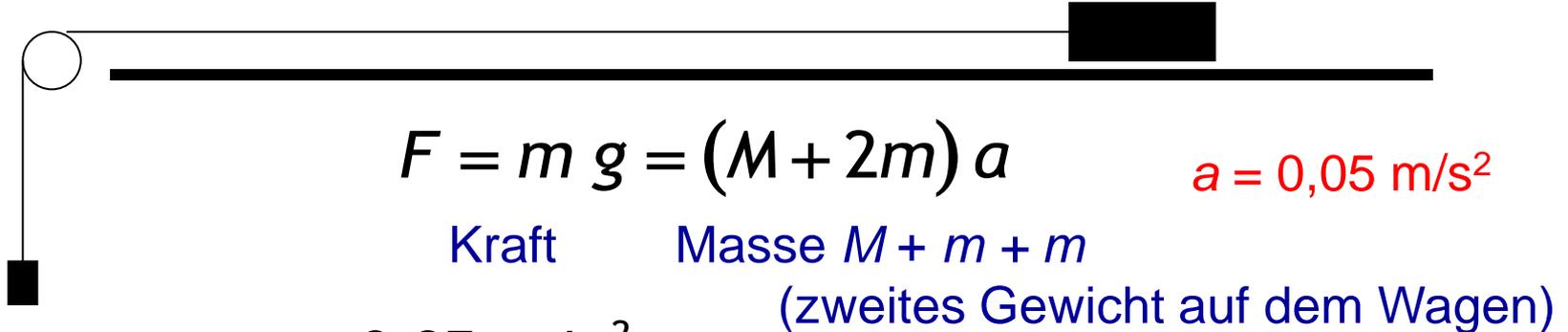
3. Newtonsches Axiom entspricht dem Impulserhaltungssatz.



Newton (1642-1727)

Beschleunigung von Luftkissenwagen

Luftkissenwagen der Masse M wird beschleunigt durch Schwerkraft, die über eine Rolle an einem kleinen Gewicht der Masse m angreift.



$$\frac{m}{M} \approx \frac{a}{g} \approx \frac{0,05 \text{ m/s}^2}{10 \text{ m/s}^2} \approx 0,5 \% \quad \text{Wiegen ergibt } M = 194 \text{ g}$$

$m = 1 \text{ g}$

Verdopplung der Kraft: $2m g = (M + 2m) a$ $a = 0,10 \text{ m/s}^2$

Erhöhung (fast Verdopplung) der Trägheit (durch zweiten Wagen):

$$m g = (2M + 2m) a$$

$a = 0,03 \text{ m/s}^2$

Kombination: $2m g = (2M + 2m) a$ $a = 0,055 \text{ m/s}^2$

Bemerkung: Auch die Rolle wird beschleunigt!

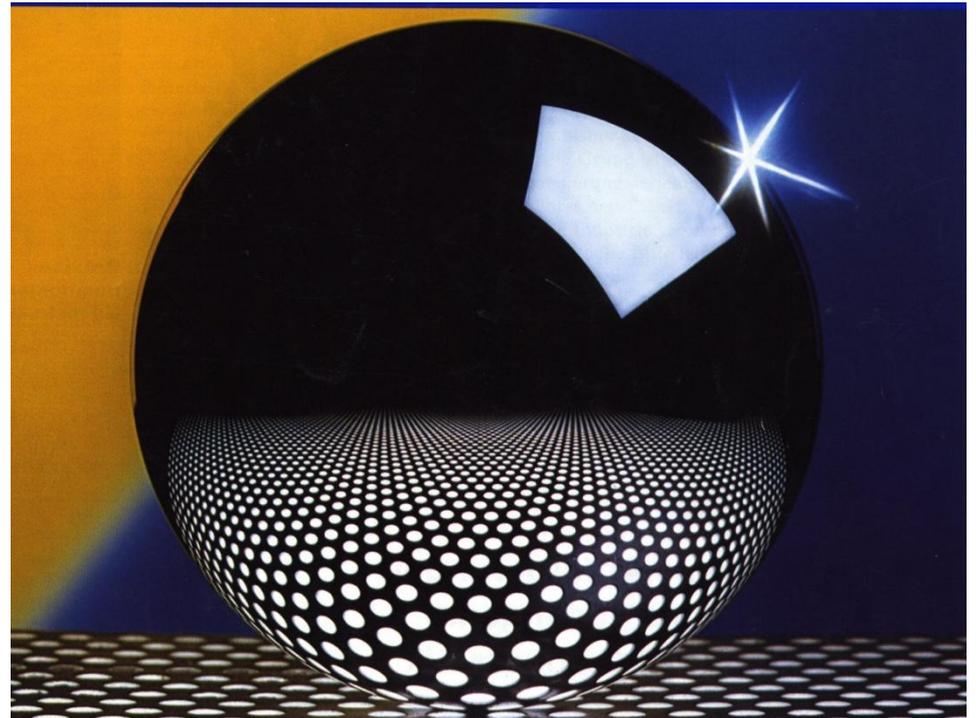
Massenstandard



Das Ur-Kilogramm im Bureau International des Poids et Mesures in Paris

Zylinder aus Pt-Ir-Legierung

Kugel aus
hochreinem,
einkristallinem
Silizium
→ Zählen von Atomen



Gravitation

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{Gravitations-Gesetz}$$

„schwere Massen“

$$\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$$

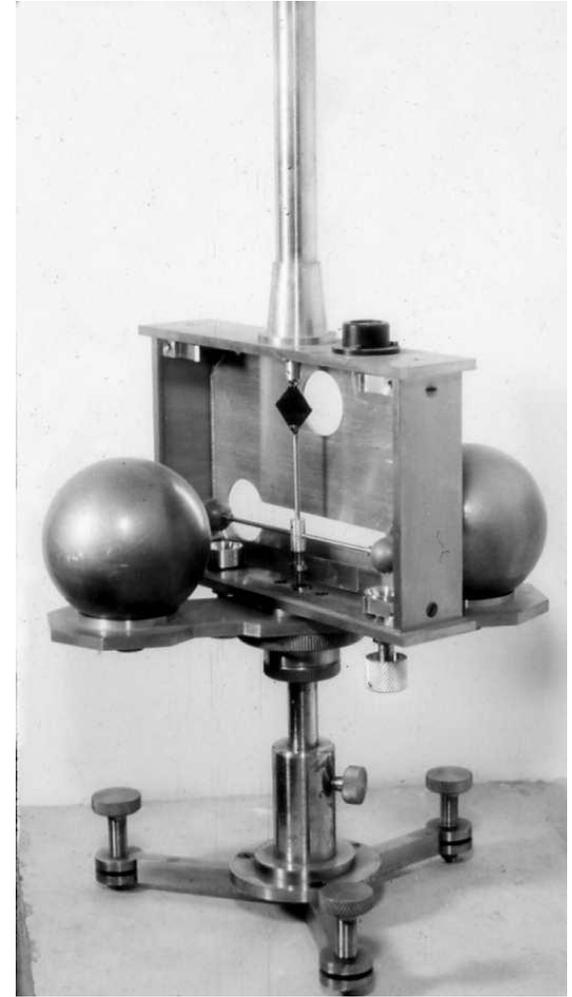
$$[F] = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} = 1 \text{ N} \quad \text{Newton}$$

Ein **Feld** ordnet jedem Punkt des Raumes eine bestimmte physikalische Größe zu.

Hier: Schwerefeld (der Erde)

Bemerkung:

Mit diesem Versuch wurde γ
und damit die Masse der Erde bestimmt!



„Gravitations-Waage“

Fallbeschleunigung

Kann die Reibung vernachlässigt werden, so gelten für alle Körper die gleichen Fallbeschleunigungen im Gravitationsfeld der Erde.

Newton: $F = m \cdot a = \gamma \frac{m \cdot m_{\text{Erde}}}{r^2}$

träge bzw. schwere Masse sind gleich
(Einstein, allg. Relativitätsth.)

Fallbeschleunigung
an der Erdoberfläche $g = \gamma \frac{m_{\text{Erde}}}{r_{\text{Erde}}^2} \approx 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Aus g , r_{Erde} und γ
folgt die Erdmasse!

Genauer Wert ist ortsabhängig!
(Abstand vom Erdmittelpunkt
plus „Zentrifugalkraft“)

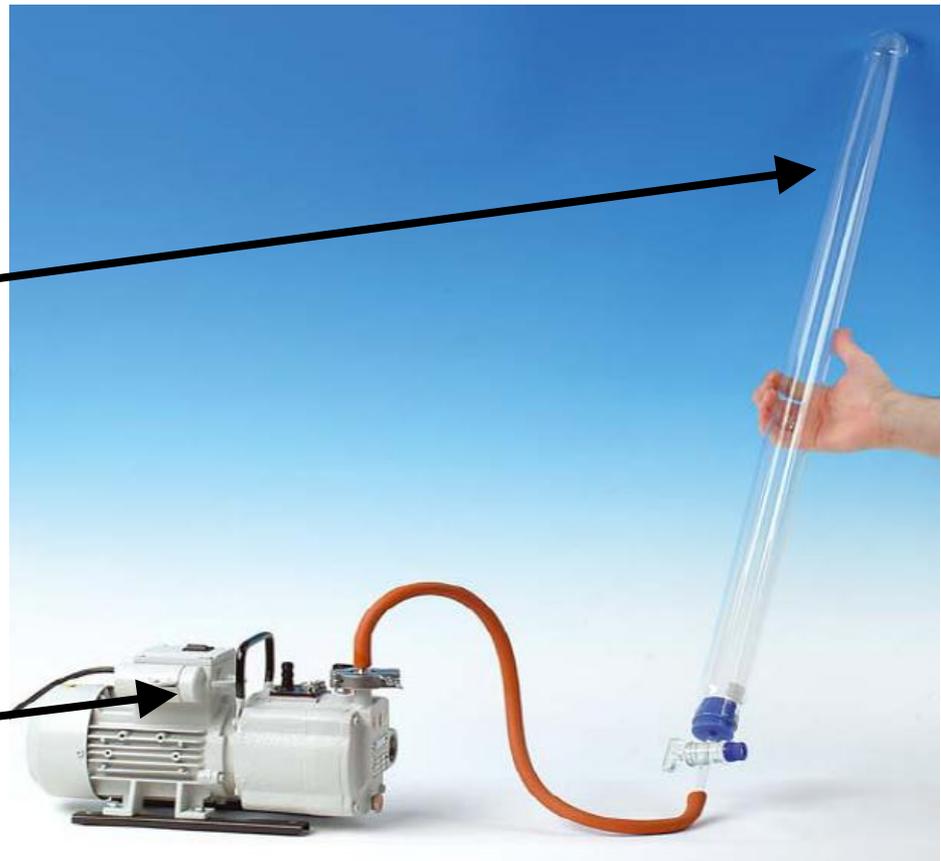
Fallbeschleunigung

Unter dem freien Fall versteht man die Bewegung eines Körpers, der im luftleeren Raum fällt.
Verschiedene Körper führen die gleiche Fallbewegung aus.

Experiment: Fallröhre

Glasröhre

Pumpe zum
Evakuieren



Das teure Experiment: Apollo Mission



$$g_M = 1.6 \frac{m}{s^2}$$

Fallversuche
auf dem Mond
(Apollo 15)

<http://www.youtube.com/watch?v=PE81zGhnb0w>

Fallversuch

Gemessen werden die Fallzeiten t für die Fallhöhen 0,2 m bzw. 0,8 m.

Zusätzlich Bestimmung der Fallgeschwindigkeit v

nach der Beziehung $v = \Delta s / \Delta t$ (eigentlich Durchschnittsgeschwindigkeit !)

Hierbei ist Δt die (gemessene) Zeitspanne des

Verdunkelns der Lichtschranke durch den Fallkörper vergeht.

Länge des Fallkörpers $\Delta s = 20$ mm)

s in m	0,2	0,8		
t in s	0,2	0,4	\longrightarrow	$\delta t = 0,2$ s
Δt in ms	10	5		
v in m/s	2	4	\longrightarrow	$\delta v = 2$ m/s

Mithilfe dieser Werte erhält man für die

Fallbeschleunigung den Wert $g = a = \delta v / \delta t = (2 \text{ m/s}) / (0,2 \text{ s}) = 10 \text{ m/s}^2$.

freier Fall

gleichmäßig beschleunigte Bewegung:

$$h = \frac{g}{2} t^2$$

$$a = g = 9,81 \frac{m}{s^2}$$

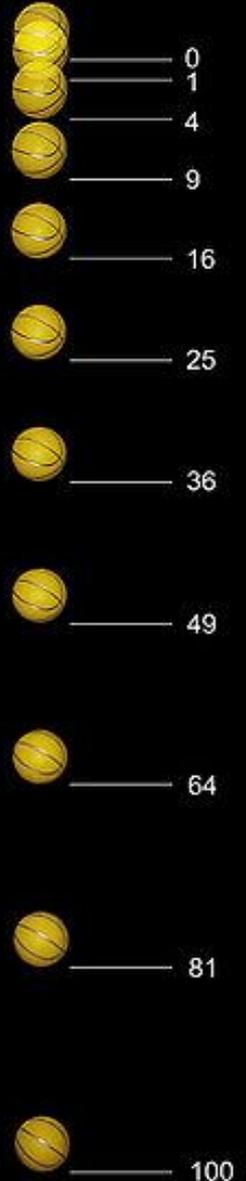
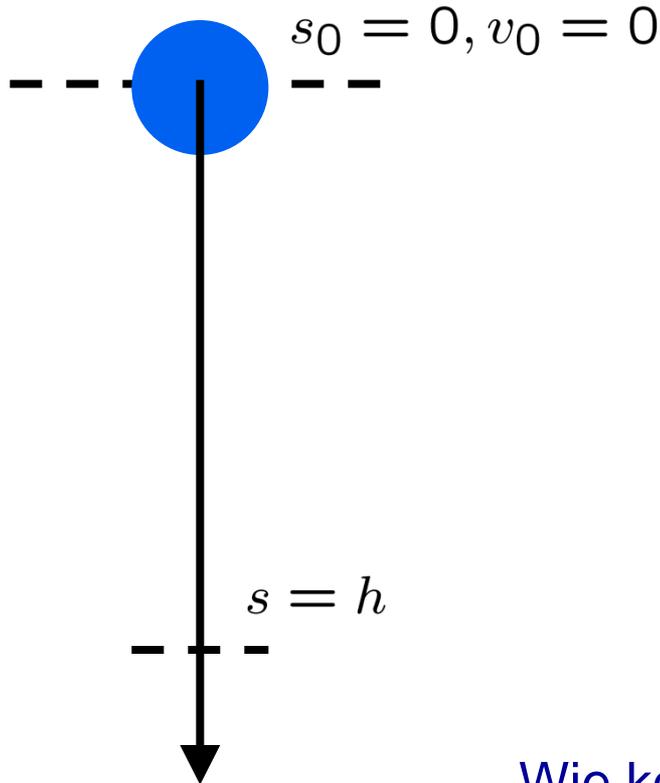
Fallzeit für die Strecke
von $s = 0$ nach $s = h$:

$$t_h = \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

Geschwindigkeit bei $s=h$:

$$v_h = \sqrt{2gh}$$

Wie kommt man auf diese Formeln?
Siehe nächste Folie !



Freier Fall

Ohne Beschleunigung

$$\longrightarrow a = 0$$

Gleichförmige Bewegung

$$\longrightarrow v = \text{const}$$

Damit (Integrieren!) Ort
(manchmal auch s genannt)

$$\longrightarrow x = v t$$

bzw. allgemeiner

$$\longrightarrow x = v t + x_0$$

Anfangswert

Beim freien Fall

konstante Beschleunigung

$$\longrightarrow a = g$$

damit Geschwindigkeit

$$\longrightarrow v = g t$$

und durchfallene Höhe

$$\longrightarrow h = \frac{g}{2} t^2$$

„Fallgesetz“

bei Anfangsgeschwindigkeit

$$\longrightarrow h = \frac{g}{2} t^2 + v_0 t$$

und Anfangshöhe

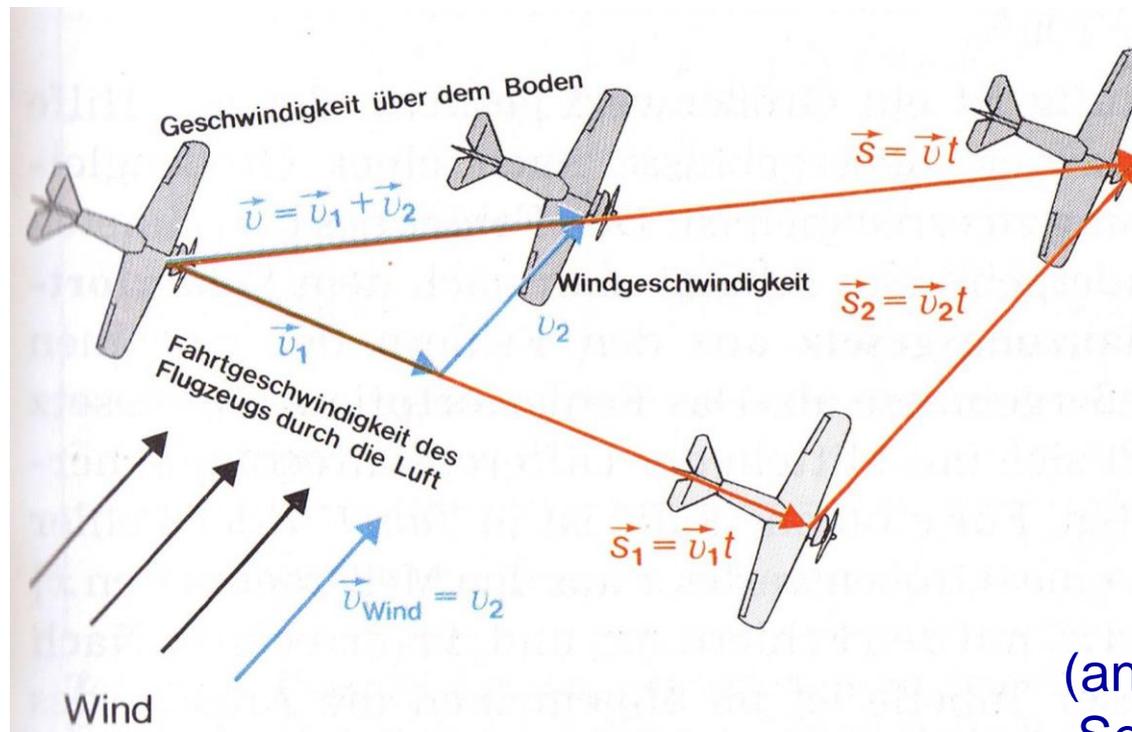
$$\longrightarrow h = \frac{g}{2} t^2 + v_0 t + h_0$$

Prinzip der ungestörten Überlagerung von Bewegungen

Führt ein Körper gleichzeitig mehrere Bewegungen aus, so überlagern sich diese ungestört.

Wege, Geschwindigkeiten, Beschleunigungen addieren sich vektoriell.

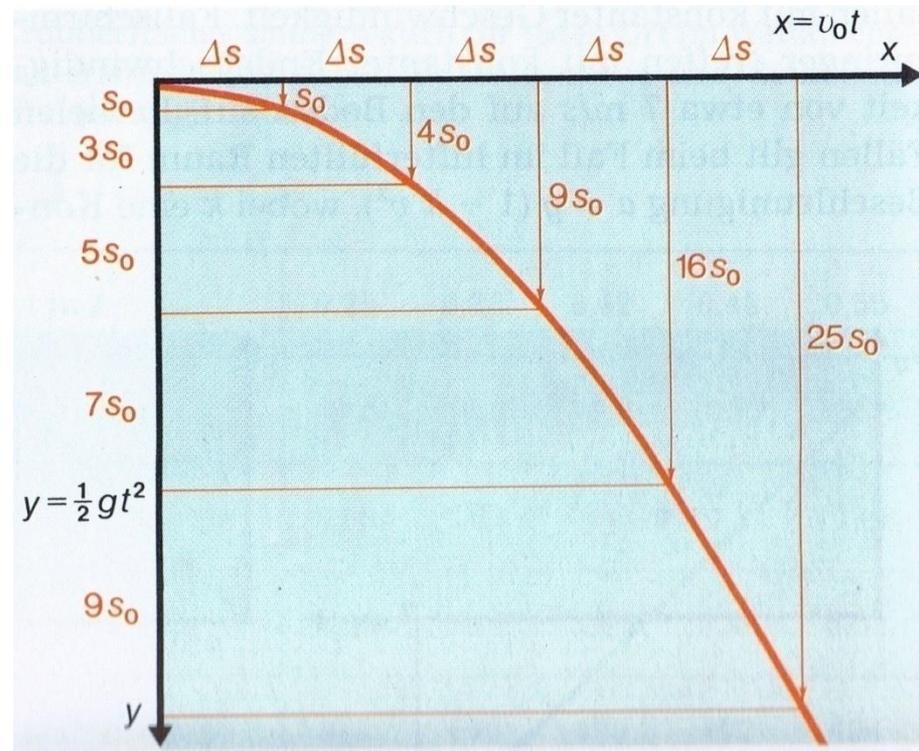
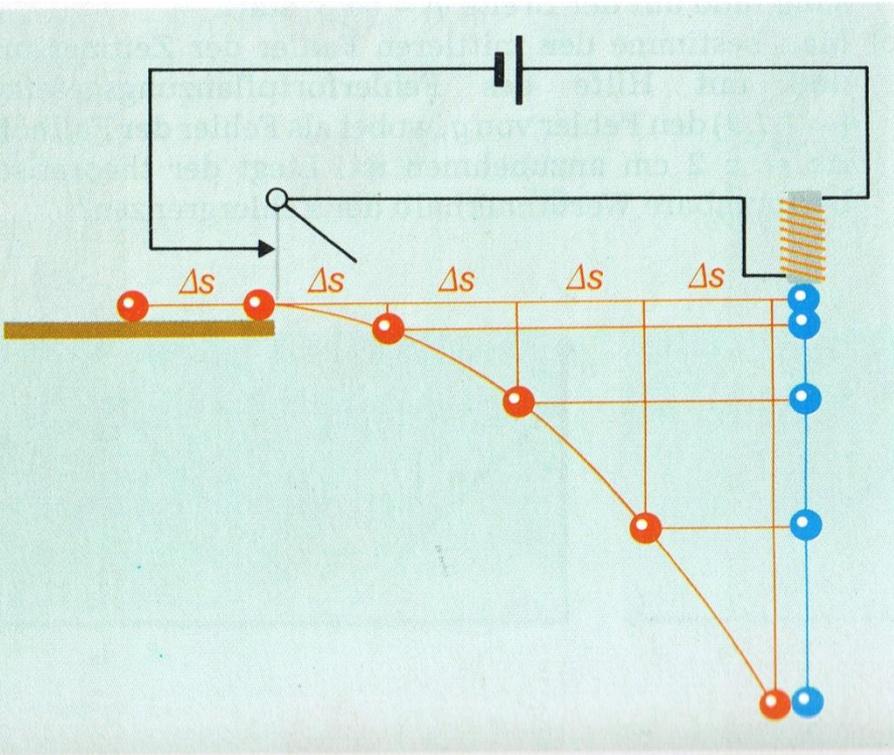
Bsp.: Flugzeug mit Seitenwind



(analog:
Schiff in Strömung)

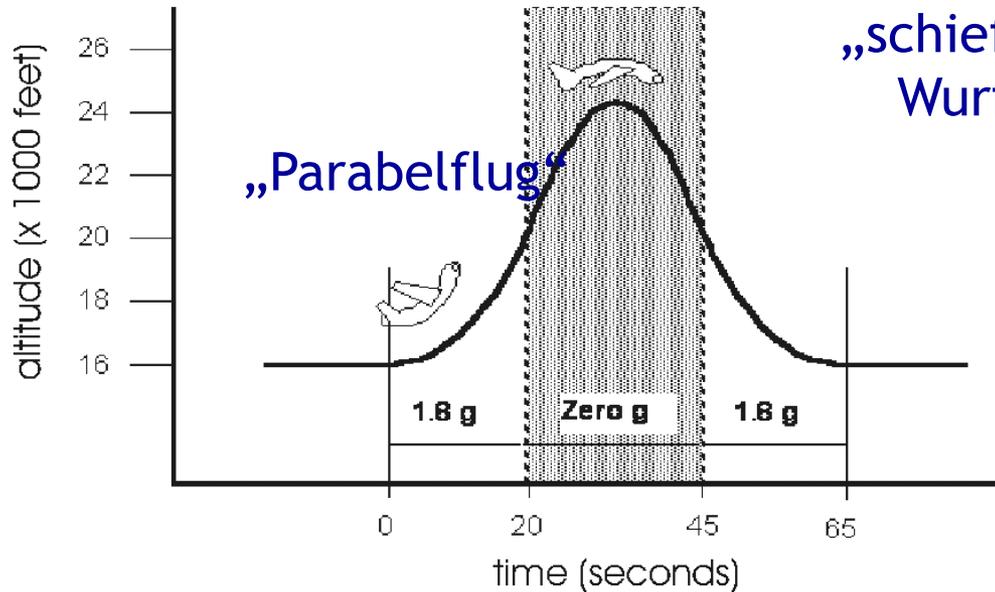
waagerechter Wurf

Überlagerung gleichförmige Bewegung ($v_{0,x}$) und freier Fall.



Schwerelosigkeit

In gewissem Sinne paradox:
Im „freien Fall“
erfährt man
„Schwerelosigkeit“



„schiefer
Wurf“:

„Parabelflug“

Height

Distance

größte Weite bei 45°-Wurf

Wurfparabel

- a) „Fallgesetz“, wobei zunächst Bewegungsrichtung nach oben
- b) zwei-dimensionale Bewegung, da auch „nach der Seite“

ad a) konst. Beschleunigung führt durch Integration und Einsetzen der Anfangsbedingungen zum Ort

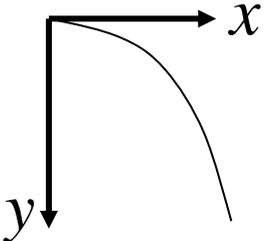
$$y = \frac{g}{2} t^2 + v_{0,y} t + y_0$$

ad b) Analog für die gleichförmige Bewegung in x-Richtung:

$$x = +v_{0,x} t + x_0$$

Vereinfachung mit „horizontalem Wurf“ $v_{0,y} = 0$ und $x_0 = y_0 = 0$

Auflösen nach t und Einsetzen in y-Gleichung führt zur Parabelform:
(Wurfparabel)

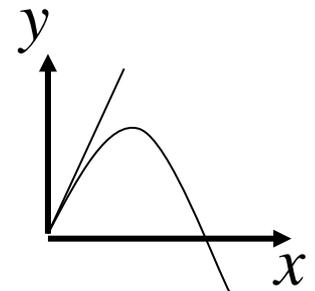
$$y = \frac{g}{2 v_{0,x}^2} x^2$$
A coordinate system with a vertical y-axis pointing downwards and a horizontal x-axis pointing to the right. A curved line starts at the origin (0,0) and curves downwards and to the right, representing the path of a projectile launched horizontally.

Beim „schiefen Wurf“ werden eine Anfangsgeschwindigkeiten in x- und y-Richtung angenommen und oft durch den Winkel gegen die Horizontale ausgedrückt.

$$v_{0,x} = v_0 \cos \alpha$$

$$v_{0,y} = v_0 \sin \alpha$$

$$v_0^2 = v_{0,x}^2 + v_{0,y}^2$$

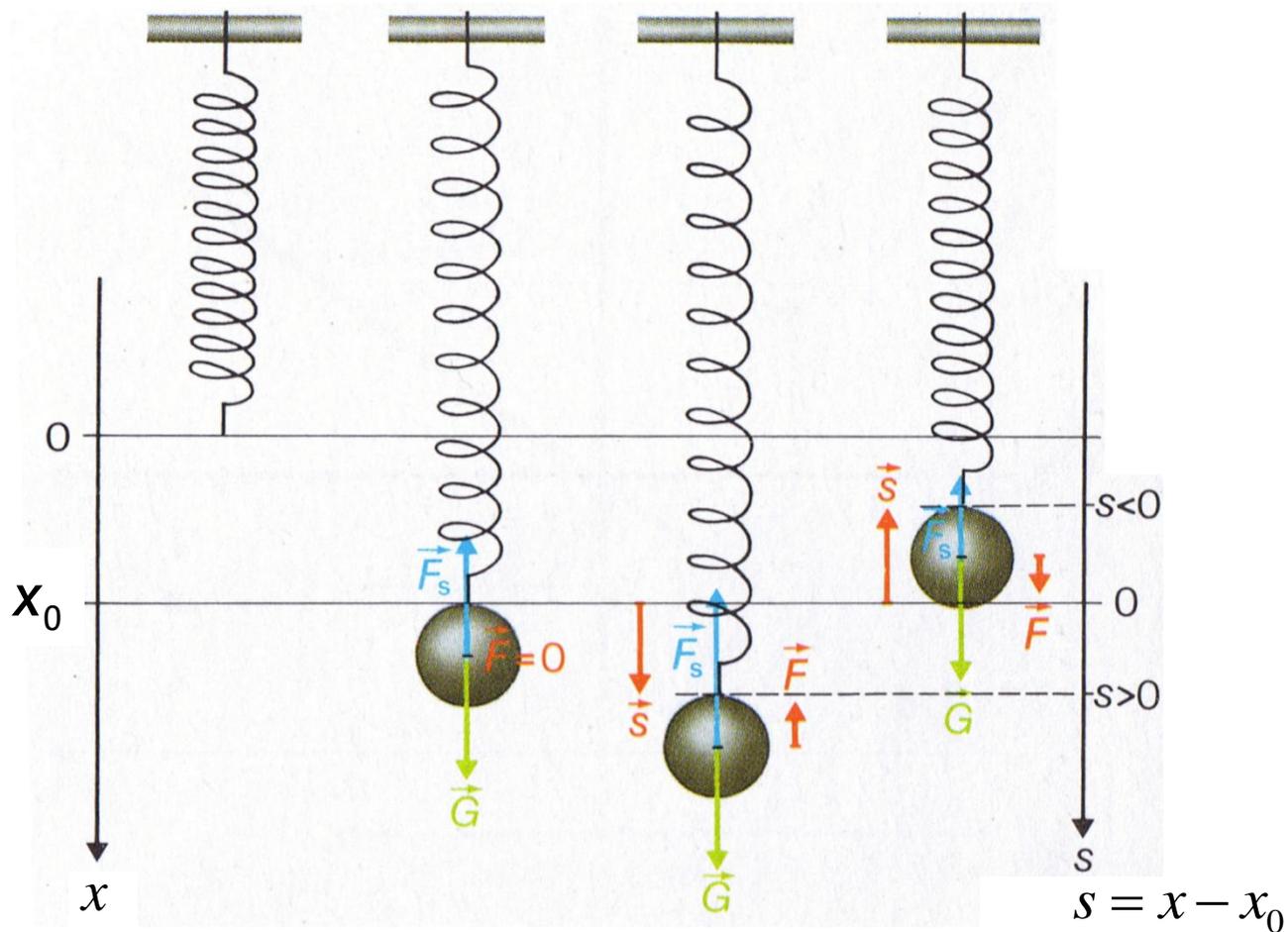


(immer noch **Wurfparabel**, beachte Symmetrie!)

Weitere Experimente

- Federpendel, Fadenpendel
- (Luftballon-)Rakete an Faden
- Reibungskräfte
- Schwerpunkt (Massenmittelpunkt)
- Gleichgewicht
- Rotationskräfte (Zentrifugalkraft, Corioliskraft)
Vorführung von Kreiseln

(Feder-) Schwingung



$$F = -k \cdot x$$

Rückstellkraft F proportional zur Auslenkung s . Proportionalität mit Federkonstante k .
„Hook'sches Gesetz“

(Feder-) Schwingung

$$F = -k \cdot x$$

Rückstellkraft F proportional zur Auslenkung x . Proportionalität mit Federkonstante k .

$$m \cdot a = -k \cdot x$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0 \quad \text{Differentialgleichung}$$

Lösungen $x(t) = x_0 \sin(\omega t)$
und $x(t) = x_0 \cos(\omega t)$
„Harmonische Bewegung“

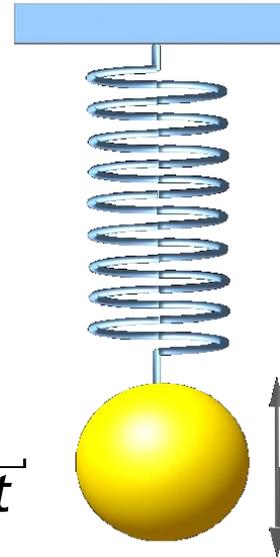
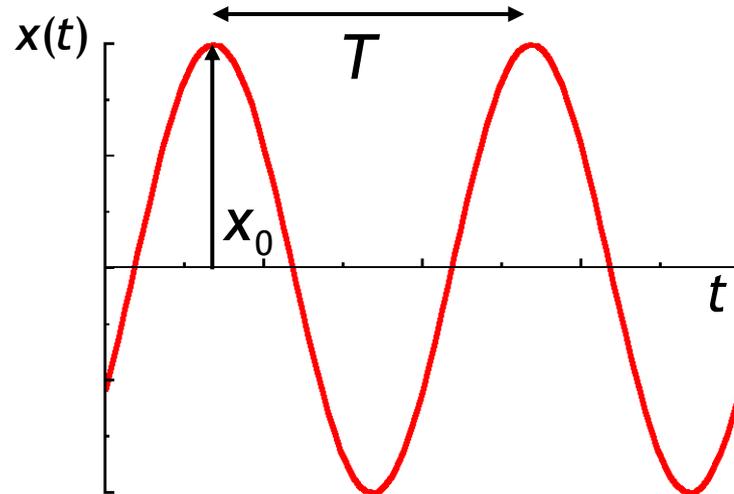
mit „Kreisfrequenz“ $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

d.h. Frequenz

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Schwingungsdauer

(Periode) $T = \frac{1}{f} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$



Beachte die Masseabhängigkeit!

Harmonische Bewegung (Schwingung)

Zweites Beispiel: Fadenpendel

Wieder Rückstellkraft F
proportional zur Auslenkung s

$$F = -k \cdot s$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

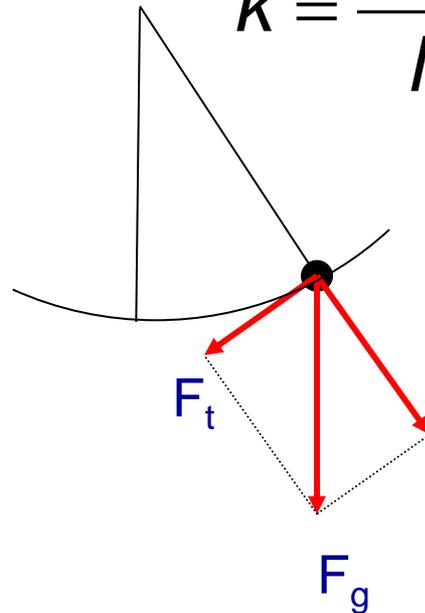
aber jetzt k nicht
masseunabhängig !

$$F = -mg \frac{s}{l}$$

$$k = \frac{mg}{l}$$

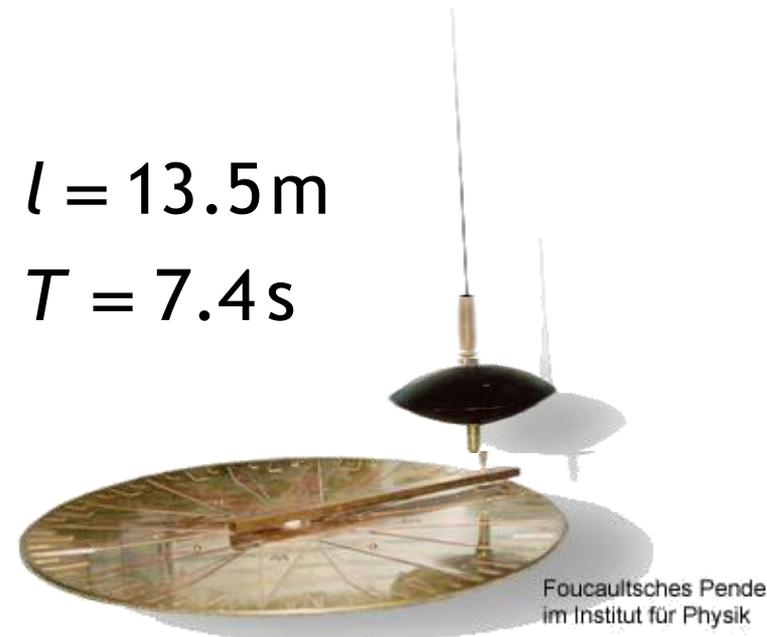
$$\Rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Schwingungsdauer ist
beim Fadenpendel
nicht masseabhängig !



$$l = 13.5 \text{ m}$$

$$T = 7.4 \text{ s}$$



*Drehung des Foucaultschen Pendels
aufgrund der Coriolis-Kraft.*

Fadenpendel

Bewegung auf Kreisbogen s
bei Pendellänge = l

$$\begin{aligned}ma &= m \frac{d^2 s}{dt^2} = F(s) = -F_t \\ &= -F_g \sin \alpha \\ &= -mg \sin \alpha \\ a &= -g \sin \alpha\end{aligned}$$

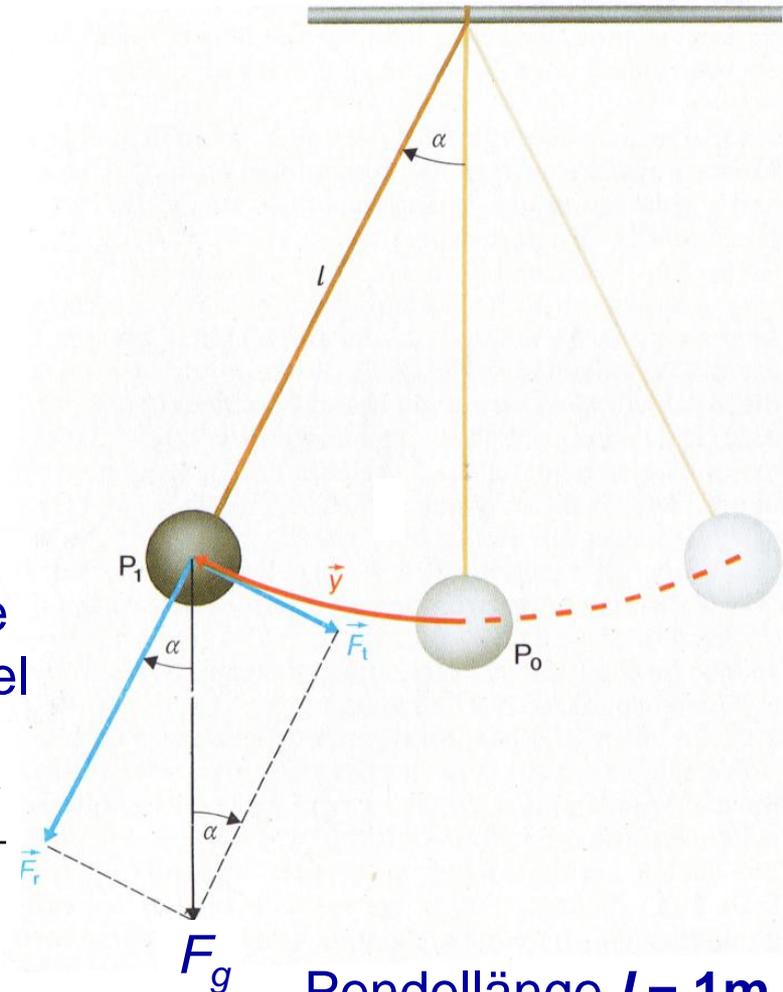
$$\frac{d^2 s}{dt^2} + g \sin \alpha = 0$$

$$\frac{d^2 s}{dt^2} + \frac{g}{l} s \approx 0$$

kleine Winkel

$$\sin \alpha \approx \alpha = \frac{s}{l}$$

$$T \approx 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$



Pendellänge $l = 1\text{m}$
(auf Erde!)

=> halbe Schwingungsperiode
von etwa $T/2 = 1\text{s}$

2.3 aus gkg ... pharm. Prüf.

2.3 Energie, Leistung, Impuls

2.3.1 Arbeit, Energie: Zusammenhang mit Kraft und Weg, auch bei nicht konstanter Kraft und für den Fall, dass die Kraft nicht parallel zum Weg angreift; kinetische Energie der Translation und Rotation; potentielle Energie, Berechnung einfacher Beispiele wie senkrechte Bewegung im Schwerfeld (Hubarbeit); Bewegung auf der schiefen Ebene; Verformung einer Feder

2.3.2 Energieerhaltungssatz (s.a. 3.3.3): Kinetische Energie der Translation; einfache Anwendungen des Energieerhaltungssatzes aus der Mechanik (Energieformen und ihre Umwandlungen für die senkrechte Bewegung im Schwerfeld, Energieformen und ihr periodischer Wechsel beim Federpendel), Einfluss der Reibung (Prinzip)

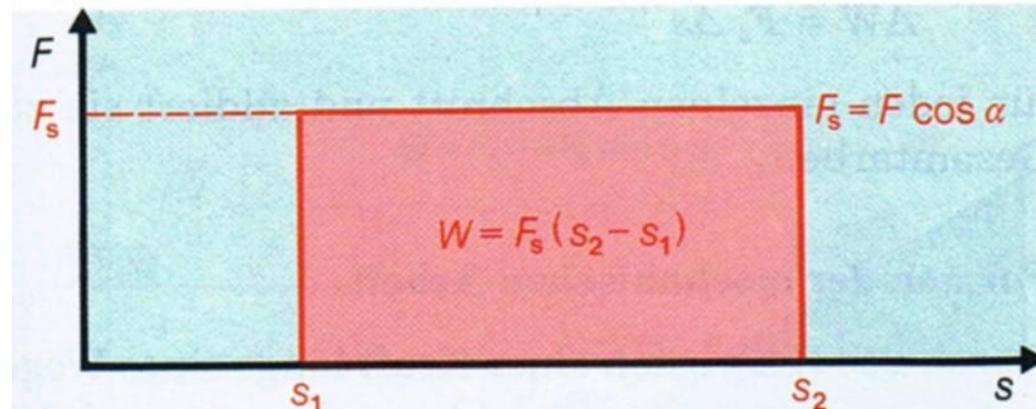
2.3.3 Leistung: Zusammenhang mit Energie, Arbeit und Zeit

2.3.4 Impuls, Impulserhaltungssatz: Zusammenhang mit Masse und Geschwindigkeit; vektorielle Darstellung; Anwendung auf einfache elastische und unelastische zentrale Stöße

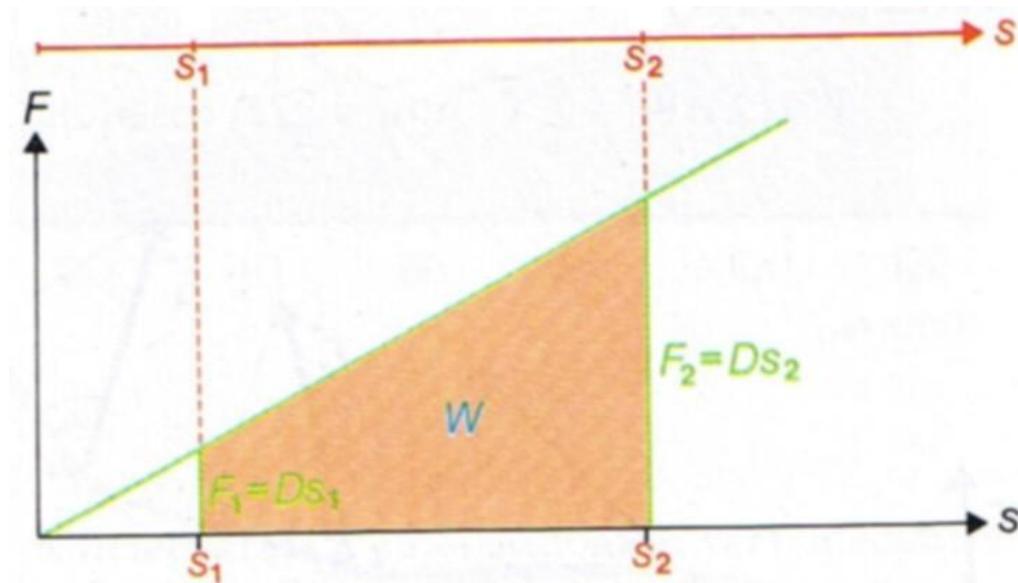
2.3.5 Drehimpuls: Zusammenhang mit Trägheitsmoment und Winkelgeschwindigkeit; Drehimpulserhaltungssatz

Arbeit, Energie und Leistung

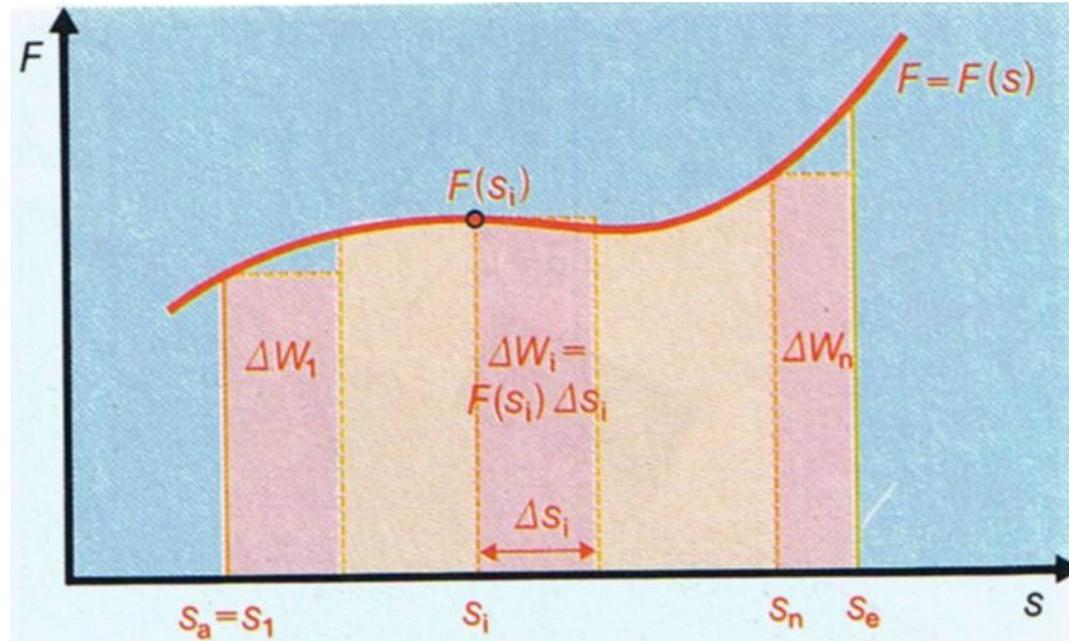
$F = \text{const.}$



$F \neq \text{const.}$



Arbeit, Energie und Leistung



$$\int_{s_a}^{s_e} F(s) ds = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n F(s_i) \Delta s_i$$

$$W = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F}(\vec{s}) \cdot d\vec{s}$$

Arbeit, Energie und Leistung

Unter Arbeit versteht man das Produkt aus Kraft und Weg.

$$W = F \cdot s \quad \text{bei konstanter Kraft}$$

$$W = \int_{\vec{s}_1}^{\vec{s}_2} \vec{F}(\vec{s}) \cdot d\vec{s} \quad \text{allgemeine Formulierung}$$

$$\text{Einheit } J = Nm \quad \text{Joule}$$

Leistung ist das Verhältnis von geleisteter Arbeit zu benötigter Zeit

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} \quad \leftarrow \text{hier für Arbeit}$$

$$[P] = J / s = W \quad \leftarrow \text{hier Einheit Watt}$$

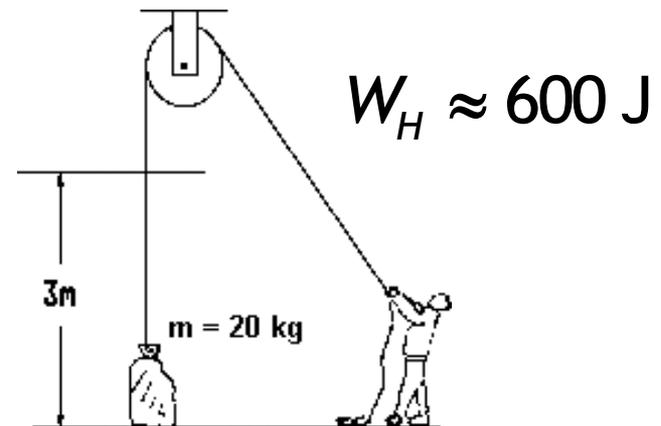
Beispiele:

$$W_H = mgh \quad \text{Hub-}$$

$$W_B = mas = \frac{m}{2} v^2 \quad \text{Beschleunigungs-}$$

$$W_F = \frac{1}{2} ks^2 \quad \text{Verformungs-}$$

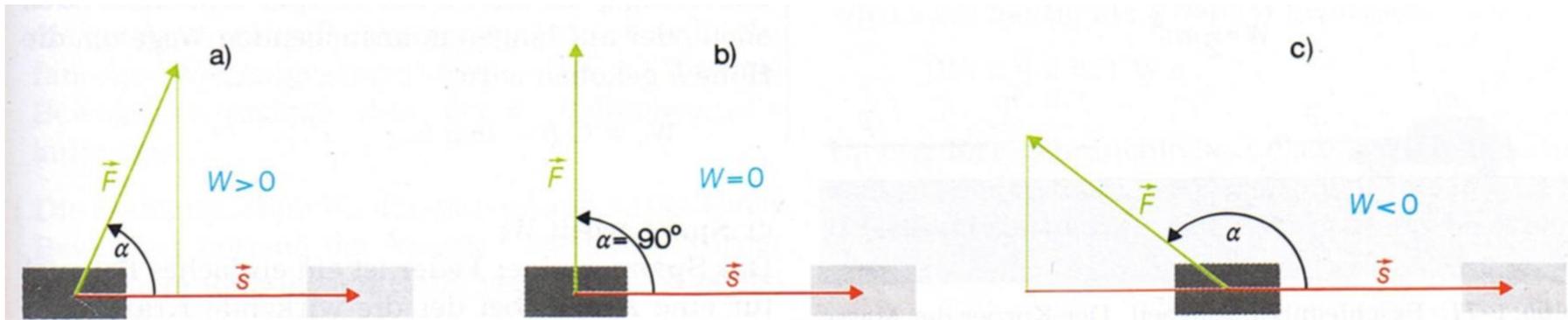
$$W_R = F_R s \quad \text{Reibungsarbeit}$$



Arbeit, Energie und Leistung

Unter Arbeit versteht man das **Skalarprodukt** aus Kraft und Weg.

$$W = \vec{F} \cdot \vec{s}$$



$$\alpha < 90^\circ$$

$$\cos \alpha > 0$$

$$W = F s \cos \alpha > 0$$

$$\alpha = 90^\circ$$

$$\cos \alpha = 0$$

$$W = F s \cos \alpha = 0$$

$$\alpha > 90^\circ$$

$$\cos \alpha < 0$$

$$W = F s \cos \alpha < 0$$

Energie-Erhaltung

Unter Energie versteht man die Fähigkeit, Arbeit zu verrichten.
(Einheit J = Nm)

"Fallkraft (heutiger Begriff: potentielle Energie), Bewegung (kinetische Energie), Wärme, Licht und Elektrizität sind ein- und dasselbe Objekt in verschiedenen Erscheinungsformen".

$$E_{\text{pot}} = mgh \quad \text{potentielle Energie}$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{kinetische Energie}$$



R. Mayer (1814-1878)

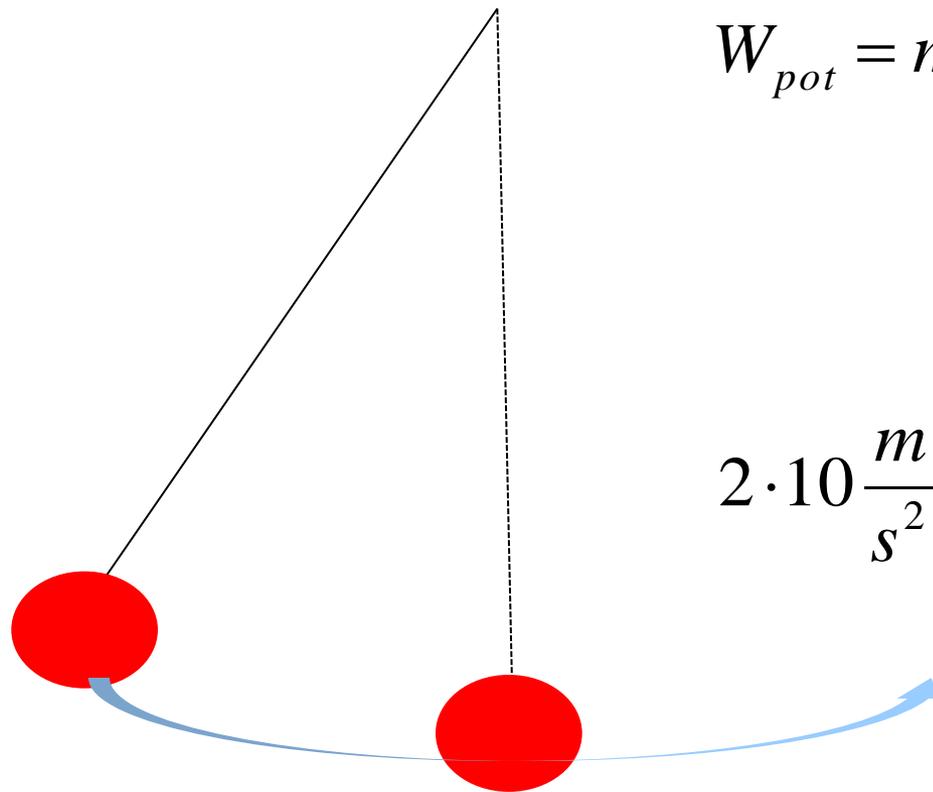
Energieerhaltungssatz der Mechanik: $E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \text{const}$

$$E = mc^2$$

Energie und Masse sind zwei äquivalente Erscheinungsformen der Materie



Energie-Erhaltung: Beispiel Fadenpendel



potent. Energie
am Umkehrpunkt

kinet. Energie
am tiefsten Punkt

$$W_{pot} = mgh_{\max} = \frac{m}{2} v_{\max}^2 = W_{kin}$$

$$2gh = \left(\frac{\Delta s}{\Delta t} \right)^2$$

$$2 \cdot 10 \frac{m}{s^2} \cdot 0,05m = \left(\frac{40mm}{40ms} \right)^2 = 1 \frac{m^2}{s^2}$$

$$1 \frac{m^2}{s^2} = 1 \frac{m^2}{s^2}$$

Geschwindigkeit nach freiem Fall

Wozu sind Energieerhaltungssätze gut?

- Verständnis der fundamentalen Zusammenhänge
- Erleichterung bei der Berechnung konkreter Größen

Beispiel: Geschwindigkeit nach freiem Fall

aus Lösung der DGL

jeweils
durch
Integrieren


$$ma = mg$$

$$v = gt \quad \text{bzw.} \quad t = \frac{v}{g}$$


$$h = \frac{g}{2} t^2 = \frac{g}{2} \frac{v^2}{g^2} = \frac{v^2}{2g}$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

bzw. über den
Energie(erhaltungs)satz

$$E_{\text{kin,nachher}} = E_{\text{pot,vorher}}$$

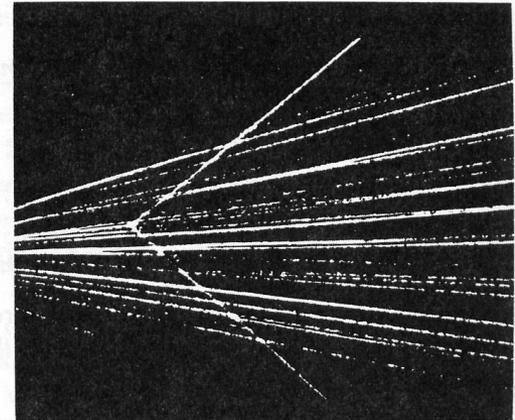
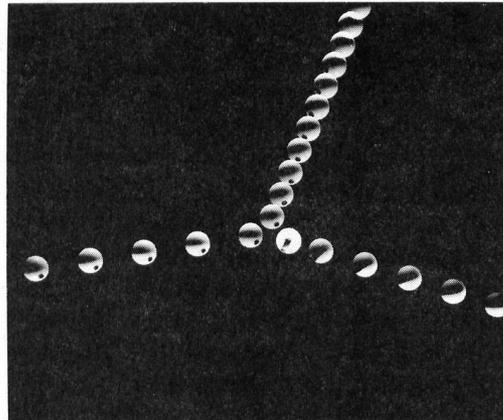
$$\frac{1}{2} m v^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2} v^2 = gh$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

Stoß und Impuls

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad \text{Impuls}$$



2. Newtonsches Axiom: (Alternative Formulierung)

Die zeitliche Änderung des Impulses eines Körpers ist gleich der Summe der angreifenden Kräfte

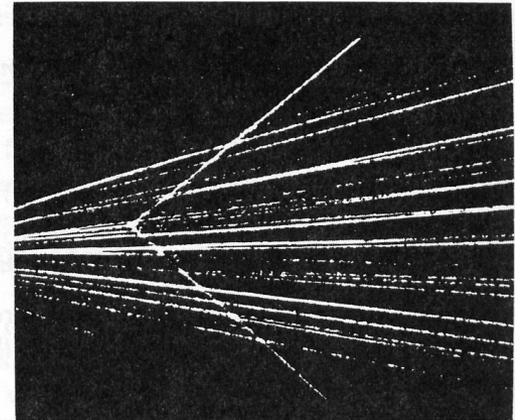
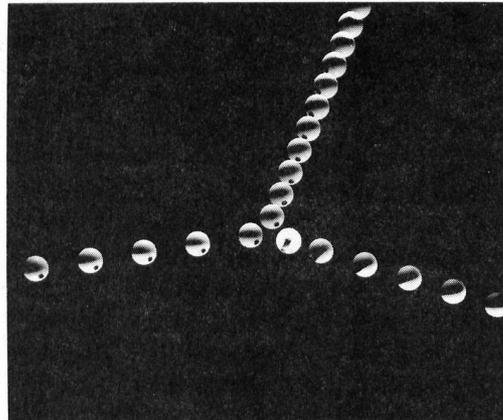
$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}(m\vec{v}) = \frac{dm}{dt}\vec{v} + m\frac{d\vec{v}}{dt}$$

d.h. für konstante Masse : $\vec{F} = 0 + m\vec{a}$

Impulserhaltung

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad \text{Impuls}$$



Impulserhaltung:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots = \sum_i \vec{p}_i = \vec{p}_{\text{ges}} = \text{const}$$

Bemerkung: Vorausgesetzt wird die Betrachtung eines „abgeschlossenen“ Systems, d.h. es wirken keine „äußeren Kräfte“.

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{const}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

entspricht dem 3. Newtonschen Axiom

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

Stossgesetze 1

Betrachte Körper 1 und 2 mit Massen m_1 bzw. m_2
und Geschwindigkeiten vorher $v_{1,2}$ nachher $u_{1,2}$

Impuls(erhaltungs)satz: $m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2$

vorher nachher

Beschränkung auf elastischen Stoß

(im Gegensatz zu inelastisch; vgl. auch „superelastisch“)

Dann Energie(erhaltungs)satz:

$$\frac{m_1}{2} \cdot v_1^2 + \frac{m_2}{2} \cdot v_2^2 = \frac{m_1}{2} \cdot u_1^2 + \frac{m_2}{2} \cdot u_2^2$$

Zusätzlich Beschränkung auf zentralen Stoß (Gegensatz zu exzentrisch)
dann 1-dim. Problem, d.h. es reicht die Betrachtung
einer Komponente der Vektoren

Stossgesetze 2

$$\frac{m_1}{2} \cdot v_1^2 + \frac{m_2}{2} \cdot v_2^2 = \frac{m_1}{2} \cdot u_1^2 + \frac{m_2}{2} \cdot u_2^2 \longrightarrow m_1 \cdot (v_1^2 - u_1^2) = m_2 \cdot (u_2^2 - v_2^2)$$
$$m_1 \cdot (v_1 - u_1) \cdot (v_1 + u_1) = m_2 \cdot (u_2 - v_2) \cdot (u_2 + v_2)$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 \longrightarrow m_1 \cdot (v_1 - u_1) = m_2 \cdot (u_2 - v_2)$$

also $v_1 + u_1 = u_2 + v_2$

oder $v_1 - v_2 = u_2 - u_1$

Der Betrag der Relativgeschwindigkeit ändert sich nicht.

Einsetzen von u_2 bzw. u_1 ergibt für die Endgeschwindigkeiten:

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \text{ bzw. } u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$

Stossgesetze 3

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \quad \text{und} \quad u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$

Betrachte die Spezialfälle:

a) Bei gleichen Massen $m_1 = m_2 = m$

→ $u_1 = v_2$ und $u_2 = v_1$ d.h. Austausch der Geschwindigkeiten

b) Bei sehr großer Masse $m_2 \gg m_1$ und $v_2 = 0$

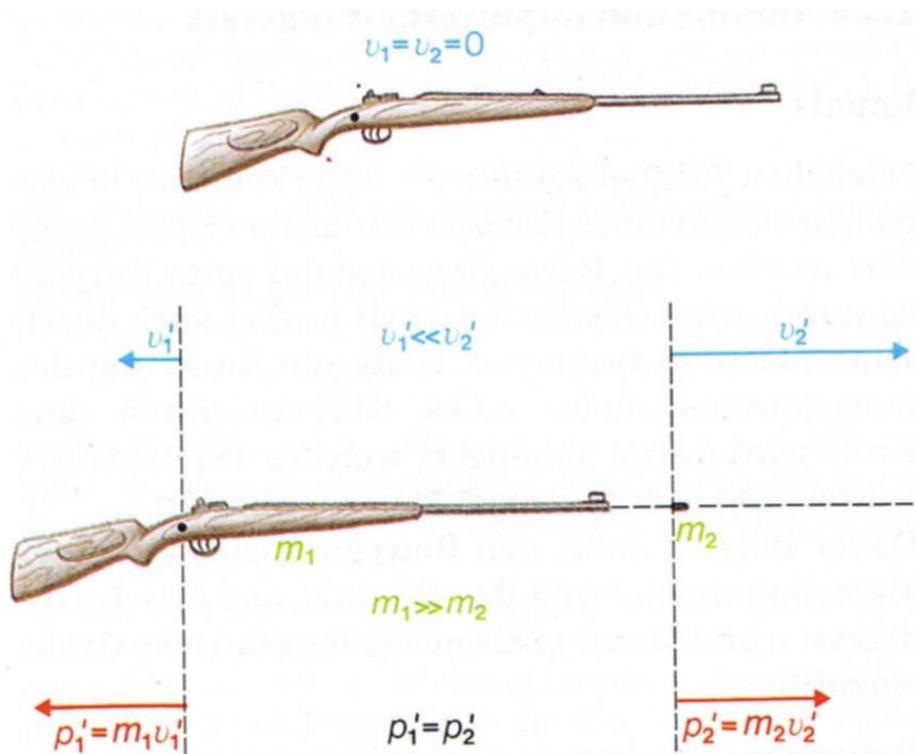
→ $u_1 \approx -v_1$ und $u_2 \approx 0$ d.h. Übertrag des doppelten Impulses
aber keine Energie-Übertragung!

c) Bei sehr großer Projektilmasse $m_1 \gg m_2$ und $v_2 = 0$

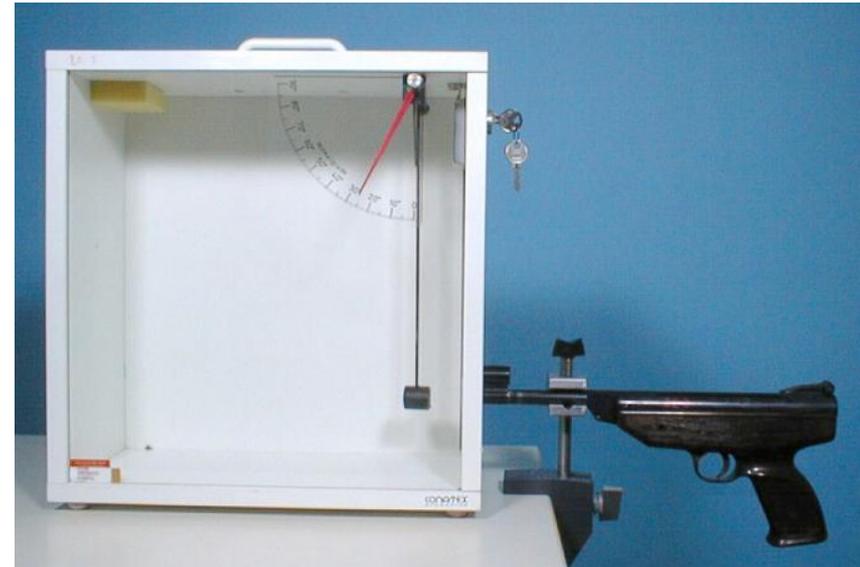
→ $u_1 \approx v_1$ und $u_2 \approx 2v_1$ d.h. kaum Energie- und Impuls-
Übertrag, aber Teilchen 2 hat
nach dem Stoß die doppelte
Geschwindigkeit von Teilchen 1

Rückstoß und Ballistisches Pendel

„Rückstoß“ beim Schuss:



Ballistisches Pendel:



Ballistisches Pendel

Ein Pendelkörper (Masse $M = 44\text{g}$) sei zunächst in Ruhe und werde dann von einem Projektil (Masse $m = 0,45\text{g}$) getroffen.

Die Geschwindigkeit des Projektils v wird aus der Höhe h bestimmt, bis zu der der Pendelkörper (samt absorbiertem Projektil) schwingt. Beachte: Die kinetische Energie ist hier keine Erhaltungsgröße!

Aus der Impulserhaltung $mv = (M + m)u$

Folgt die Geschwindigkeit des Pendelkörpers u unmittelbar nach dem Aufprall. Die kinetische Energie wird danach in potentielle Energie umgewandelt, sodass

$$\frac{M + m}{2} u^2 = \frac{M + m}{2} \left(\frac{m}{M + m} v \right)^2 = \frac{m^2}{2(M + m)} v^2 = (M + m)gh$$

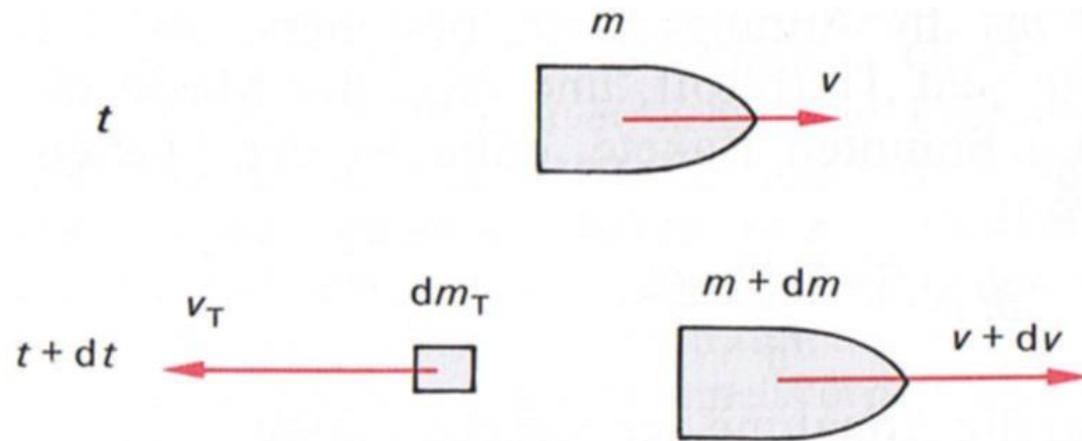
Für $h = 5\text{cm}$ liefert der Versuch einen Wert von ca. 100 m/s .

$$v = \frac{M + m}{m} \sqrt{2gh}$$

Raketengleichung



Startmasse m_0	$2,95 \cdot 10^6 \text{ kg}$
Leermasse m_{leer}	$1,0 \cdot 10^6 \text{ kg}$
Brennschlußzeit t_B	130 s
Relativgeschwindigkeit v_{rel}	$2,22 \cdot 10^3 \text{ m s}^{-1}$
Massenstrom \dot{m}	$1,50 \cdot 10^4 \text{ kg s}^{-1}$
Schub F_{schub}	$3,3 \cdot 10^7 \text{ N}$



Raketengleichung

- Rakete (Masse $m(t)$, Geschwindigkeit $v(t)$) funktioniert nach dem „Rückstoß-Prinzip“, das aus der Impulserhaltung folgt.
- Das Treibmittel wird mit großer Geschwindigkeit w in die Richtung entgegen der eigenen Beschleunigung ausgestoßen.
- Damit ändert sich die Raketenmasse als Funktion der Zeit!

Impulserhaltung:

$$w \cdot \left(- \frac{dm}{dt} \right) = m \frac{dv}{dt} = ma$$

„Schub“ (sei hier konstant)

$$\frac{1}{m} \frac{dm}{dt} = - \frac{1}{w} \frac{dv}{dt}$$

$$\int \frac{1}{m} dm = - \frac{1}{w} \int dv$$

Lösung der DGL:

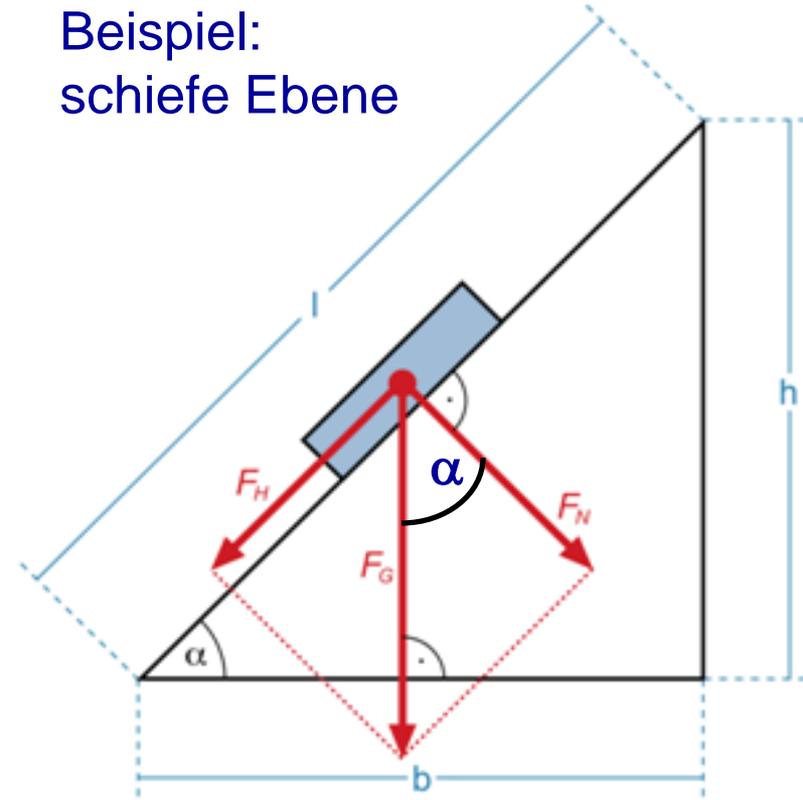
$$\ln \frac{m}{m_0} = - \frac{v}{w}$$

$$\text{d.h. } v(m(t)) = -w \ln \frac{m(t)}{m_0}$$

$$\text{d.h. } m(v(t)) = m_0 e^{-v(t)/w}$$

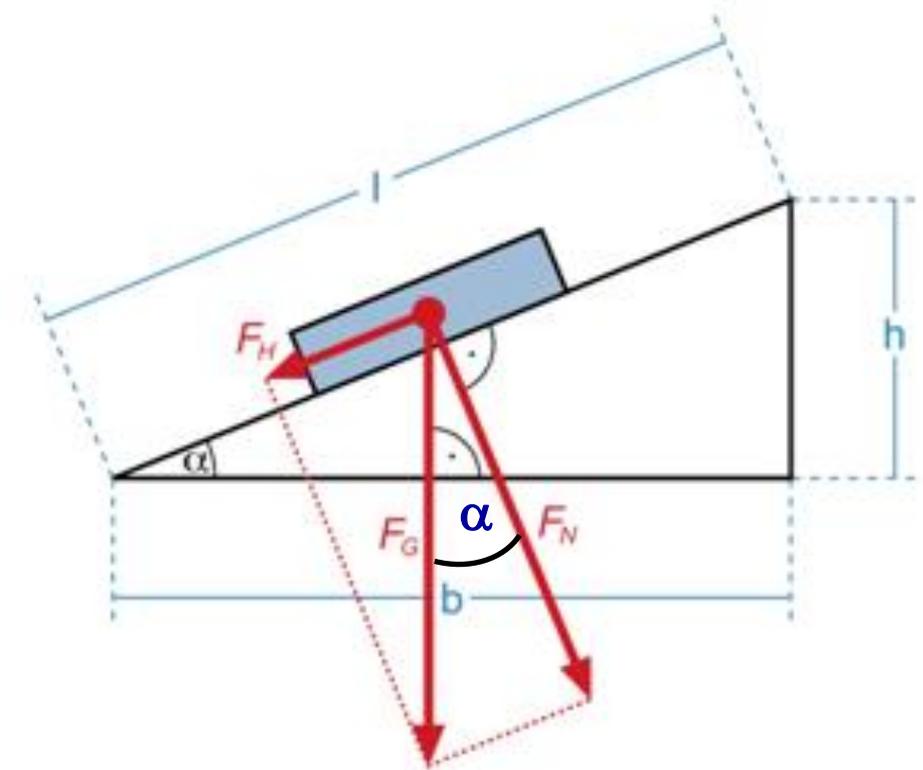
Kräfte als Vektoren

Beispiel:
schiefe Ebene



$$F_H = F_G \sin \alpha = F_G h/l$$

$$F_N = F_G \cos \alpha = F_G b/l$$



„Hangabtriebskraft“

„Normalkraft“
wird von der Unterlage aufgefangen.

Einschub: Reibungskräfte (Haft-, Gleit-, Rollreibung)

Zentripetal-, Zentrifugalkraft

Für Kreisbewegung wird eine Beschleunigung auf den Kreismittelpunkt hin benötigt d.h. die Richtung ändert sich kontinuierlich.

Für den Betrag ergibt sich $a_r = \omega^2 \cdot r = \frac{v^2}{r}$

Für die Zentripetalkraft ergibt sich also $F_r = m \cdot a_r = m\omega^2 \cdot r = m \frac{v^2}{r}$

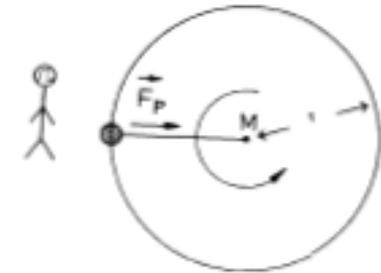


Abb. 5.12 Zentripetalkraft

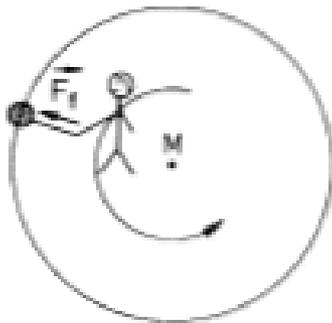
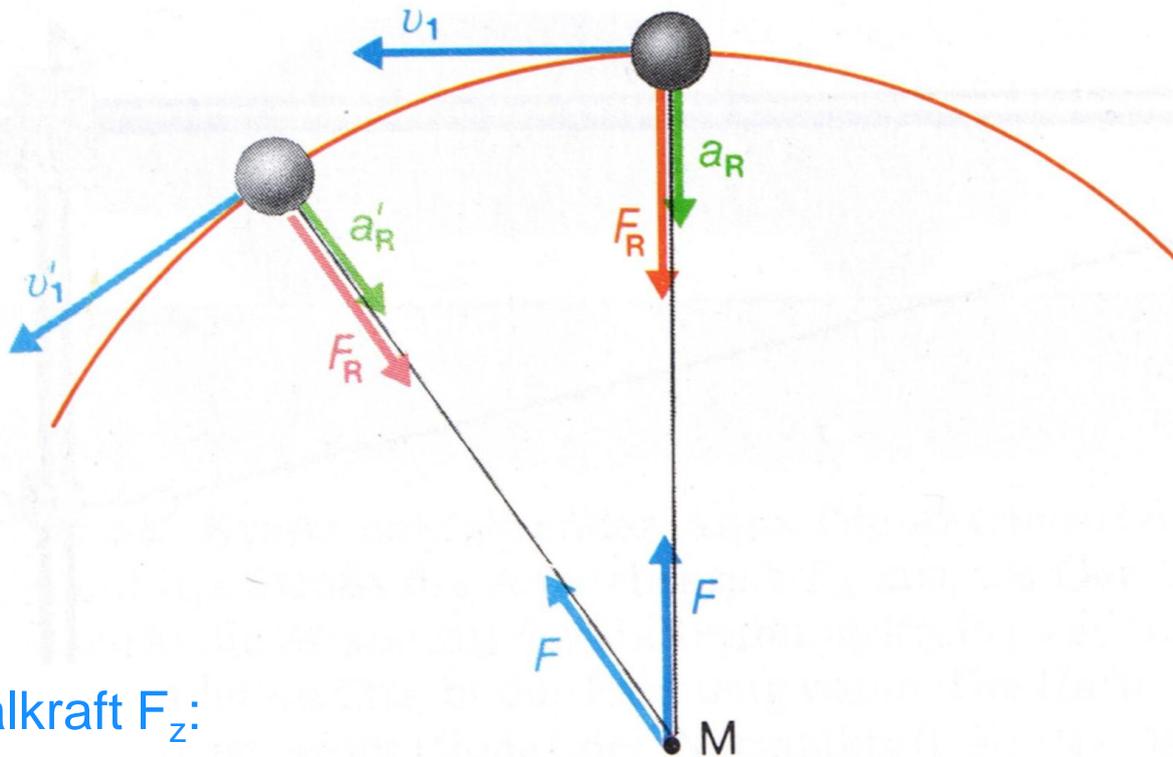


Abb. 5.13 Zentrifugalkraft

Analog spüren die bei der Kreisbewegung mitgeführten Körper (bzw. die Verankerungen) eine Zentrifugalkraft, die vom Kreismittelpunkt weg gerichtet ist.

Zentripetal-, Zentrifugalkraft



Zentripetalkraft F_Z :

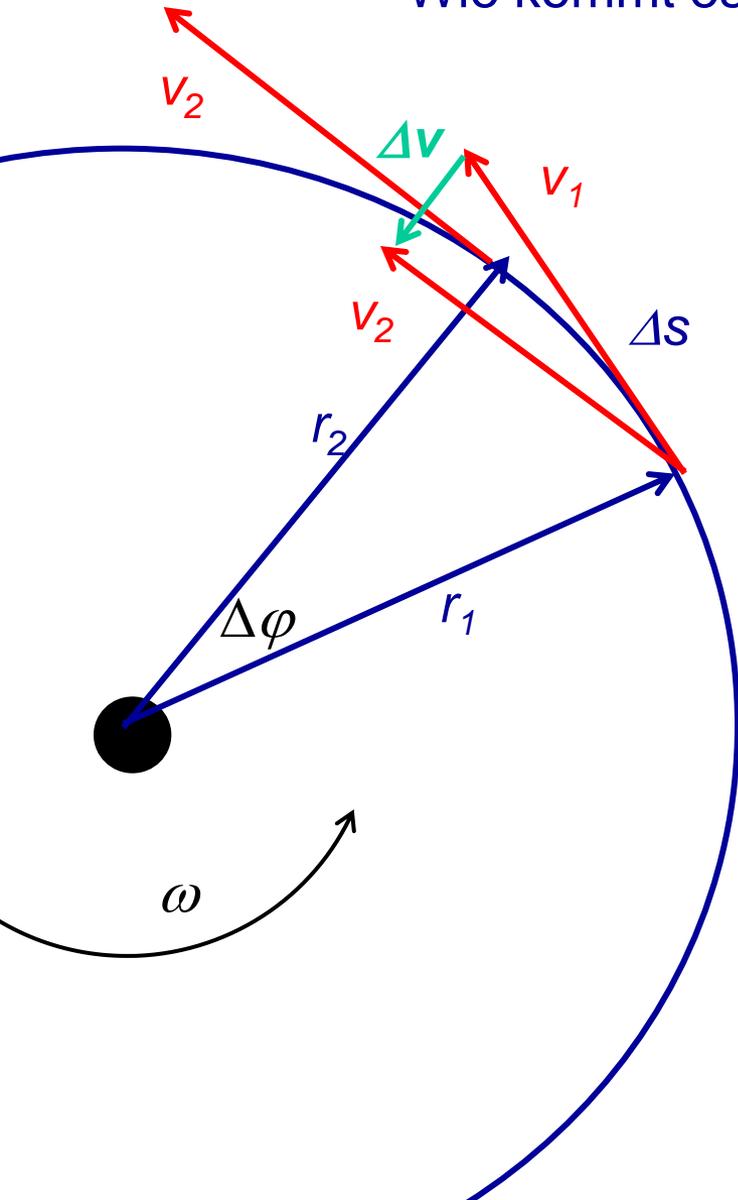
vektoriell: $\vec{F}_Z = m \vec{a}_R = -m \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$

immer zum Mittelpunkt des Kreises gerichtet

skalar: $F_Z = m a_R = m \omega^2 r = \frac{m v^2}{r}$

Zentripetal-, Zentrifugalkraft

Wie kommt es zu der Formel?



$$\Delta s = r \Delta\varphi$$

$$ds = r d\varphi$$

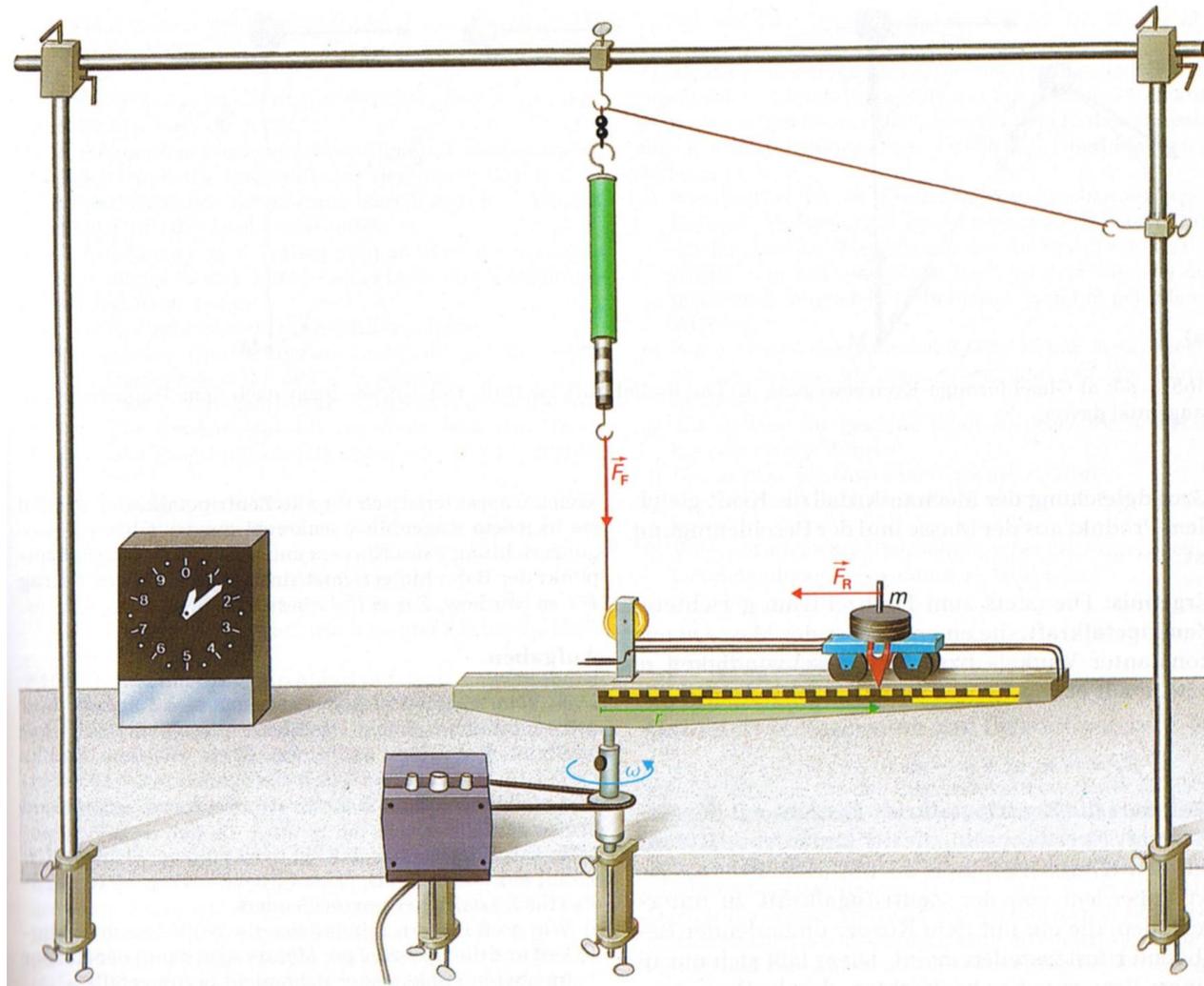
$$\frac{ds}{dt} = r \frac{d\varphi}{dt}$$

$$v = r \omega \quad \text{bzw.} \quad \omega = \frac{v}{r}$$

$$|d\vec{v}| = |\vec{v}_2 - \vec{v}_1| \approx v \sin(d\varphi) \approx v d\varphi$$

$$|\vec{a}| = \left| \frac{d\vec{v}}{dt} \right| = v \frac{d\varphi}{dt} = v\omega = \frac{v^2}{r}$$

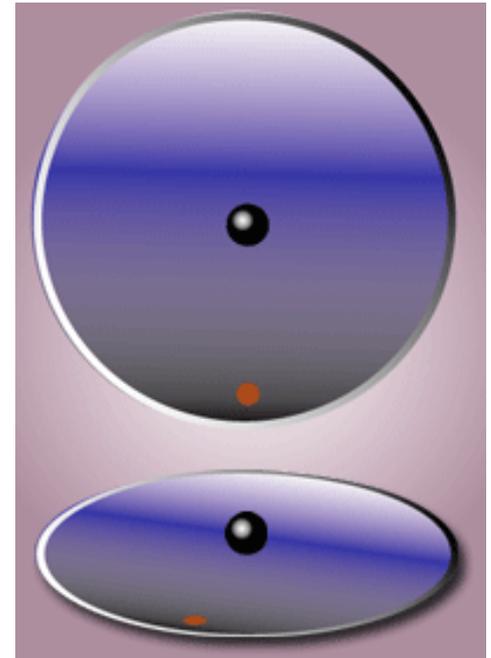
Zentripetal-, Zentrifugalkraft



Corioliskraft

Ein mitbewegter Beobachter auf einem rotierenden Bezugssystem beobachtet zwei Trägheitskräfte:

- Zentrifugalkraft $\vec{F}_z = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$
- Corioliskraft $\vec{F}_c = 2m(\vec{v} \times \vec{\omega})$

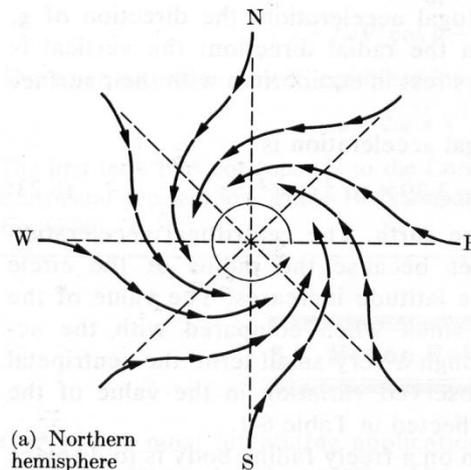
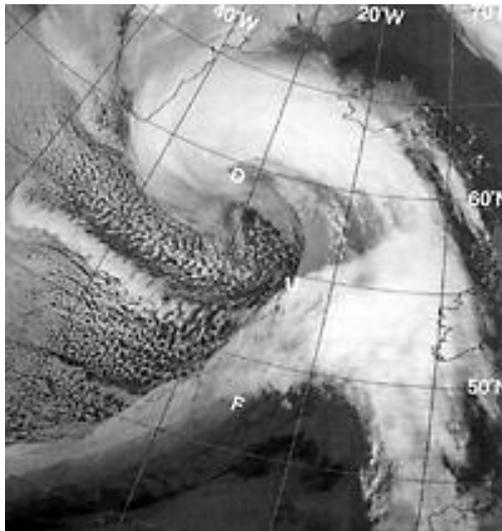
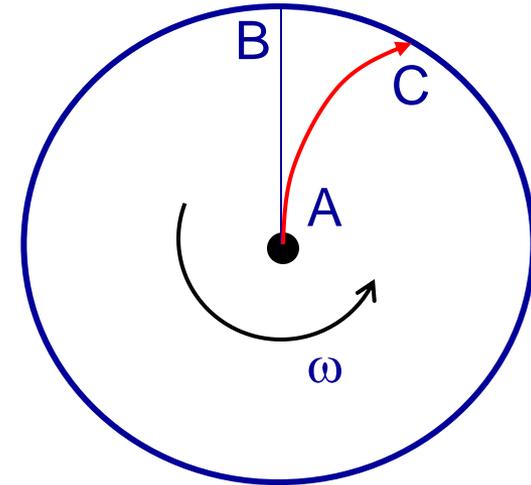


Corioliskraft

Ein mitbewegter Beobachter auf einem rotierenden Bezugssystem beobachtet zwei Trägheitskräfte:

- Zentrifugalkraft $\vec{F}_z = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$
- Corioliskraft $\vec{F}_c = 2m(\vec{v} \times \vec{\omega})$

Blick auf den Nordpol:



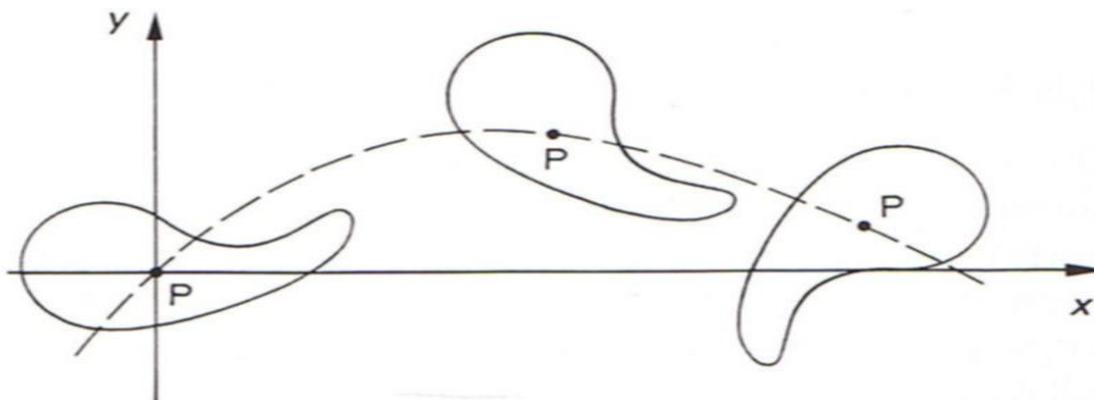
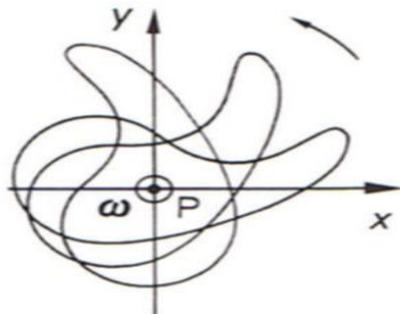
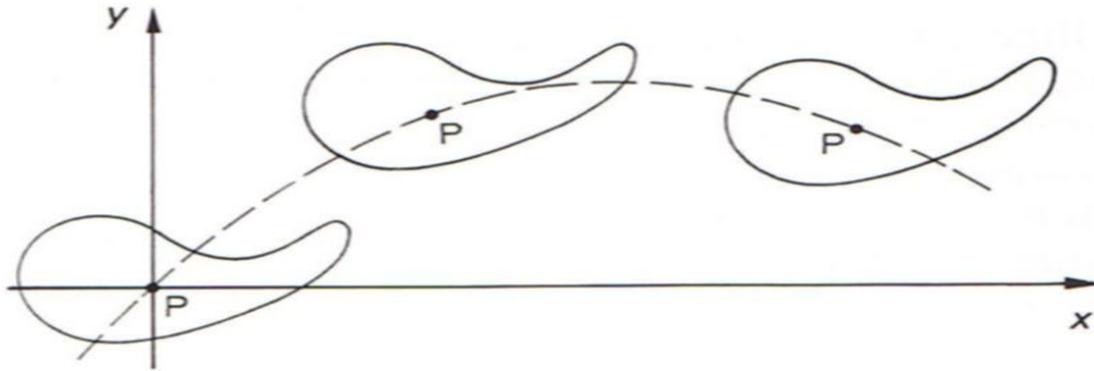
(a) Northern hemisphere

Auf der Nordhalbkugel:
Ablenkung der
Luftmassen nach rechts!

Beispiel: Linksdrehung
bei Tiefdruckgebieten.

Auch: Foucaultsches Pendel

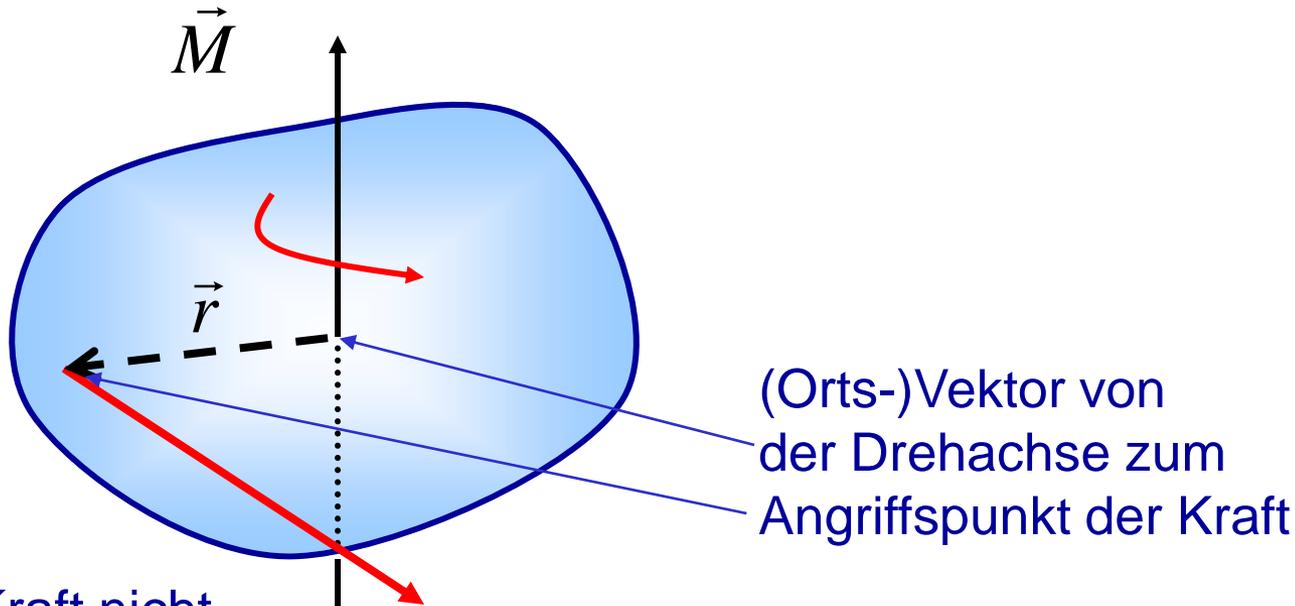
starrer Körper



Ein starrer Körper ändert seine Form nicht, auch nicht bei schnellen Drehungen oder Belastungen. Seine Bewegung kann in zwei Komponenten zerlegt werden:

- Translation (des Schwerpunkts)
- Rotation um eine (beliebige) Achse

Drehmoment

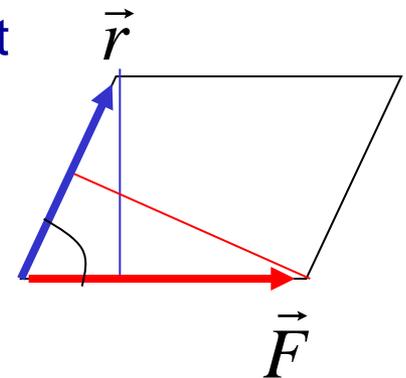


Wenn Kraft nicht senkrecht auf Achse muss Drehmoment teilweise von Achslagern aufgefangen werden

$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \text{Drehmoment}$$

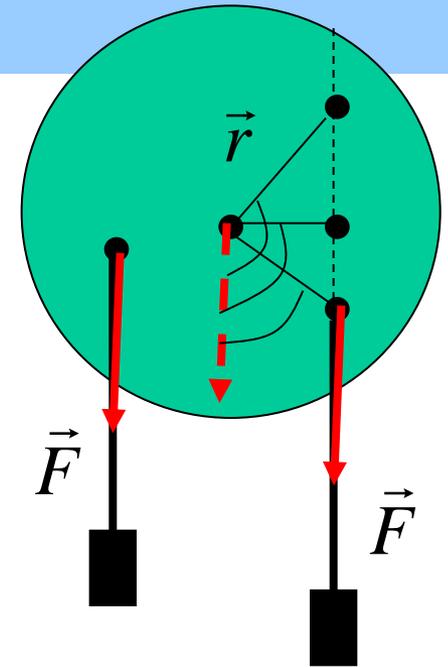
$$|\vec{M}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin(\vec{r}, \vec{F})$$

null wenn r und F parallel
maximal bei rechtem Winkel

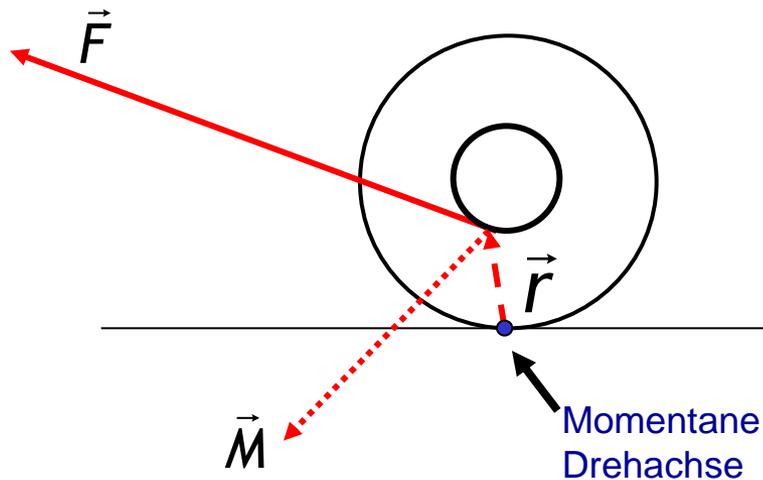


Drehmoment

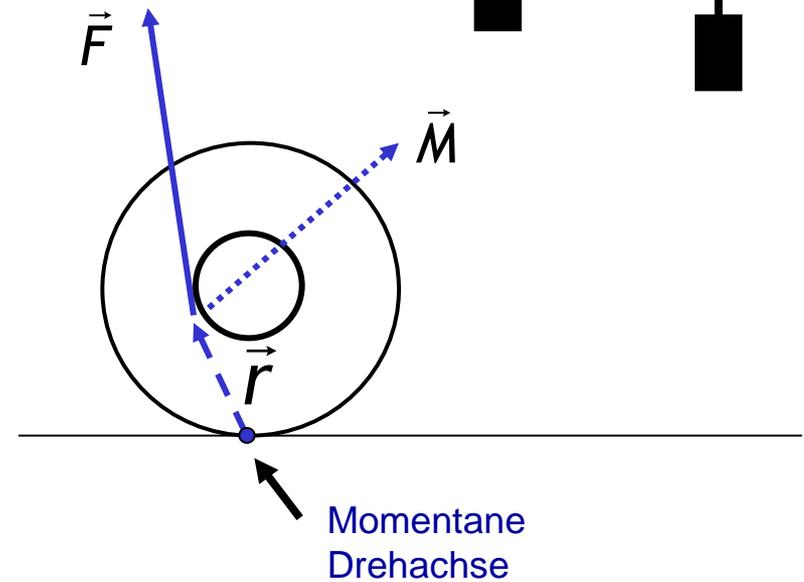
„Linienflüchtigkeit“
der Kräfte am
starren Körper:



Drehmomente bei
„folgsamer Spule“:

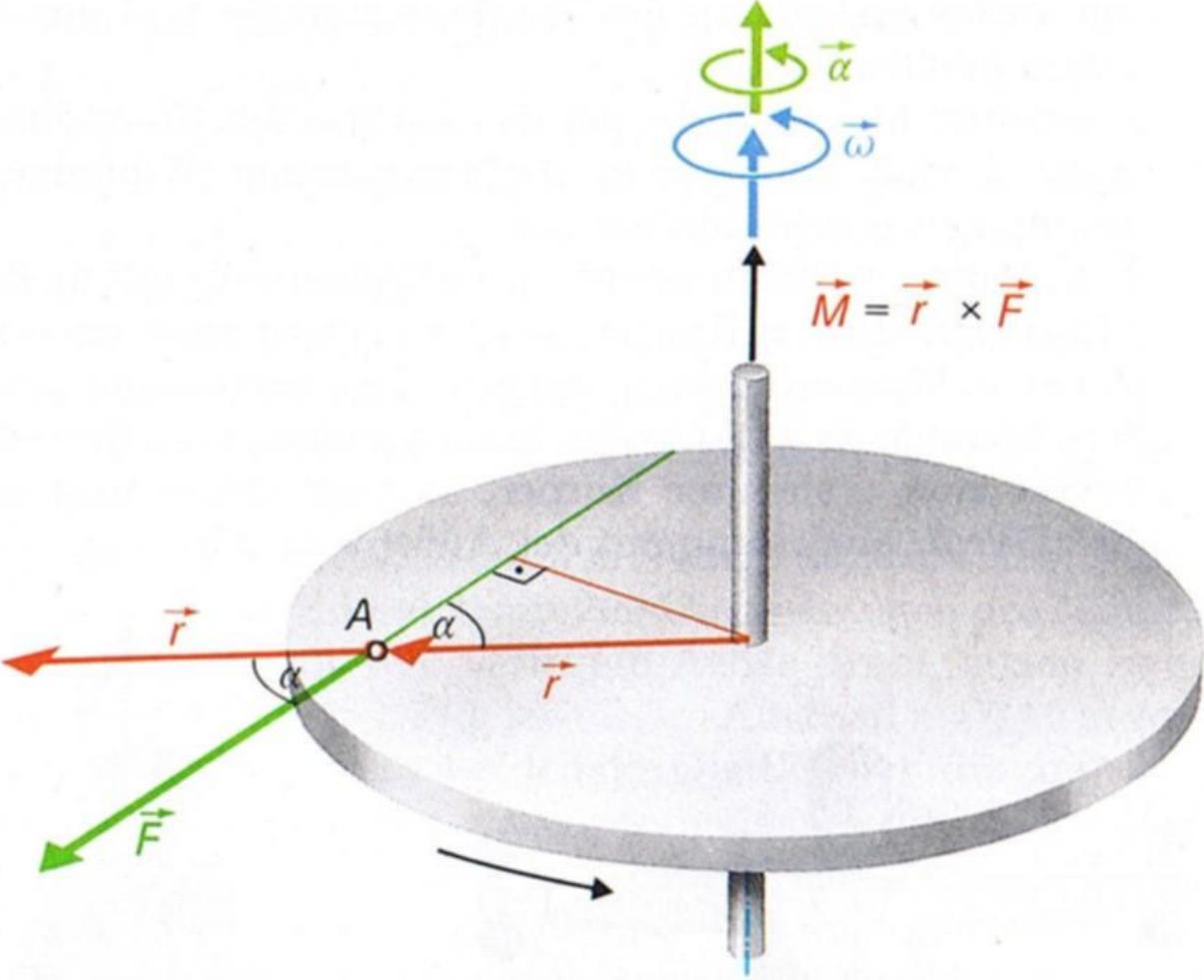


Rolle bewegt sich nach links



Rolle bewegt sich nach rechts

Vektoren der Drehbewegung



Hebelgesetz

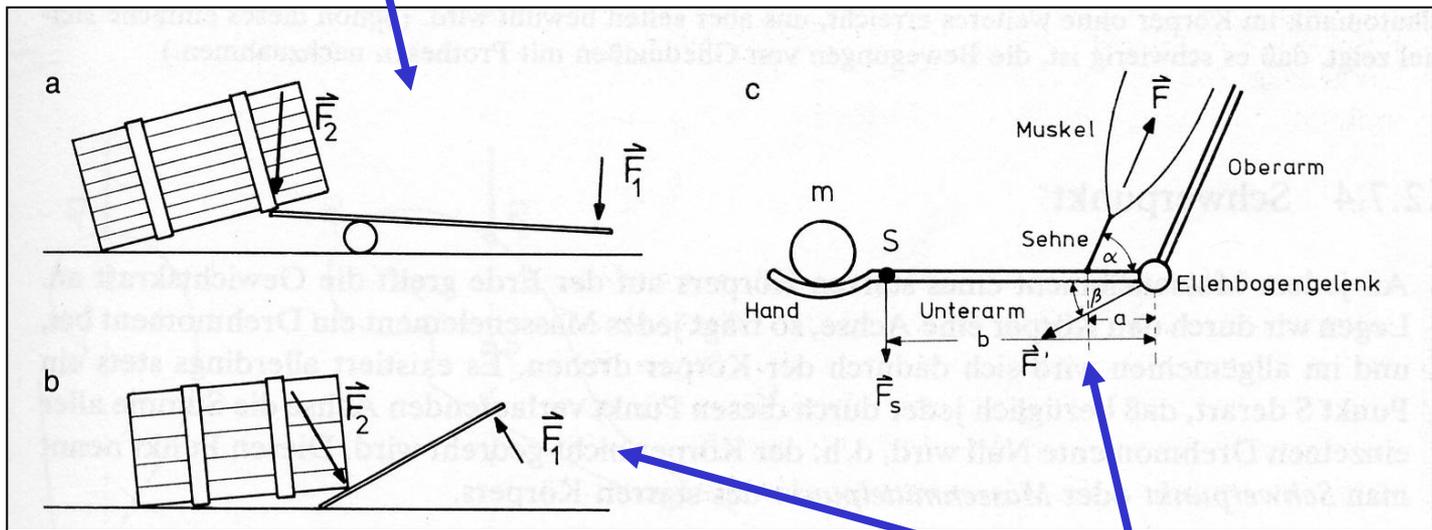
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} \quad \text{Drehmoment}$$

$$|\vec{M}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin(\vec{r}, \vec{F})$$

Spezialfall: $\vec{r} \perp \vec{F}$

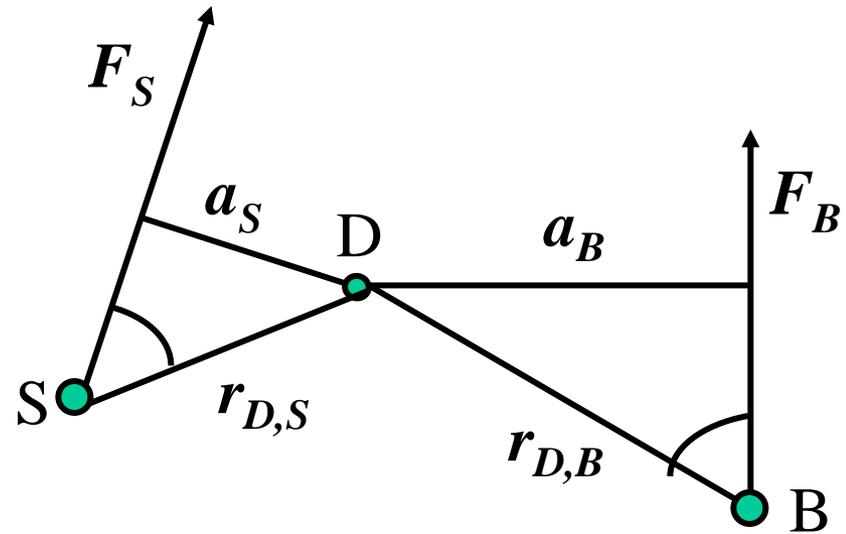
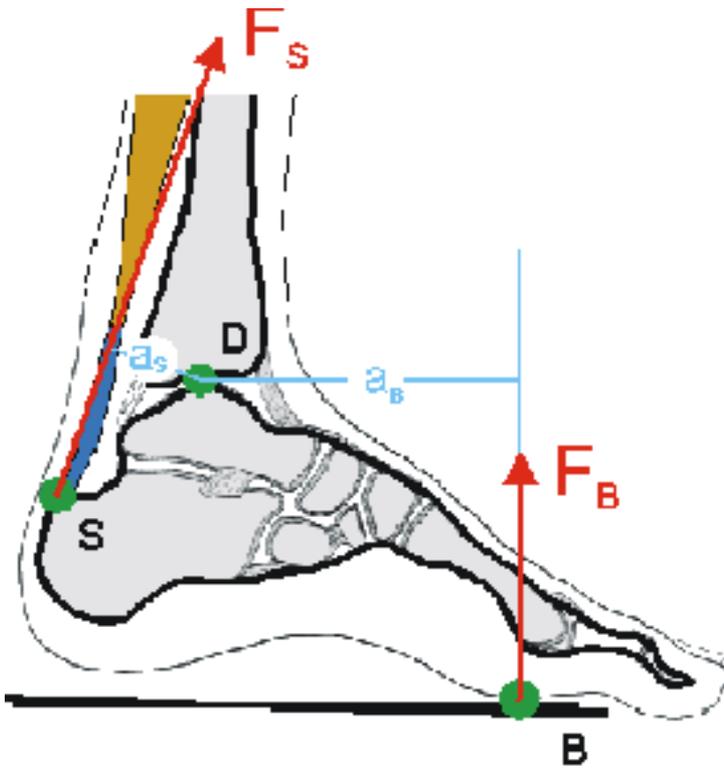
$$\text{Hebelgesetz} \quad F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$$

Zweiseitiger Hebel



Einseitiger Hebel

Drehmomente am Fußgelenk



$$\left| \vec{r}_{D,S} \times \vec{F}_S \right| = \left| \vec{r}_{D,B} \times \vec{F}_B \right|$$

$$F_S \cdot a_S = F_B \cdot a_B$$

Gleichgewicht 1

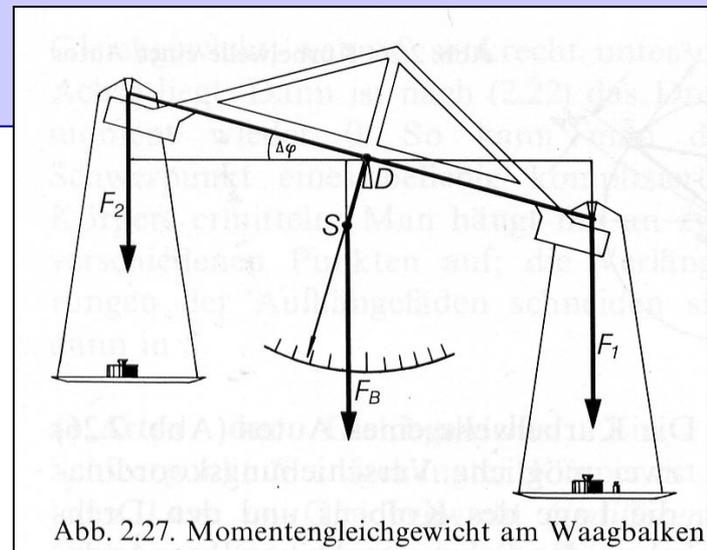
Jede Bewegung eines starren Körpers kann man aus einer Translations- und Rotationsbewegung zusammensetzen

Gleichgewicht:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots = \sum_i \vec{F}_i = 0 \quad \text{und} \quad \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \dots = \sum_i \vec{M}_i = 0$$

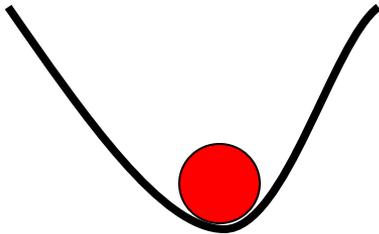
An einem Hebel herrscht Gleichgewicht, wenn die Summe der rechtsdrehenden Momente gleich der der linksdrehenden Momente ist

→ Waage

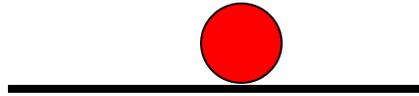


Gleichgewicht 2

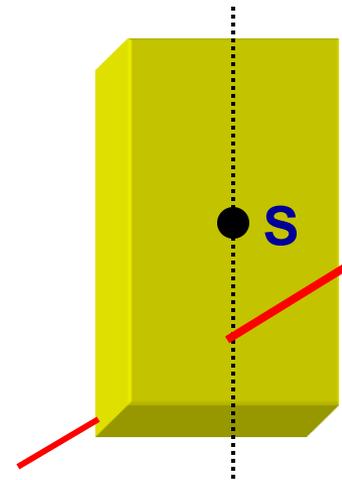
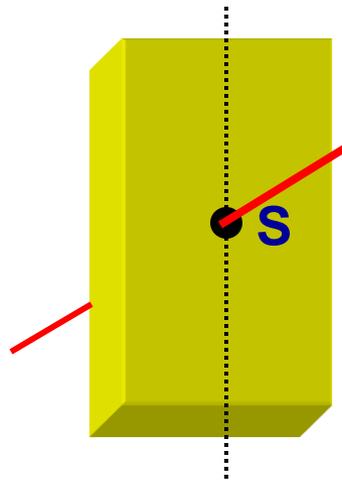
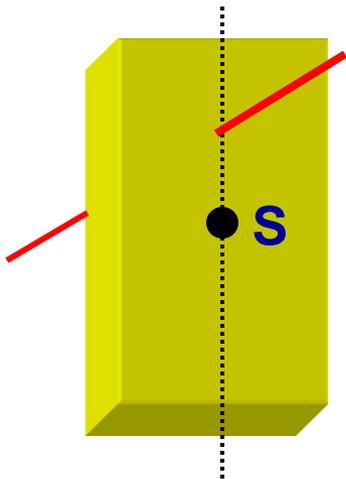
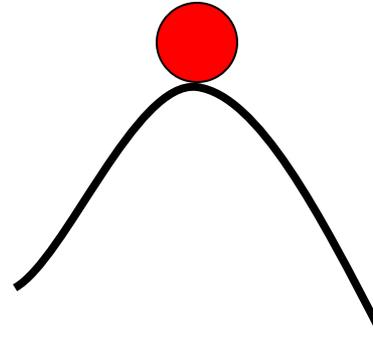
stabil



indifferent



labil

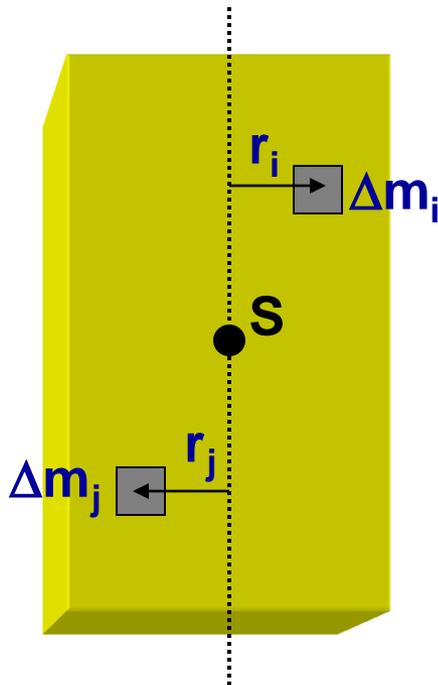


Im Gleichgewicht nimmt die potentielle Energie des Körpers einen Extremwert an, d.h. $\delta E_{\text{pot}}=0$

Schwerpunkt (Massenmittelpunkt)

Ein Körper, der in seinem Schwerpunkt unterstützt wird, bleibt in jeder Lage im Gleichgewicht.

→ Die Summe der Drehmomente aller Massenelemente um die Achse ist gleich Null.



$$\underbrace{\left[\sum_i \Delta m_i g \vec{r}_i \right]}_{\text{rechtsdrehend}} = \underbrace{\left[\sum_j \Delta m_j g \vec{r}_j \right]}_{\text{linksdrehend}} \quad \text{Drehmomente}$$

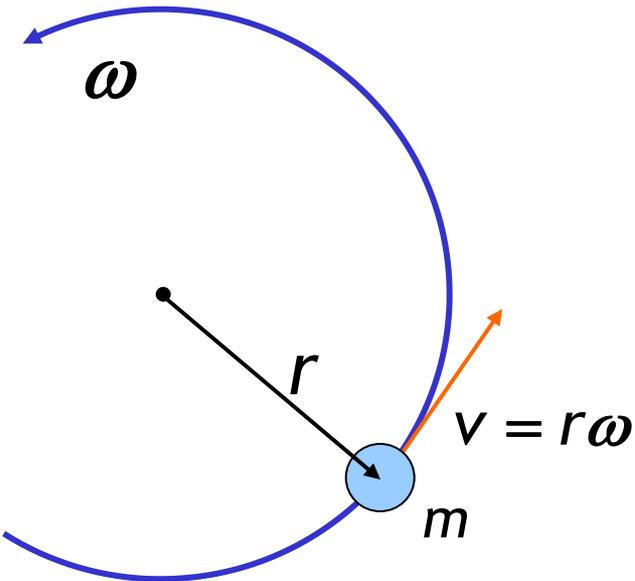
$$\sum_k \Delta m_k g \vec{r}_k = 0$$

$$g \sum_k \Delta m_k \vec{r}_k = 0 \quad \text{bzw.} \quad \int \vec{r} dm = 0$$

wobei die r im Schwerpunkts-System angegeben werden, also relativ zum Schwerpunkt

$$\vec{x}_s = \frac{\sum_i m_i \vec{x}_i}{\sum_i m_i}$$

Trägheitsmoment, Drehimpulserhaltung

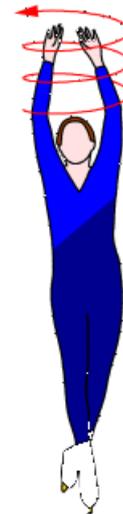


$$E_{kin} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mr^2\omega^2 = \frac{1}{2}J\omega^2$$

Trägheitsmoment (Massenverteilung um die Drehachse) $J = \sum_k m_k r_k^2 = \int_V r^2 dm$

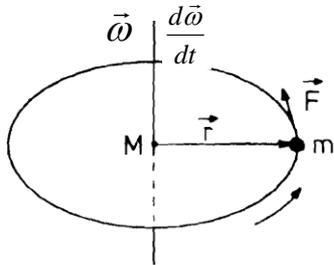
Drehimpulserhaltung:

$$\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots = \sum_k \vec{L}_k = J \cdot \omega = \text{const.}$$



Trägheitsmoment, Drehimpulserhaltung

Drehmoment bei tangentialer Kraft auf kreisförmig umlaufendem Teilchen



$$M = r F = r m a = r m r \frac{d\omega}{dt} = m r^2 \frac{d\omega}{dt} = J \frac{d\omega}{dt}$$

Trägheitsmoment $J = \sum_k m_k r_k^2 = \int_V r^2 dm$
(abh. von Massenverteilung
in Bezug auf die Drehachse)

Exp.: Zwei Rollen mit gleichem Radius und gleicher Gesamtmasse!

Drehimpulserhaltung: $\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots = \sum_k \vec{L}_k = J \cdot \omega = \text{const.}$

Experiment: Pirouette (Arme Ausbreiten auf Drehstuhl)

Satz von Steiner: $J = J_s + m_{ges} \cdot d^2$
Schwerpunkt \swarrow Abstand der (parallelen) Achsen \nwarrow

Drehmoment von außen, das sich „mitdreht“:

=> Experiment zur Präzession mit Fahrrad-Rad in Schlaufe

Analogie zw. Translationen und Rotationen

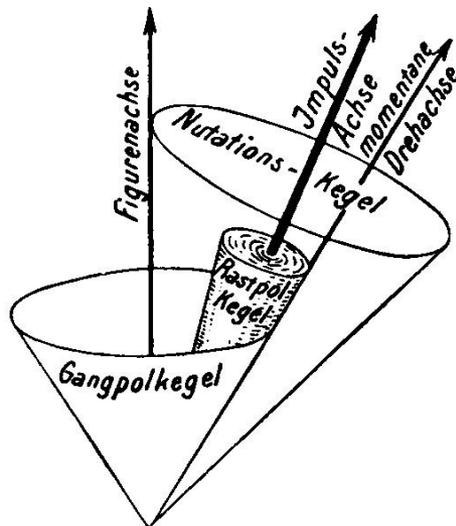
Translationsbewegung

Rotationsbewegung

Ort	$\vec{x}(t)$	Winkel	$\vec{\varphi}(t)$
Geschwindigkeit	$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$	Winkelgeschwindigkeit	$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$
Beschleunigung	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{x}}{dt^2}$	Winkelbeschleunigung	$\frac{d\vec{\omega}}{dt}$
Masse	m	Trägheitsmoment	$J = \sum_k m_k r_k^2 = \int_V r^2 dm$
Kraft	$\vec{F} = \frac{d}{dt} \vec{p} = m\vec{a}$	Drehmoment	$\vec{M} = J \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
Impuls	$\vec{p} = m\vec{v}$	Drehimpuls	$\vec{L} = J\vec{\omega}$
Impulserhaltung	$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots = \sum_k \vec{p}_k = \text{const.}$	Drehimpulserhaltung	$\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots = \sum_k \vec{L}_k = \text{const.}$
Energie	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v^2$	Energie	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} J \omega^2$

Kräftefreier Kreisel

Bei kardanischer Aufhängung
eines Gyroskops folgt
Drehimpulserhaltung



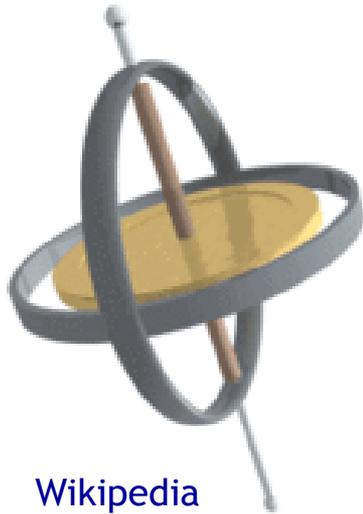
Die drei Kreiselachsen

Nutation: Drehung der Rotationsachse des Kreisels um die Drehimpuls-Achse (wenn Drehimpuls nicht parallel zu einer Figuren-achse ausgerichtet ist).

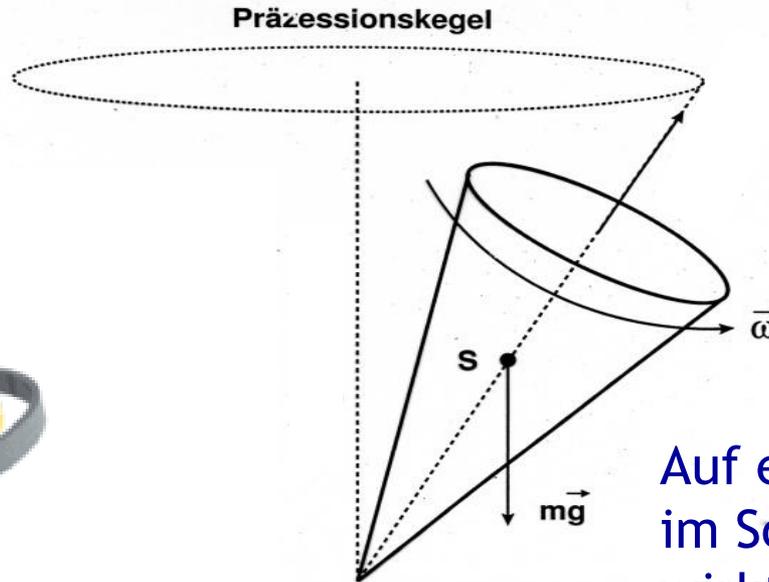
(aber Vorsicht: Nutation in Astronomie:
Zusätzliche Erdpräzession aufgrund des Mondes)

Präzession

bei mitdrehendem Drehmoment



Wikipedia
=>Präzession



Auf einen Kreisel, der nicht im Schwerpunkt aufgehängt ist, wirkt ein Drehmoment senkrecht zum momentanen Drehimpuls und wegen $M = dL/dt$ kommt es zur „Drehung der Drehachse“.

z.B. bei der Erde infolge der Abplattung und der Gezeitenkräfte von Mond und Sonne (lunisolare Präzession) => „Platonisches Jahr“ (ca. 26000Jahre)
=> Verschiebung der Tierkreiszeichen gegenüber den Sternbildern !

2.4 aus gkg ... pharm. Prüf.

2.4 Mechanik ruhender Flüssigkeiten und Gase (Fluide)

2.4.1 Druck: Schweredruck und Stempeldruck, auch Gesamtdruck in einem flüssigkeitsgefüllten Behälter

2.4.2 Druckmessung: Druckmessung mittels üblicher Manometer; Darstellung einfacher Fälle, speziell auch am U-Rohr-Manometer

2.4.3 Hydraulische Anordnungen: Druckerzeugung mittels Kolben; Zusammenhänge für Druck, Kraft, Weg und Energie (Arbeit), z.B. bei der hydraulischen Presse

2.4.4 Auftrieb: Auftrieb in Flüssigkeiten und Gasen, archimedisches Prinzip, Schwimmbedingung, Schweben

2.4.5 Dichte: Messung mittels Aräometer und Mohr'scher Waage, Pyknometer-Methode; Messung an Festkörpern mittels Schwebemethode

2.4.6 Partialdruck: Gesamtdruck und Partialdruck bei Gasgemischen

Experimente

- Druck: hydraulische Presse
- Hydrostatisches Paradoxon, verbundene Gefäße, Unabhängigkeit des Drucks von der Richtung
Pascalsche Waage
- Auftrieb (Elfenbeinkugel im Wasser, Styroporkugel im Vakuum...)
- Hagen-Poiseuille
- Hydrodynamisches Paradoxon
Kontinuität, Bernoulli (Ball im Luftstrom, Rohr mit Verengung, Scheibe an Kohlendioxidflasche)
- Oberflächenspannung, Kapillarität
- Hookesches Gesetz, Biegung

Druck-Definition

Der Druck ist die Kraft, die (z.B. von einer Flüssigkeit) auf eine gegebene Fläche ausgeübt wird:

Druck=Kraft pro Fläche $p = \frac{F}{A}$ [p] = N/m² = Pa (Pascal)

Normaldruck: 1013,25 hPa = 1 atm (Atmosphäre)

980,665 hPa = 1at (technische Atmosphäre)

1 bar = 100.000 Pa

1 Torr = 1,3332224 mbar

(760 mm Quecksilbersäule entspr. Normaldruck; 1 bar ~ 750 Torr)

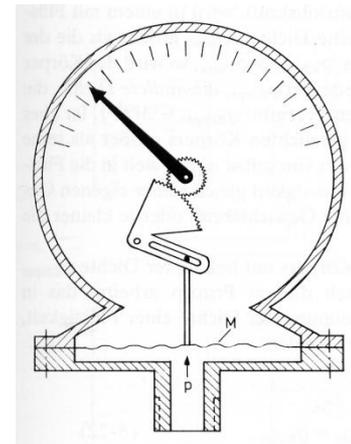
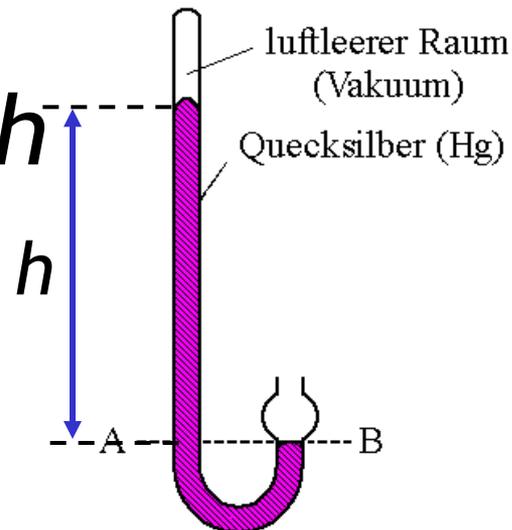
Bei konstanter Dichte (Flüssigkeiten, aber nicht Atmosphäre)

gilt Schweredruck $p = \rho g h$

unabhängig von der Gefäßform!

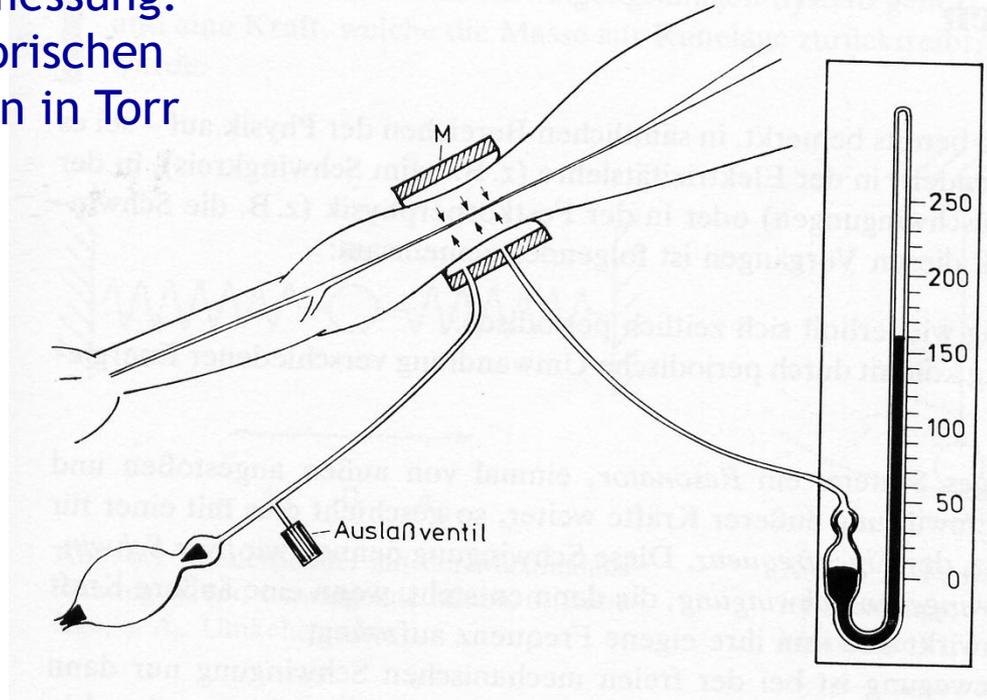
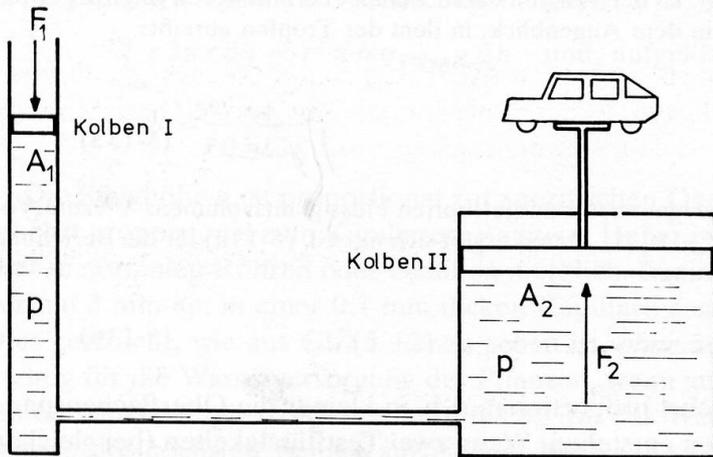
(Hydrostatisches Paradoxon, „kommunizierende Röhren“)

- 10 m Wassersäule entsprechen etwa 1 bar Druckdifferenz



Druckanwendungen

Blutdruckmessung:
Druckangaben aus historischen
Gründen in Torr



$$F_1 = p \cdot A_1 = \frac{A_2}{A_1} p \cdot A_1 = \frac{A_1}{A_2} p \cdot A_2$$

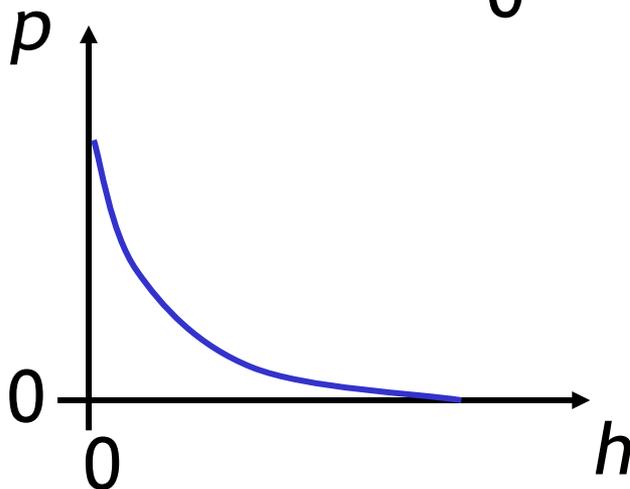
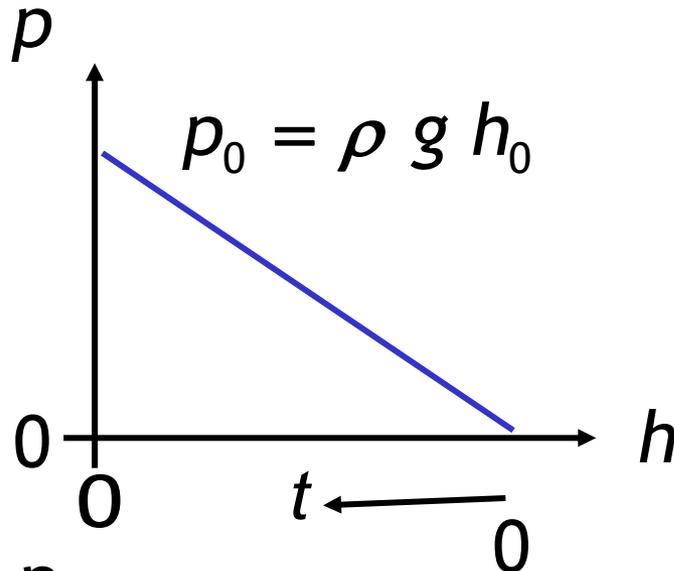
$$F_1 = \frac{A_1}{A_2} F_2$$

„Hydraulik“

Wie beim Hebel:

Kraftverringerung wird bei gleicher Arbeit
kompensiert durch Wegverlängerung.

Druck unter einer Flüssigkeitssäule



Flüssigkeiten

im Gravitationsfeld der Erde:

Mit zunehmender Höhe über dem Boden des Flüssigkeitsgefäßes nimmt der Druck linear ab, denn Flüssigkeiten sind in erster Näherung inkompressibel.

(Mit zunehmender Tiefe nimmt Druck zu.)

Vgl. dagegen die Erdatmosphäre:

Abnahme des Luftdrucks mit zunehmender Höhe zunächst stark, dann immer schwächer, denn Gase sind kompressibel, auch unter dem eigenen Gewicht.

Druck unter einer Flüssigkeitssäule



Flüssigkeiten im Gravitationsfeld der Erde:

Mit zunehmender Tiefe in Flüssigkeit nimmt der Druck linear zu (Flüssigkeiten sind inkompressibel)

In Wasser:

je 10 m Wassertiefe um 1 bar

Barometrische Höhenformel

Gase lassen sich im Ggs. zu Flüssigkeiten sehr leicht zusammendrücken (Gase sind kompressibel)

$$p_h = p_0 e^{-\frac{h}{H}}$$

Barometrische $H \approx 8 \text{ km}$
Höhenformel

Alternative Beschreibung:
mit je 5,5 km Höhe halbiert
sich der Druck

(bei konstanter Temperatur)

→ „Halbwertshöhe“: 5,5 km

Die Atmosphäre wird
von ihrem eigenen
Gewicht zusammengedrückt.

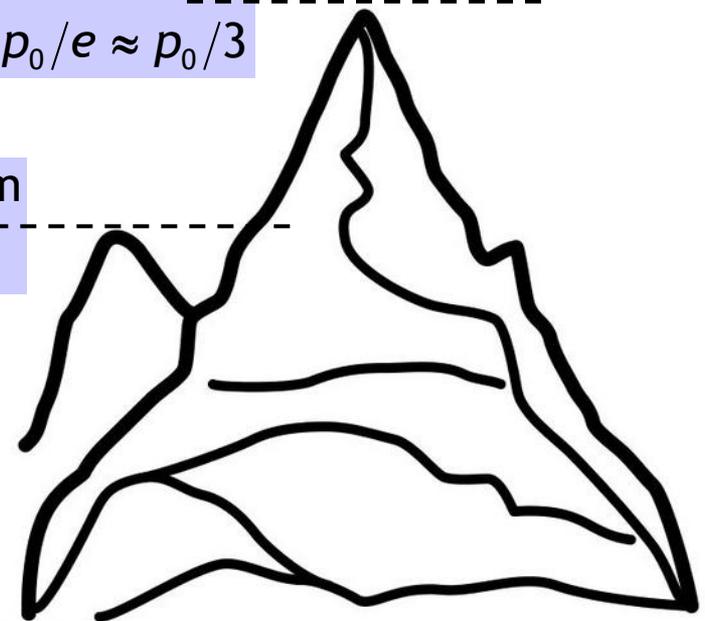
$$h = 11000 \text{ m}$$
$$p = p_0/4$$



$$h = 8000 \text{ m}$$
$$p = p_0/e \approx p_0/3$$

$$h = 5500 \text{ m}$$
$$p = p_0/2$$

$$h = 0 \text{ m}$$
$$p = p_0 \text{ Normaldruck}$$



Barometrische Höhenformel

Gase sind im Ggs. zu Festkörpern und Flüssigkeiten sehr leicht zusammenzudrücken (kompressibel). Ideale Gase folgen dem Boyle-Mariotteschen Gesetz: $p V = \text{const.}$ (siehe Wärmelehre)

$$pV = p_0 V_0$$

$$\frac{pV}{m} = \frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0} = \frac{p_0 V_0}{m} \quad \rho = \rho(p) = \frac{\rho_0}{p_0} p$$

$$dp = -\rho g dh = -p \frac{\rho_0}{p_0} g dh \quad \frac{dp}{p} = -\frac{\rho_0}{p_0} g dh$$

$$\int_{p_0}^{p_h} \frac{dp}{p} = \ln \frac{p_h}{p_0} = -\frac{\rho_0}{p_0} g h$$

Die Atmosphäre wird von ihrem eigenen Gewicht zusammengedrückt.

$$p_h = p_0 e^{-\frac{h}{H}}$$

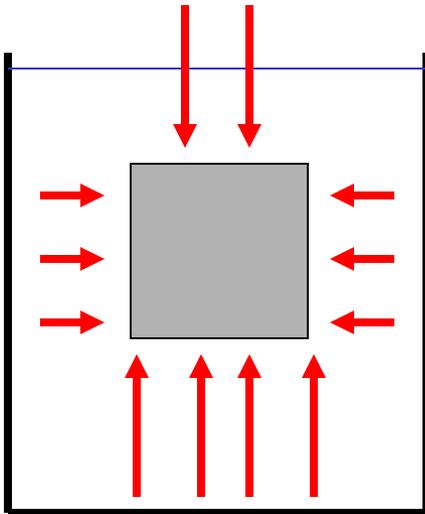
bzw.
$$\rho_h = \rho_0 e^{-\frac{h}{H}}$$

Barometrische Höhenformel mit $H = \frac{p_0}{\rho_0 g} \approx 8 \text{ km}$ bei konst. Dichte hätte

Auftrieb

Archimedisches Prinzip: Die Auftriebskraft an einem Körper ist gleich der Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit:

$$F_A = V \cdot \rho_{\text{Flü}} \cdot g = m_{\text{Flü}} \cdot g$$



Wieso?
Betrachte Quader:

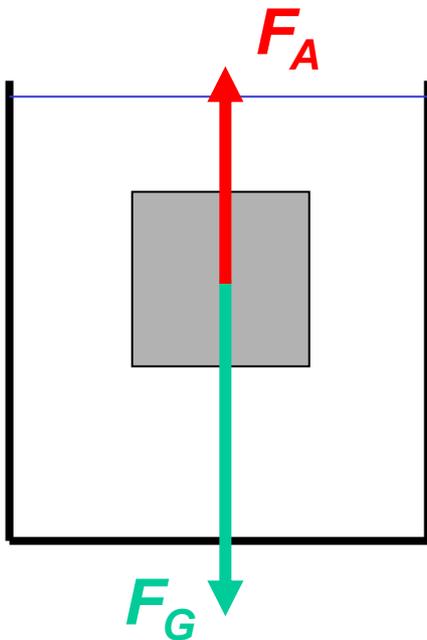
$$\begin{aligned} F_A &= A \cdot \Delta p \\ &= A \cdot \Delta h \rho_{\text{Flü}} g \\ &= V \rho_{\text{Flü}} g \end{aligned}$$



287-212 v. Chr.

Gilt aber allgemein für alle Formen!

Steigen/Schweben/Sinken



Für die gesamte am Körper angreifende Kraft erhält man also:

$$\begin{aligned}F_{ges} &= F_G - F_A \\&= mg - m_{\text{Flü}}g \\&= V\rho g - V\rho_{\text{Flü}}g \\&= (\rho - \rho_{\text{Flü}}) \cdot Vg\end{aligned}$$

$$F_G < F_A$$

$$mg < m_{\text{Flü}}g$$

Steigen

$$\rho < \rho_{\text{Flü}}$$

$$F_G = F_A$$

$$mg = m_{\text{Flü}}g$$

Schwimmen/Schweben

$$\rho = \rho_{\text{Flü}}$$

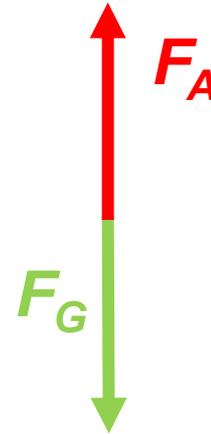
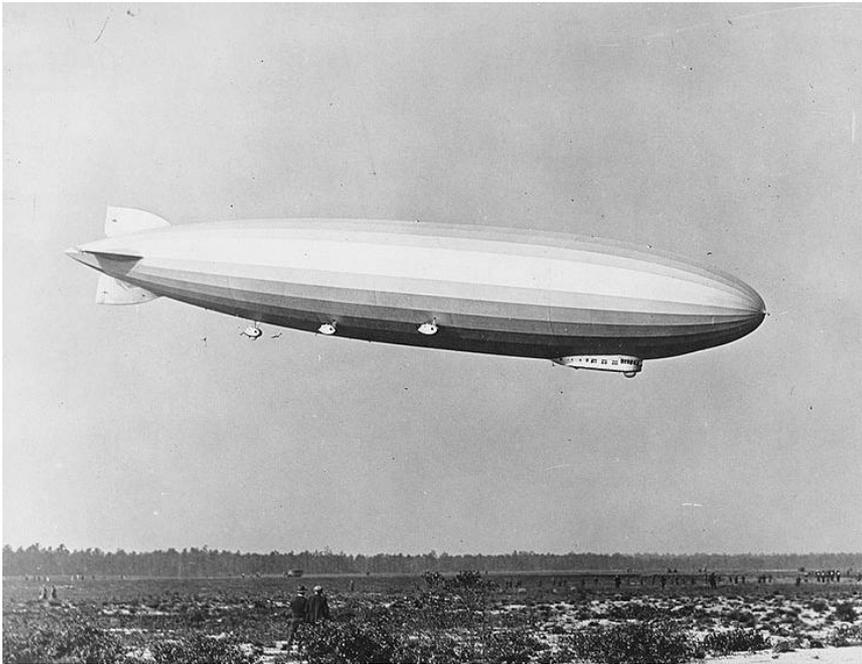
$$F_G > F_A$$

$$mg > m_{\text{Flü}}g$$

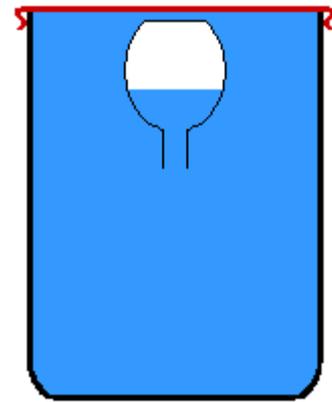
Sinken

$$\rho > \rho_{\text{Flü}}$$

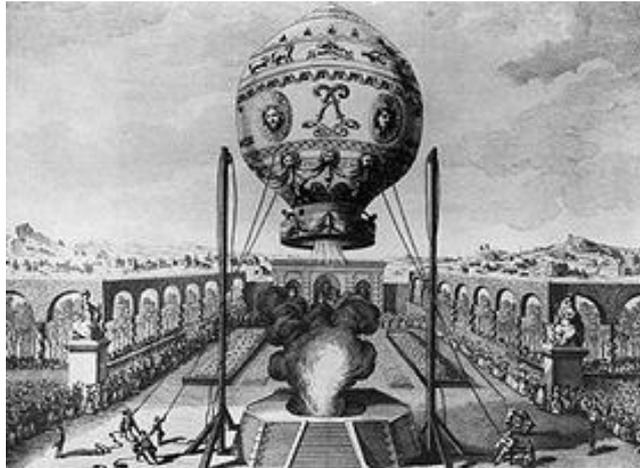
Steigen/Schweben/Sinken



$$F_{\text{ges}} = F_G - F_A$$



Versuch kartesischer
Taucher



Auftrieb/Dichtemessungen

Anwendungen in der **Dichtemessung**:

$$G = mg = \rho V g$$

Gewicht ohne Auftrieb

$$A = G - G_{Flü} = \rho_{Flü} V g$$

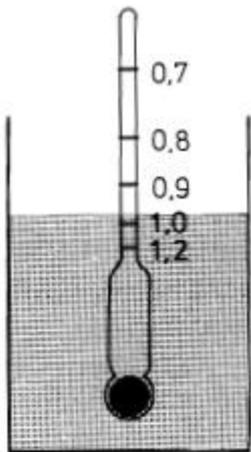
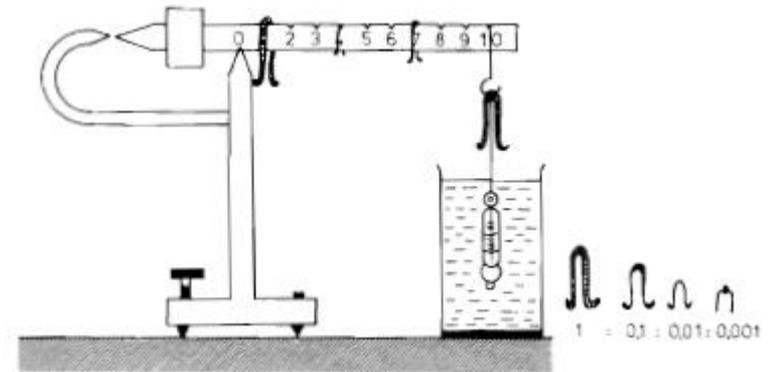
Gewicht in Flüssigkeit

Einsetzen

$$\rho = \frac{G}{G - G_{Flü}} \rho_{Flü}$$

Bei Festkörpern:
Messung von „Gewicht“
außerhalb und in
Flüssigkeit bekannter
Dichte

z.B. Mohrsche Waage



Bei Flüssigkeiten
umgekehrt:

Eintauchen eines Festkörpers bekannter Dichte und
Messung des verdrängten Volumens der Flüssigkeit

Äräometer, Tauch- oder Senkspindel
(z.B. zur Best. des „Mostgewichts“)

2.5 aus gkg ... pharm. Prüf.

2.5 Mechanik bewegter Flüssigkeiten und Gase (Fluide)

2.5.1 Kontinuitätsbedingung: Prinzip, Anwendung auf Massen-, Stoffmengen- und Volumenstrom

2.5.2 Bernoulli'sche Beziehung: Grundzüge, Begriff des Staudrucks

2.5.3 Viskosität: Begriff der dynamischen Viskosität; Temperaturabhängigkeit (qualitativ); Charakteristik einer Newton'schen Flüssigkeit

2.5.4 Strömungswiderstand: Definition als Druckdifferenz/Volumenstrom; Strömungsleitwert; Druckdifferenz-Volumenstrom-Diagramm; Serien- und Parallelschaltung von Rohrleitungen, Analogie zu Kirchhoff'schen Regeln (s.a. 4.3.3)

2.5.5 Hagen-Poiseuille'sches Gesetz: Anwendungsvoraussetzungen: laminare Strömung, Newton'sche Flüssigkeit; Zusammenhang mit Abmessungen, Druckdifferenz und Viskosität; Anwendung beim Kapillarviskosimeter

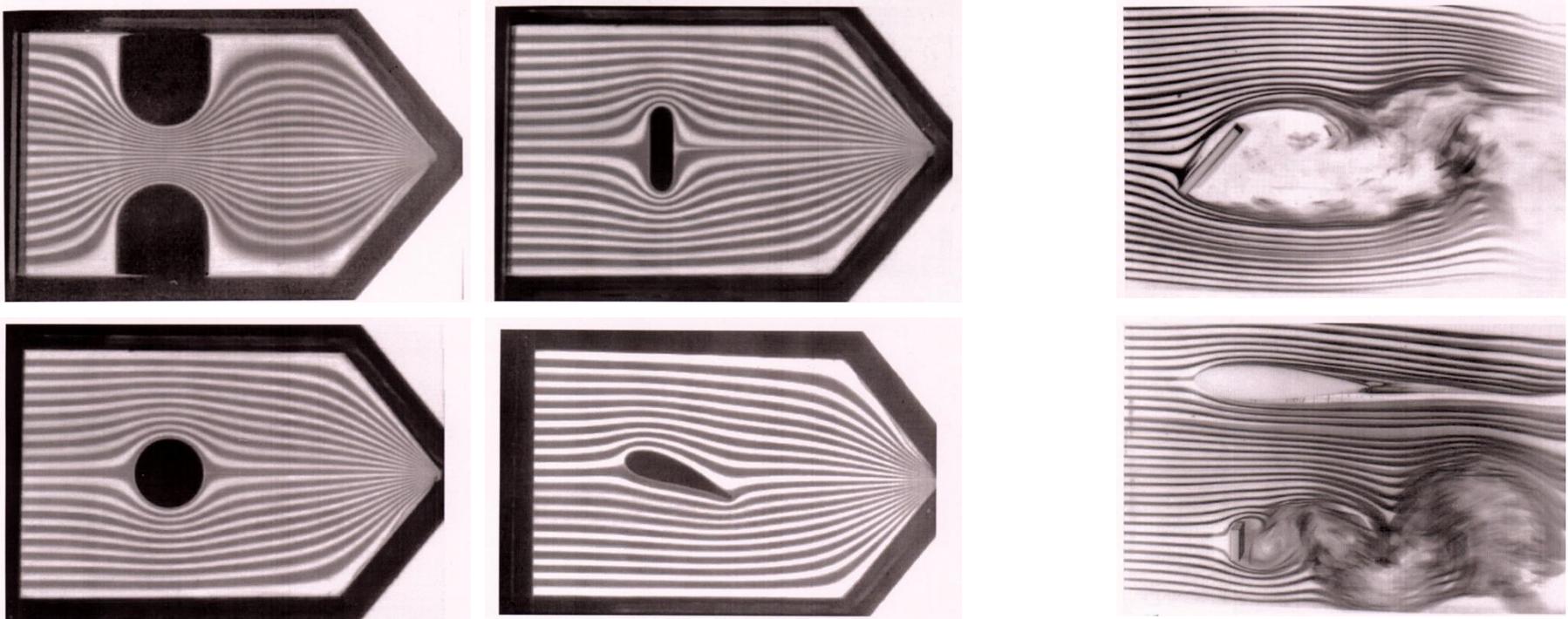
2.5.6 Stokes'sche Beziehung: Zusammenhang zwischen Abmessungen, Geschwindigkeit und Reibungskraft einer sinkenden Kugel

2.5.7 Sedimentation: Sedimentation im Schwerfeld; Wirkung der Zentrifuge (s.a. 2.2.5)

Hydrodynamik

laminare Strömung

turbulente Strömung



Reynoldszahl = Beschleunigungsarbeit / Reibungsarbeit

Turbulenzen ab $R_{e,krit}$ von etwa 1100 (noch ein bißchen abhängig z.B. von Oberflächeneigenschaften)

$$R_e < R_{e,krit} = \frac{v_{krit} \rho r}{\eta}$$

$$R_e > R_{e,krit}$$

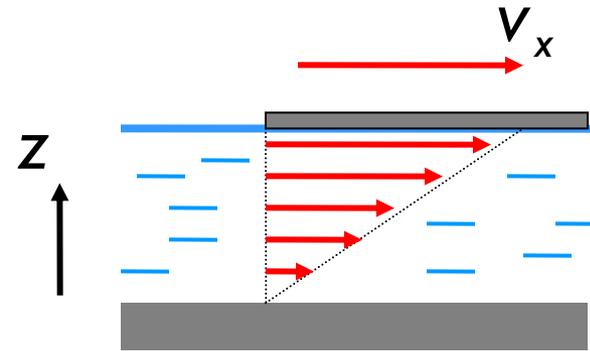
laminar

turbulent

für Rohr mit Radius r

Viskosität 1

Laminares Strömungsprofil
bei einer bewegten Platte



Die Newtonsche Gleichung verknüpft die Viskosität η mit einer tangential angreifenden (inneren) Reibungskraft

$$F = \eta \cdot A \frac{dv_x}{dz}$$

Einheit der Viskosität: $[\eta] = 1 \text{ Pa} \cdot \text{s} = 1 \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2 = 1 \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s})$
veraltet (cgs): Poise mit $1 \text{ P} = 10^{-1} \text{ Pa s} = 1 \text{ g}/(\text{cm s})$

„ideale Flüssigkeiten“:

Viskosität $\eta = 0$

Newtonsche Flüssigkeiten:

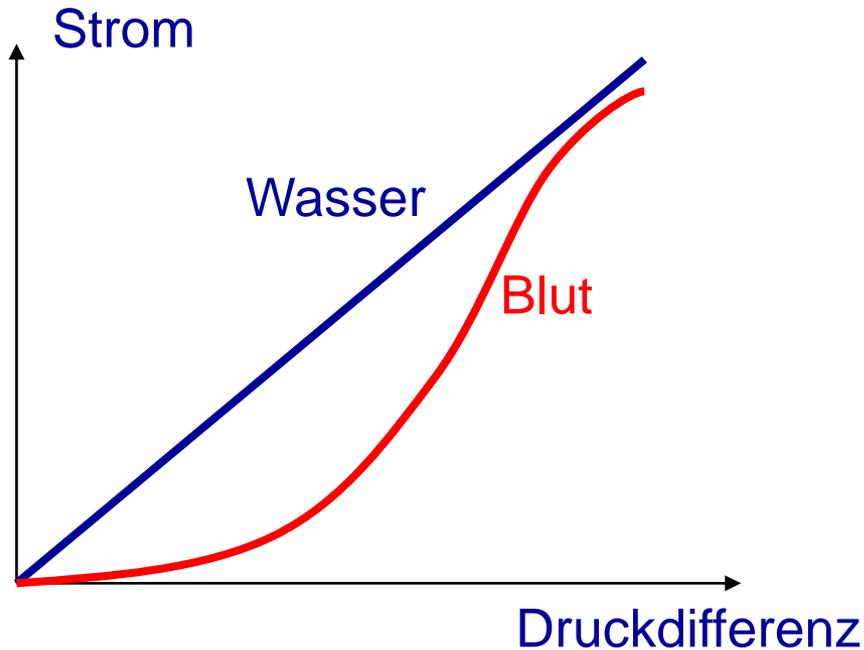
$\eta = \text{const.}$

Viskosität 2

Newtonsche Flüssigkeiten: Viskosität $\eta = \text{const.}$ (Wasser, Hg, Öl)

Nicht-Newtonsche Flüssigkeiten:

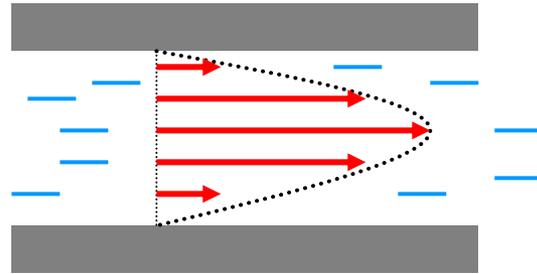
Viskosität η abhängig von
Strömungsgeschwindigkeit v
(Erythrozyten, Blut)



Substanz	η in Pa s
Öle	um 1
Glyzerin	0.83
Blut (w), Mittelwert	0.0044
Blut (m) Mittelwert	0.0047
Hg	0.0015
Wasser	0.001
Luft	0.000018

Hagen-Poiseuille

Laminares Strömungsprofil
in einem Rohr



Volumenstrom = Transportiertes Flüssigkeitsvolumen
pro Zeit

$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Hagen-Poiseuillesches Gesetz:

Laminarer Volumenstrom durch ein Rohr:

$$I = \frac{dV}{dt} = \frac{\pi r^4}{8 \eta l} \Delta p$$

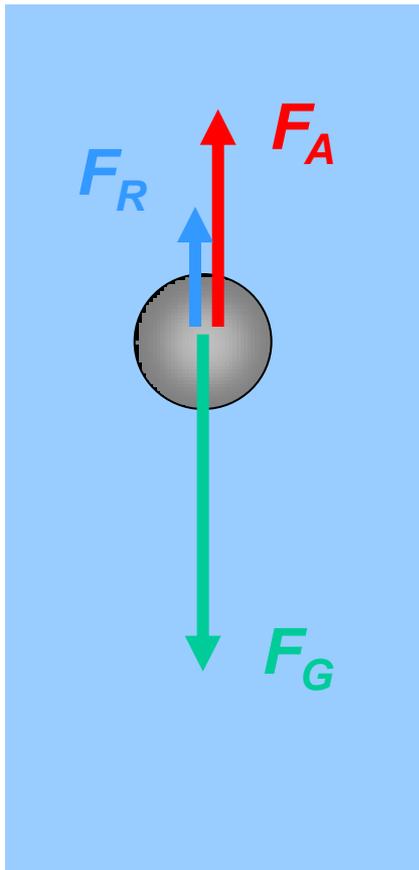
$$I = \frac{\pi r^4}{8 \eta l} \Delta p = \frac{\Delta p}{R} \quad \Rightarrow \text{Strömungswiderstand} \quad R = \frac{\Delta p}{I}$$

Reihenschaltung (Serien-, hintereinander) von Röhren: $R_{ges} = R_1 + R_2 + \dots$

Parallelschaltung von Röhren: $\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots$ (Vgl. bei elektr. Strömen: Kirchhoffsche Regeln)

Sedimentation

Konstante Sinkgeschwindigkeit (von Kugeln in Flüssigkeiten),
d.h. Körper im Kräftegleichgewicht:



$$F_G = F_A + F_R \quad \leftarrow \text{Stokes}$$

$$\frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{Kugel} g = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{Flüssigkeit} g + 6\pi\eta v r$$

Sinkgeschwindigkeit

$$v_s = 2r^2 (\rho_{Kugel} - \rho_{Flüssigkeit}) \frac{g}{9\eta}$$

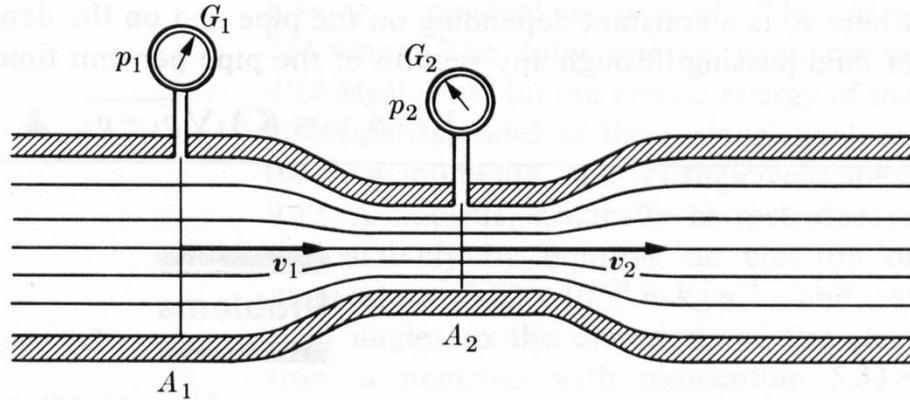
Bei „Ultrazentrifugen“
 $a \geq 100\,000\text{ g}$

Kontinuitätsgleichung, Bernoulli

$$I = \frac{dV}{dt} = \text{const}$$

→ $A \cdot v = \text{const.}$

Kontinuitätsgleichung



An einer Engstelle ist die Strömungsgeschwindigkeit hoch. Energieerhaltung:

$$pV + \frac{m}{2} v^2 = pV + \frac{\rho}{2} V v^2 = \text{const}$$

daraus folgt:

Bernoulli-Gleichung

$$p + \frac{\rho}{2} v^2 = \text{const}$$

↑
statischer Druck

↑
dynamischer Druck

Staudruck

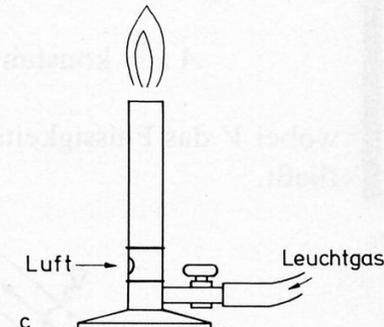
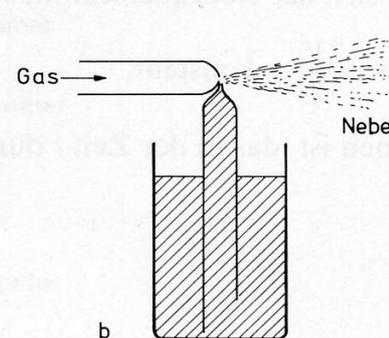
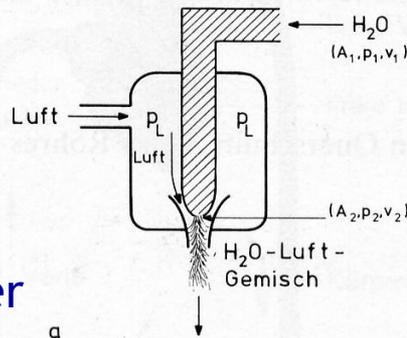


Abb. 5.29 (a) Wasserstrahlpumpe, (b) Zerstäuber, (c) Bunsenbrenner.

Bernoulli-Gleichung

$$p + \rho g h + \frac{\rho}{2} v^2 = \text{const}$$

↑ ↑ ↑ ↑
 Staudruck
 Schweredruck

An der Engstelle einer Strömung ist der Druck vermindert.

Statischer Druck

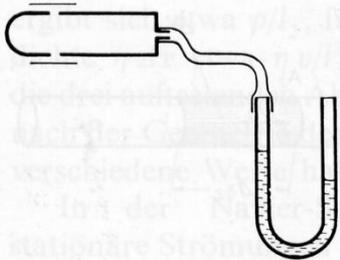


Abb. 3.51. Manometer zur Messung des statischen Druckes p in einem strömenden Gas

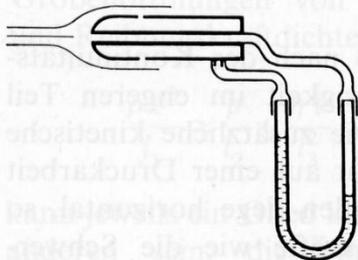
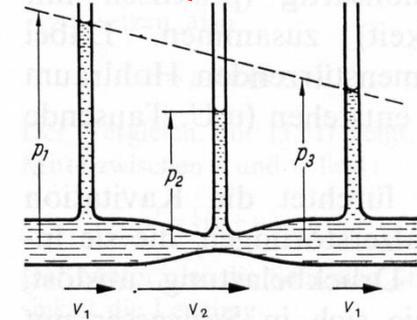
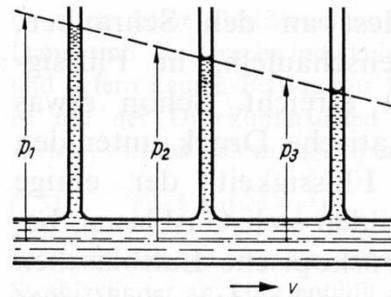
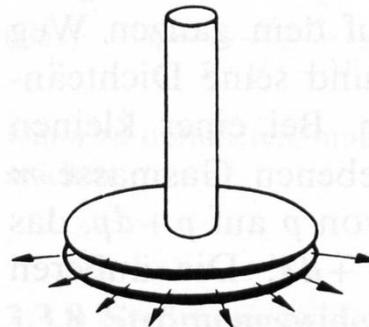


Abb. 3.52. Prandtl'sches Staurohr. $\frac{1}{2} \rho v^2 = p_0 - p$ ist gleich der Druckdifferenz der Flüssigkeitssäulen im Manometer

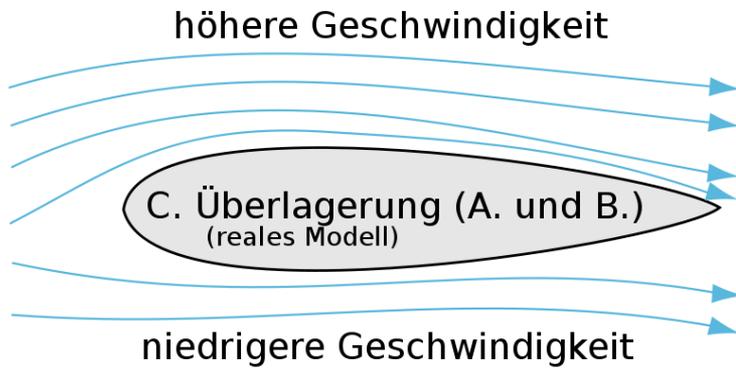


durchströmtes Rohr ohne und mit Einschnürung



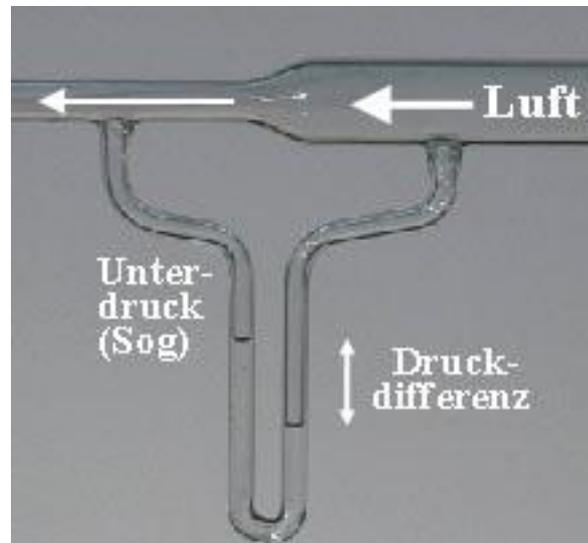
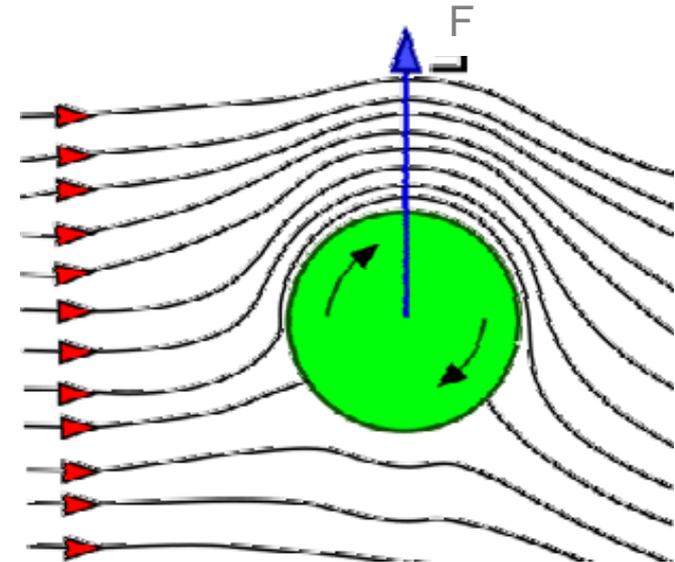
hydrodynamisches Paradoxon

Bernoulli-Gleichung



„Tragflächen“ und
Propellerantrieb

Versuch mit Styropor-Ball



rückstellende
Kraft bei
Seitwärts-
bewegung

2.6 aus gkg ... pharm. Prüf.

2.6 Grenzflächeneffekte

2.6.1 Grenzflächenspannung: Oberflächenspannung, Darstellung als Flächendichte der Grenzflächenenergie und als Kraft pro Länge an einer Berandung; Temperaturabhängigkeit (qualitativ); Wirkung von Tensiden

2.6.2 Zwischenmolekulare Kräfte: Zusammenhang mit Grenzflächeneffekten (qualitativ), Kohäsion, Adhäsion, Benetzung, Spreitung, Adsorption, Desorption, Adsorptions- und Desorptionswärme

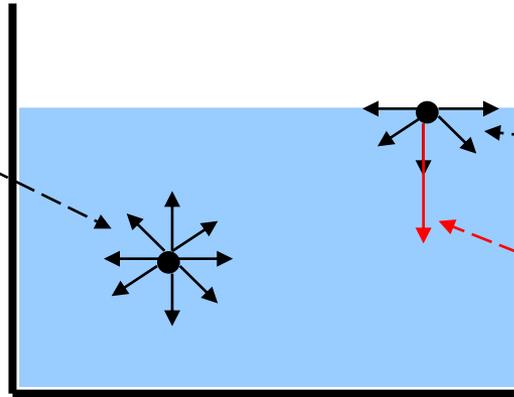
2.6.3 Grenzflächeneffekte flüssig/fest: Kapillarität, Zusammenhang von Aszension oder Depression mit Oberflächen- und Grenzflächenenergie, Randwinkel (Benetzungswinkel) und seine Abhängigkeiten (qualitativ)

2.6.4 Bestimmung der Grenzflächenspannung: Abreißmethode (Tensiometer), Stalagmometer, Kapillarmethode

2.6.5 Adsorption an festen Grenzflächen: Feststoff/Gas-Grenzfläche, Feststoff/Flüssigkeit-Grenzfläche, Adsorptionsisothermen: Langmuir, Freundlich (qualitativ); Chromatographie (s. PhAna 13), Bestimmung spezifischer Oberflächen, z.B. an Suspensionen

Oberflächenspannung σ

anziehende Kräfte
von Nachbarpartikeln
im Volumen



anziehende Kräfte
von Nachbarpartikeln
an der Oberfläche

resultierende Kraft

Änderung der Oberflächenenergie
durch Änderung der Oberfläche

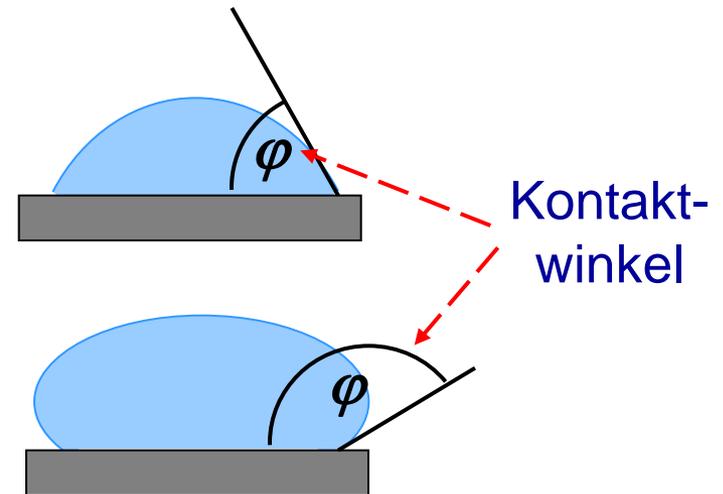
$$\sigma = \frac{\Delta E_{\text{ob}}}{\Delta A}, \quad [\sigma] = \text{J/m}^2$$

Kohäsion: zwischen gleichartigen Molekülen

Adhäsion: zwischen verschiedenen Molekülen

benetzende Flüssigkeiten: Adhäsion > Kohäsion
 $\varphi < 90^\circ$

nicht-benetzende Flüssigk.: Kohäsion > Adhäsion
 $\varphi > 90^\circ$



Kapillarität/Normaltropfenzähler

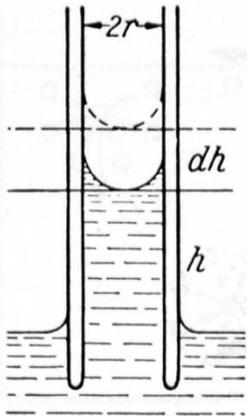


Abb. 3.26. Steighöhe einer benetzenden Flüssigkeit in einem engen Rohr

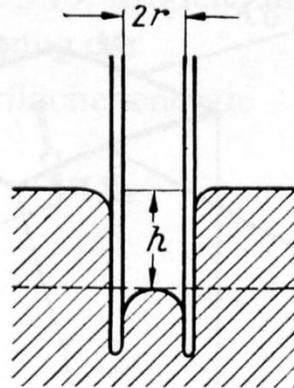


Abb. 3.27. Kapillardepression für eine nicht-benetzende Flüssigkeit

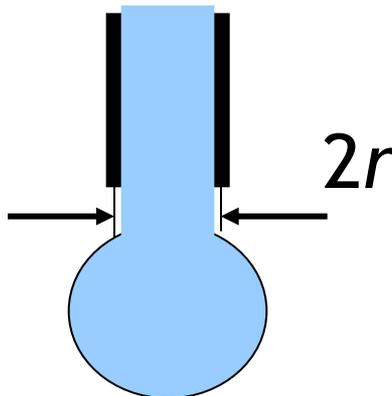
Steighöhe h (Meniskus):

$$h = \frac{2\pi r \sigma \cos \varphi}{\pi r^2 \rho_{\text{Flü}} g} \approx \frac{2\sigma}{r \rho_{\text{Flü}} g}$$

für Kontaktwinkel 0°
(vollst. benetzend)

$\rho_{\text{Flü}}$: Dichte der Flüssigkeit

Normaltropfenzähler
(Stalagmometer):



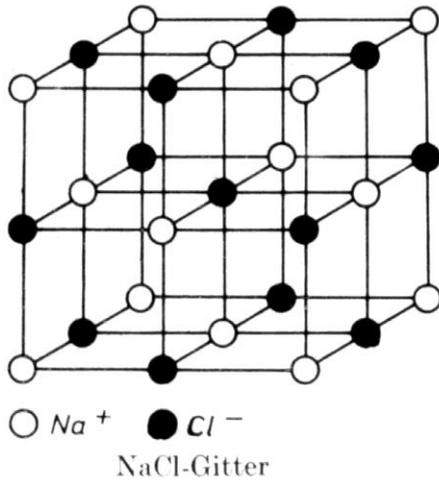
Tropfen reißt ab, wenn
Schwerkraft = Kraft aufgrund der Oberflächenspannung

$$mg = 2\pi r \sigma$$

$$\rightarrow m = \rho V = \frac{2\pi r \sigma}{g}$$

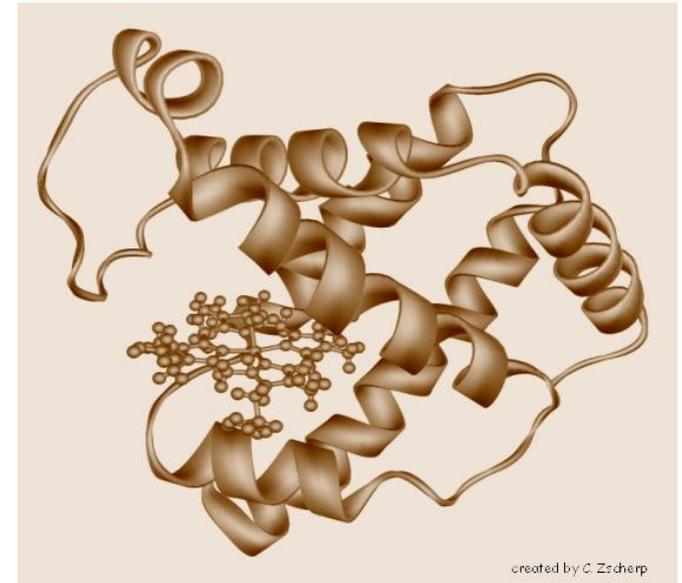
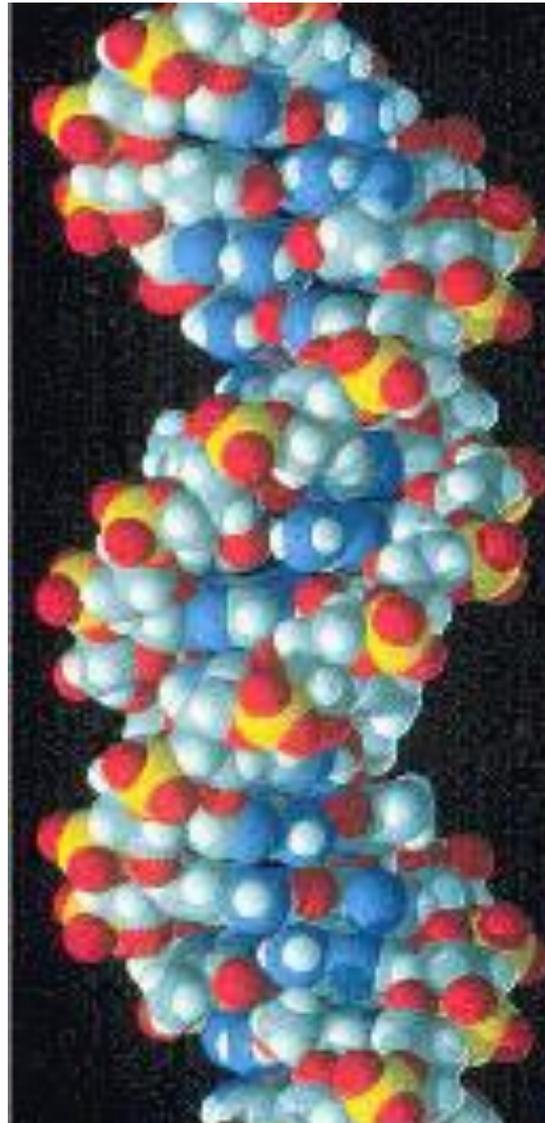
Vorsicht:
 σ ist i. Allg. temperaturabh.

Mechanische Eigenschaften von Stoffen



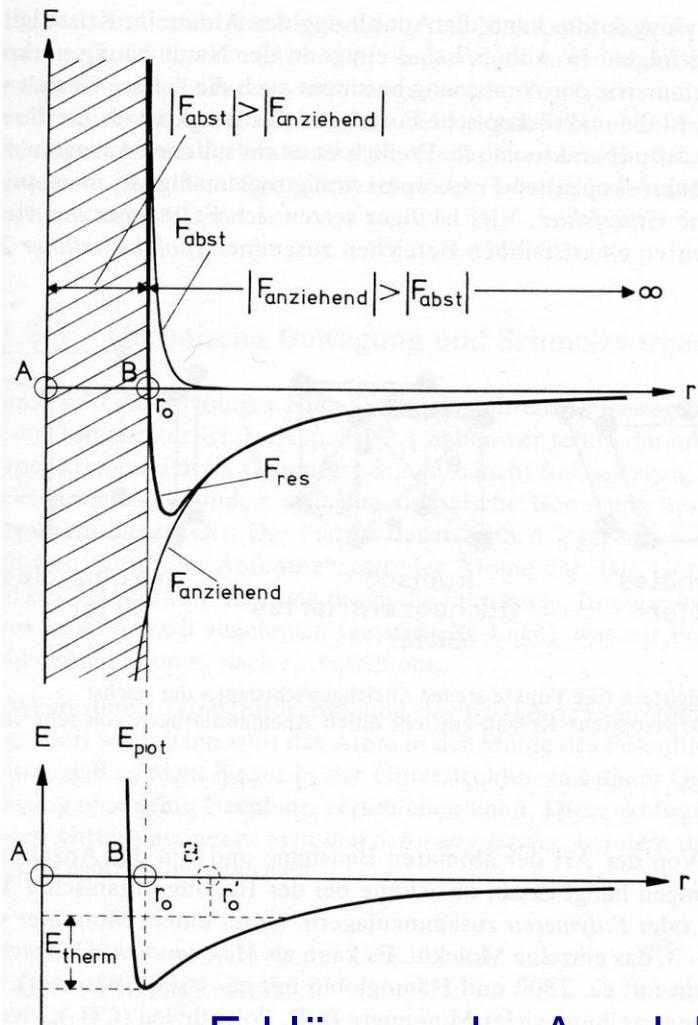
Einfacher,
periodischer Aufbau
des NaCl-Kristalls

Doppelhelix-
struktur der
DNS

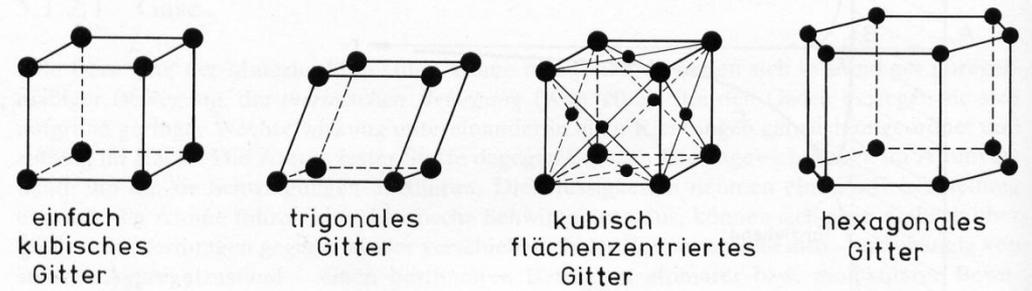


Myoglobin

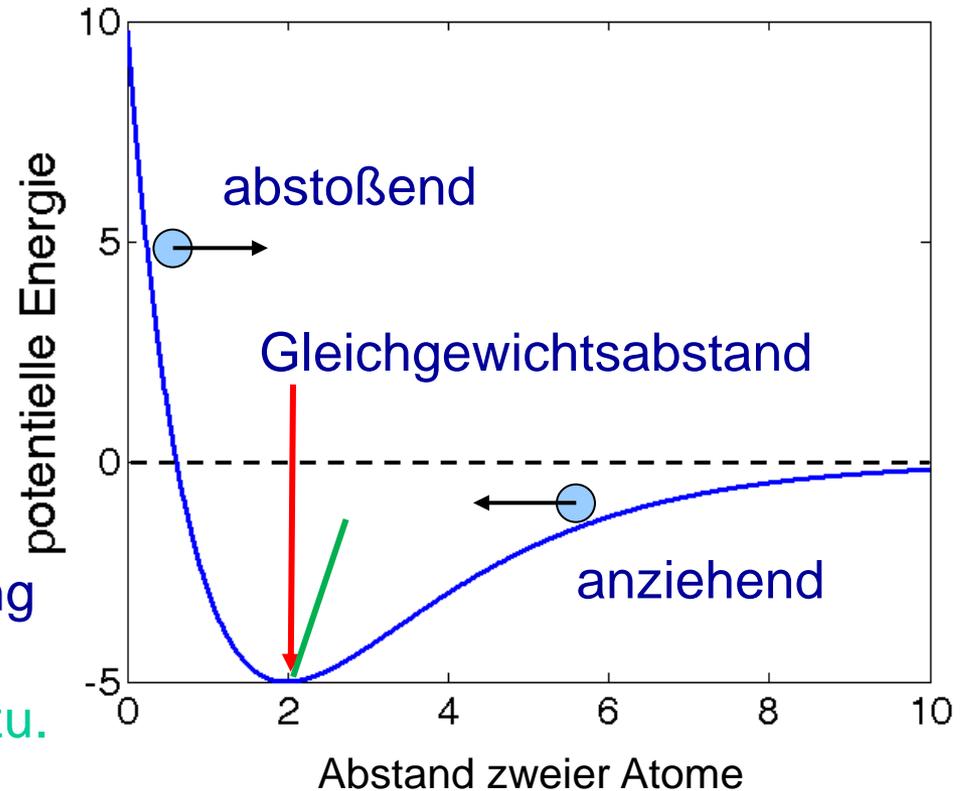
Festkörper



Erklärung der Ausdehnung
bei Temperaturzunahme:
Mittlerer Abstand nimmt zu.



Geordnete Strukturen von Festkörpern
(ungeordnet = „amorph“)



Aggregatzustände

	Festkörper	Flüssigkeit	Gas	Plasma
Struktur	Struktur	Nahordnung	keine	keine
Formbeständigkeit	ja	schwach	keine	keine
Energie	$E_{th} \ll E_{\text{Bindung}}$	$E_{th} \sim E_{\text{Bindung}}$	$E_{th} > E_{\text{Bindung}}$	$E_{th} \gg E_{\text{bindung}}$



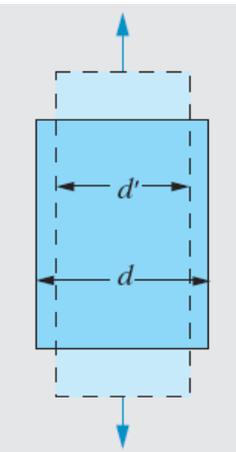
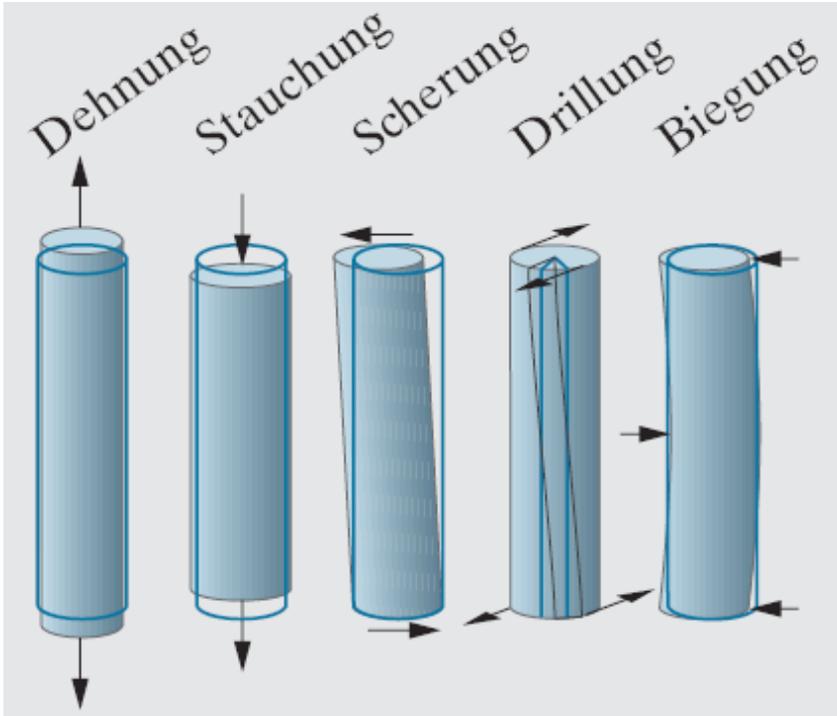
T=300 K

T=100.000 K

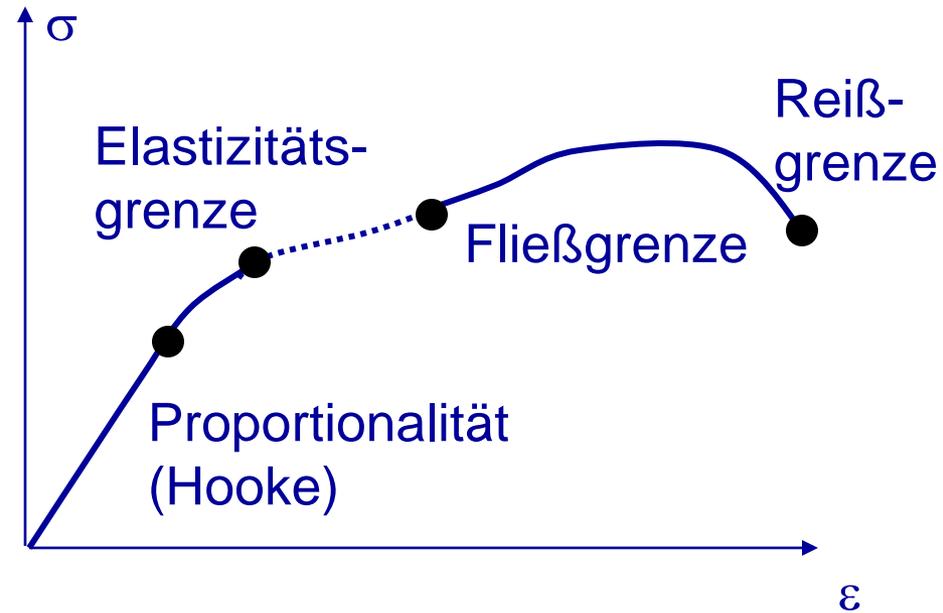
Man spricht auch von verschiedenen Zustandsformen oder „Phasen“ der Materie. Dies ist aber ein allgemeinerer Begriff.

Deformationen, Dehnung

Deformationstypen:



Querkontraktion bei elastischer Dehnung



Hookesches Gesetz:

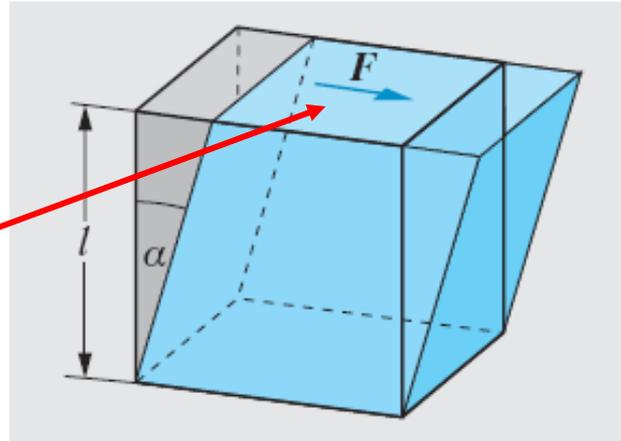
Die Spannung $\sigma = F/A$ ist der Dehnung $\epsilon = \Delta l/l$ proportional

$$\sigma = E \cdot \epsilon \quad \epsilon = \frac{1}{E} \sigma$$

E ist der Elastizitätsmodul.

Scherung und Torsion

Scherung:
Kraft F
parallel zur
Fläche A



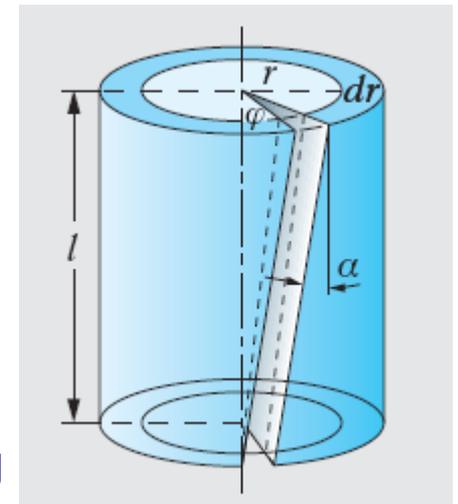
Hookesches Gesetz für Scherung:

Die Schubspannung $\tau = F/A^2$ ist proportional zum Winkel α

$$\tau = G \cdot \alpha$$

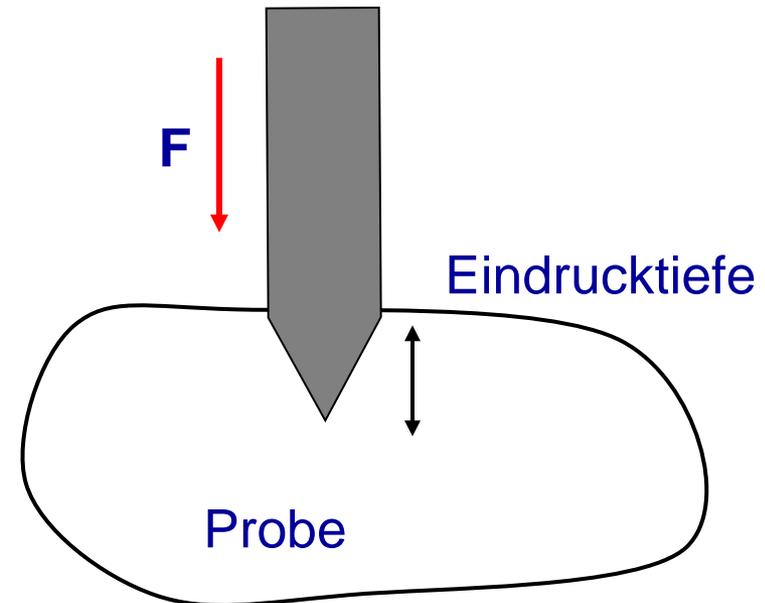
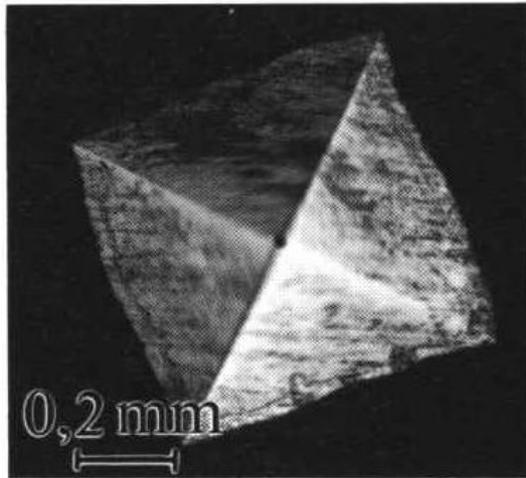
G ist der Schub- oder Scherungsmodul.

Beschreibung der Torsion
analog zur Scherung



Härte

Härte: Widerstand eines Körpers gegen Eindringen eines Probekörpers



Mikrohärteprüfung nach Vickers:

Diamantpyramide mit quadratischer Grundfläche

Man misst unter dem Mikroskop die Länge der Diagonale

$HV = 0.1891 \frac{F}{d^2}$ (in N/mm^2)

Alternativ z.B. **Härteprüfung nach Brinell**

durch Eindrücken mit Hartmetallkugel

oder **Härteprüfung nach Mohs** durch „Ritzen“: von Talk 1 bis Diamant (10)

Ende des Mechanik-Teils der Vorlesung

**Aber nicht Ende
der verschiedenen Aspekte
der Mechanik
und ihrer Anwendungen!**

=> Siehe Lehrbücher