Übungen zur Physik für Human- und Zahnmediziner, Geologen, Pharmazeuten

WS 13/14, Blatt 10 **Besprechung: in der folgenden Übung**

Aufgabe 1: Bei der Beschreibung von Wechselstromkreisen haben sich komplexe Zahlen bewährt, es geht aber (mit etwas Mühe) auch ohne, wie hier am Beispiel eines Reihenschwingkreises gezeigt werden soll.

Aus dem Bild folgt (Maschenregel): $U_R + U_L + U_C = 0$. Zum Zeitpunkt t=0 soll der Kondensator auf die Spannung U_0 aufgeladen sein (spielt hier aber keine Rolle). Für die Spannungen an den einzelnen Elementen gelten folgende Beziehungen zum Strom:

$U_R = RI$, $U_L = L\frac{dI}{dt}$ und $U_C = \frac{1}{C}\int I\,dt$. Damit liefert die Maschenregel:

$RI + L\frac{dI}{dt} + \frac{1}{C}\int I\,dt = 0$. Um das Integral loszuwerden, leiten wir diese einmal ab, außerdem

teilen wir durch L. Dies ergibt folgende Differentialgleichung für den Reihenschwingkreis:

$\frac{d^2 I}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dI}{dt} + \frac{1}{LC} I = 0$. Diese Gleichung kennen Sie aus der Mechanik (gedämpfter Oszillator).

Eine mögliche Lösung lautet:

$I(t) = I_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi)$, mit der Dämpfungskonstante δ , der Kreisfrequenz ω und der

Phase φ .

Zeigen Sie durch Einsetzen, dass I(t) die obige Differentialgleichung für den gedämpften Oszillator löst,

wenn $2\delta = \frac{R}{L}$ und $\frac{1}{LC} = \omega^2 + \delta^2$ gilt.

Hinweis: als Zwischenergebnisse erhalten Sie für die erste und zweite Ableitung (Produktregel):

$$\frac{dI}{dt} = -\delta I_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi) - \omega I_0 e^{-\delta t}\sin(\omega t + \varphi) \quad \text{und}$$

$$\frac{d^2 I}{dt^2} = (\delta^2 - \omega^2) I_0 e^{-\delta t}\cos(\omega t + \varphi) + 2\delta\omega I_0 e^{-\delta t}\sin(\omega t + \varphi)$$

Schöne Feiertage!