

# Übersicht gkg ... pharm. Prüf.

---

## Einführung

### 1 Allgemeines

### 2 Mechanik

### 3 Wärmelehre

### 4 Elektrizität und Magnetismus

### 5 Optik

### 6 Schwingungen und Wellen

### 7 Atomistische Struktur der Materie

### (8 Grundlagen der Arzneiformenlehre)

### 6 Schwingungen und Wellen

#### 6.1 Allgemeines über Schwingungen

**6.1.1 Darstellung:** Darstellung harmonischer Schwingungsvorgänge (quantitativ, s.a. 2.1.4)

**6.1.2 Schwingungsenergie:** Periodischer Wechsel zwischen verschiedenen Energieformen am Beispiel Federpendel und elektrischer Schwingkreis (s.a. 2.3.2 und 4.7.4)

**6.1.3 Schwingungsfähige Systeme:** Eigenfrequenz von elektrischem Schwingkreis (s.a. 4.7.4) und Federpendel (s.a. 2.3.2), Resonanz schwingungsfähiger Systeme

**6.1.4 Gedämpfte Schwingungen:** Schematische Darstellung einfacher Einschwing- und Abklingvorgänge

# Nov. 2007 - Experimente

---

Geplante Experimente:

– Schwingungen

- Auslenkung eines Federpendels in Abhängigkeit von der Zeit (Diagramm-Darstellung mit Hilfe des Computers) bei geringer und starker Dämpfung
- ungedämpfte Schwingung eines mathematischen Pendels (Ausgleich der Dämpfung durch elektronische Schaltung)
- erzwungene Schwingungen
- Schwebung mit Luftsäulen
- gekoppelte Pendel

– Wellen

- Wellenmodelle (Transversal- und Longitudinalwellen)
- Versuche mit der Wellenwanne
- Dopplereffekt von Schallwellen
- stehende Seilwellen

# Periodische Vorgänge

## Nicht-periodische Vorgänge:

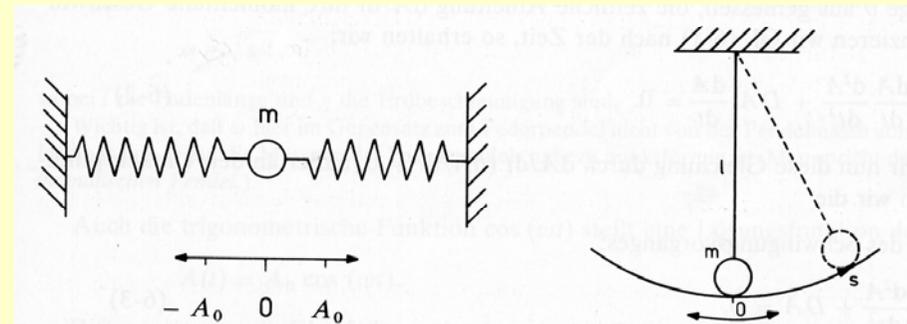
Einmalig (z.B. Aufprall) oder wiederholt aber unregelmäßig (statistische Verteilung, z.B. Prasseln von Hagelkörnern, radioaktiver Zerfall)

## Periodische Vorgänge

wiederholen sich nach einem Zeitintervall  $T$  immer wieder (z.B. Herzschlag, tropfender Wasserhahn)

## Harmonische Vorgänge:

Spezialfall der periodischen Vorgänge. Darstellung durch Sinus- bzw. Cosinus-Funktion (z.B: Saitenschwingung, Pendel)



Federpendel

Fadenpendel

**Schwingungen:** Periodische Vorgänge in einer Variablen, der Zeit

**Wellen:** Ausbreitung von Schwingungsvorgängen im Raum;  
dabei im Allg. Energietransport, aber kein Materietransport!

# Freie Schwingung

Impulsänderung = Reibungskraft + rücktreibende Kraft

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} = -\gamma \frac{ds}{dt} - ks$$

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} + \gamma \frac{ds}{dt} + m\omega_0^2 s = 0$$

Homogene  
Differentialgleichung

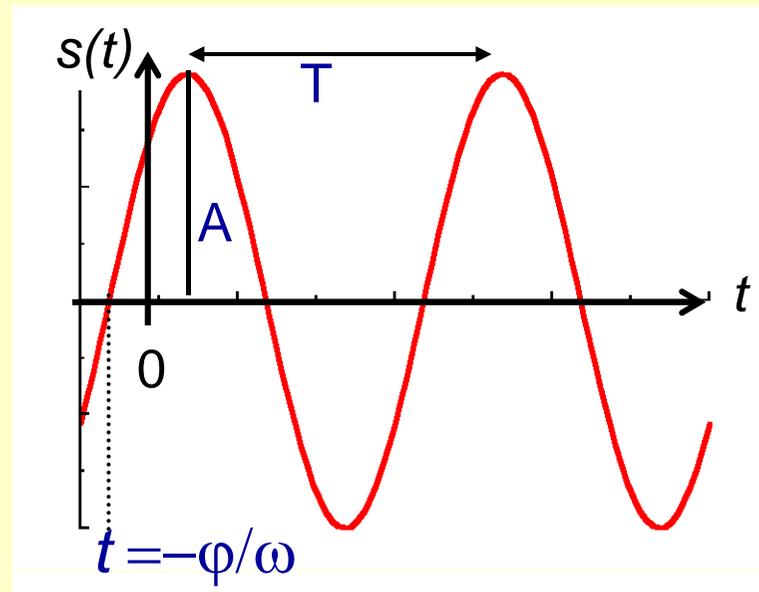
Lösung  
ohne Reibung ( $\gamma = 0$ ):

$$s(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega_0 = \sqrt{k/m}$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad v_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$



Charakterisiert durch: Amplitude,  
(Kreis-)Frequenz/Periode, (Anfangs)Phase

# Alternative Lösungsschreibweisen

Es war:  $s(t) = A \sin(\omega_0 t + \varphi) = A \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$

anders geschrieben:  $= A \cos(\omega_0 t + \varphi - \pi/2) = A \cos(\omega_0 t + \varphi')$

oder auch:  $= A_s \sin(\omega_0 t) + A_c \cos(\omega_0 t)$

wobei  $A = \sqrt{A_s^2 + A_c^2}$

## Zur Bedeutung der Amplitude A:

Betrachte Federpendel:

Dann ist A die Maximalauslenkung von der „Ruhelage“ des Pendels, d.h. die Position der Umkehrpunkte.

$A\omega_0$  die Maximalgeschwindigkeit (bei Nullpunktdurchgang).

Für die jeweils beteiligten Energien gilt:

$$\frac{k}{2} A^2 = \frac{m}{2} (A\omega_0)^2$$

in Übereinstimmung

mit

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

pot. Energie = kin. Energie

Beachte aber: zu jeweils unterschiedlichen Zeiten!

# Gedämpfte Schwingungen

Immer noch 
$$m \frac{d^2 s}{dt^2} + \gamma \frac{ds}{dt} + m \omega_0^2 s = 0$$

Jetzt aber mit Reibung ( $\gamma \neq 0$ ):

Lösung im Allg.: 
$$s(t) = A_0 e^{-\frac{\gamma}{2m}t} \sin(\omega t + \varphi) = A(t) \sin(\omega t + \varphi)$$

Auch die Amplitude ist jetzt eine Funktion der Zeit

$$A(t) = A_0 e^{-\frac{\gamma}{2m}t} = A_0 e^{-\delta t}$$

Abklingzeit  $1/\delta$

Logarithmisches Dekrement  $\delta T$

Die Frequenz verschiebt sich:

$$\omega = \sqrt{k/m - \gamma^2/4m^2}$$

$$= \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2} \neq \omega_0$$



Weitere Stichpunkte: Kriechfall, aperiodischer Grenzfall

$$\delta^2 \geq \omega_0^2$$

# Erzwungene Schwingung

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} + \gamma \frac{ds}{dt} + m \omega_0^2 s = 0$$

Reibung

Rückstellkraft

freie Schwingung,  
homog. Differentialgleichung

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} + \gamma \frac{ds}{dt} + m \omega_0^2 s = F(t)$$

im Allg. inhomog. Dgl. mit  
(äußerer) Kraft

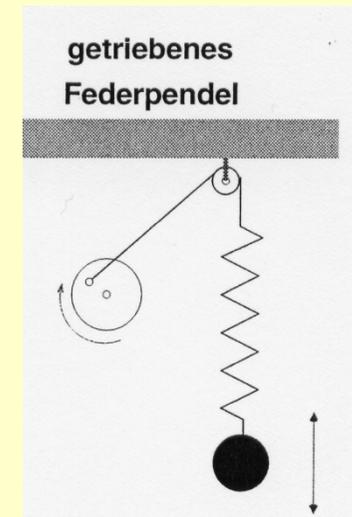
$$m \frac{d^2 s}{dt^2} + \gamma \frac{ds}{dt} + m \omega_0^2 s = F_0 \sin(\omega t)$$

Einfachster Fall:  
periodisch treibende Kraft  
 $\omega$  i.a. verschieden von  $\omega_0$

„Spezielle Lösung“  
der inhomog. Dgl.

$$s(t) = A(\omega) \sin(\omega t - \varphi)$$

Beispiel:



# Resonanz

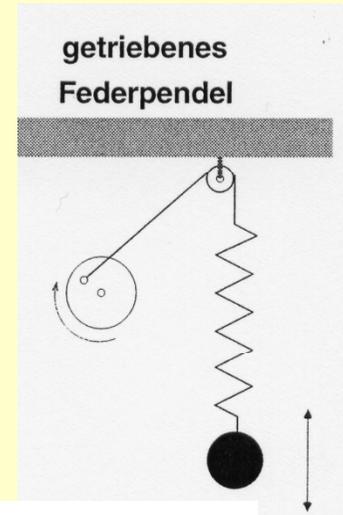
$$m \frac{d^2 s}{dt^2} + \gamma \frac{ds}{dt} + m \omega_0^2 s = F_0 \sin(\omega t)$$

Reibung

Rückstell-  
kraft

periodisch  
treibende Kraft

erzwungene  
Schwingung

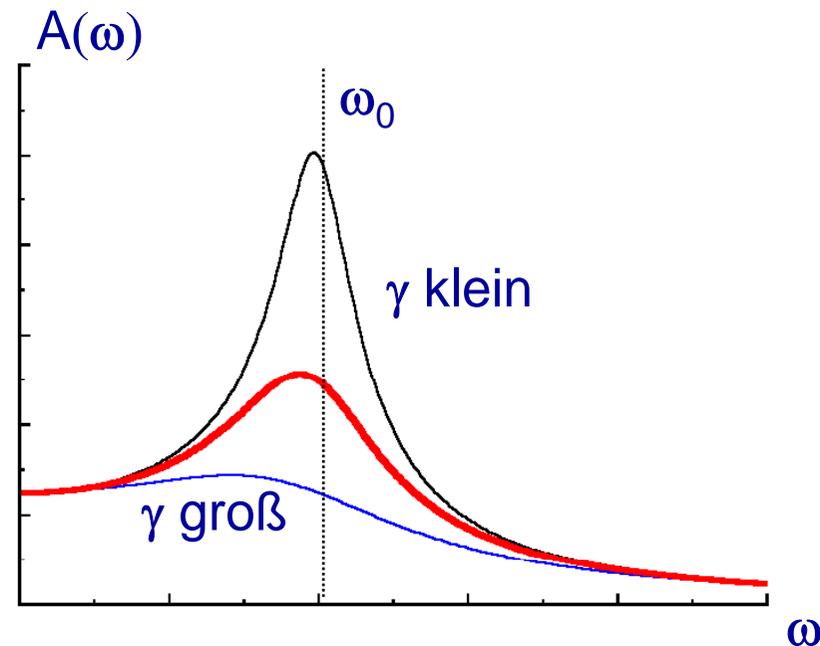


$$s(t) = A(\omega) \sin(\omega t - \varphi)$$

$$A(\omega) = \frac{F_0}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\delta\omega)^2}}$$

$\omega$  ist Frequenz der treibenden Kraft, daher erzwungene Schwingung.

Resonanz („Mit-Tönen“) heißt, dass bei der Anregung die „Eigenfrequenz“ getroffen wurde.



# Amplitude und Phase

Lösung für erzwungene Schwingung

$$s(t) = A(\omega) \sin(\omega t - \varphi)$$

Amplitude

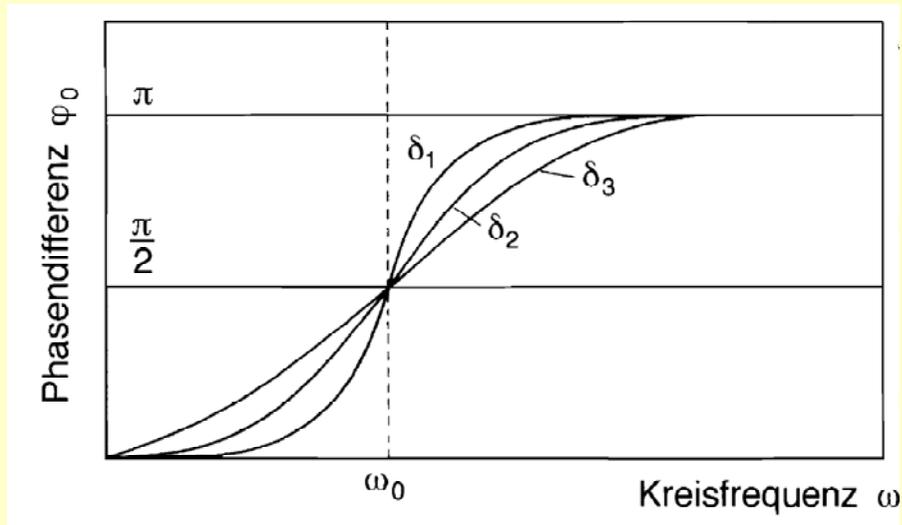
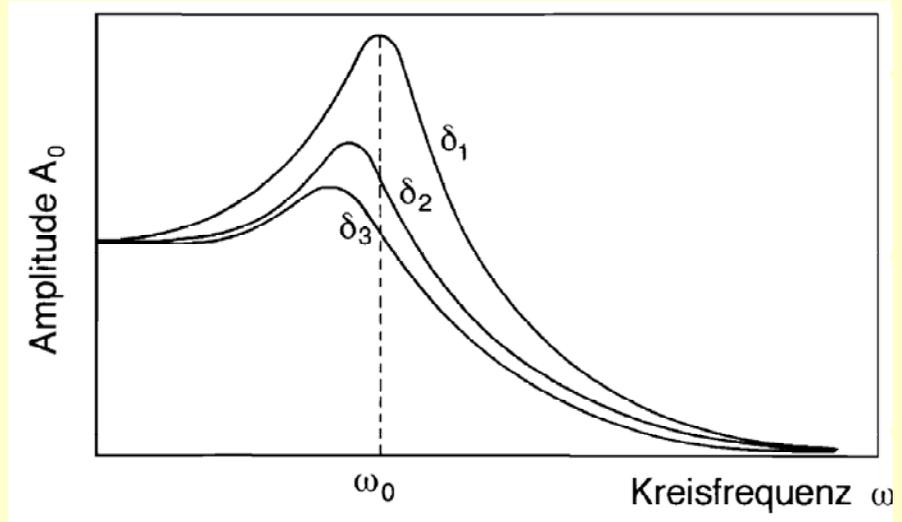
$$A(\omega) = \frac{F_0}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\delta\omega)^2}}$$

mit Resonanzfrequenz  
(d.h. Maximum der Amplitude bei)

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$$

Phase

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$



# Einschwing- und Abklingvorgänge

---

Lösungen der homog. Dgl.

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} + \gamma \frac{ds}{dt} + m \omega_0^2 s = 0$$

sind automatisch auch Lösungen jeder inhomog. Dgl.

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} + \gamma \frac{ds}{dt} + m \omega_0^2 s = F(t)$$

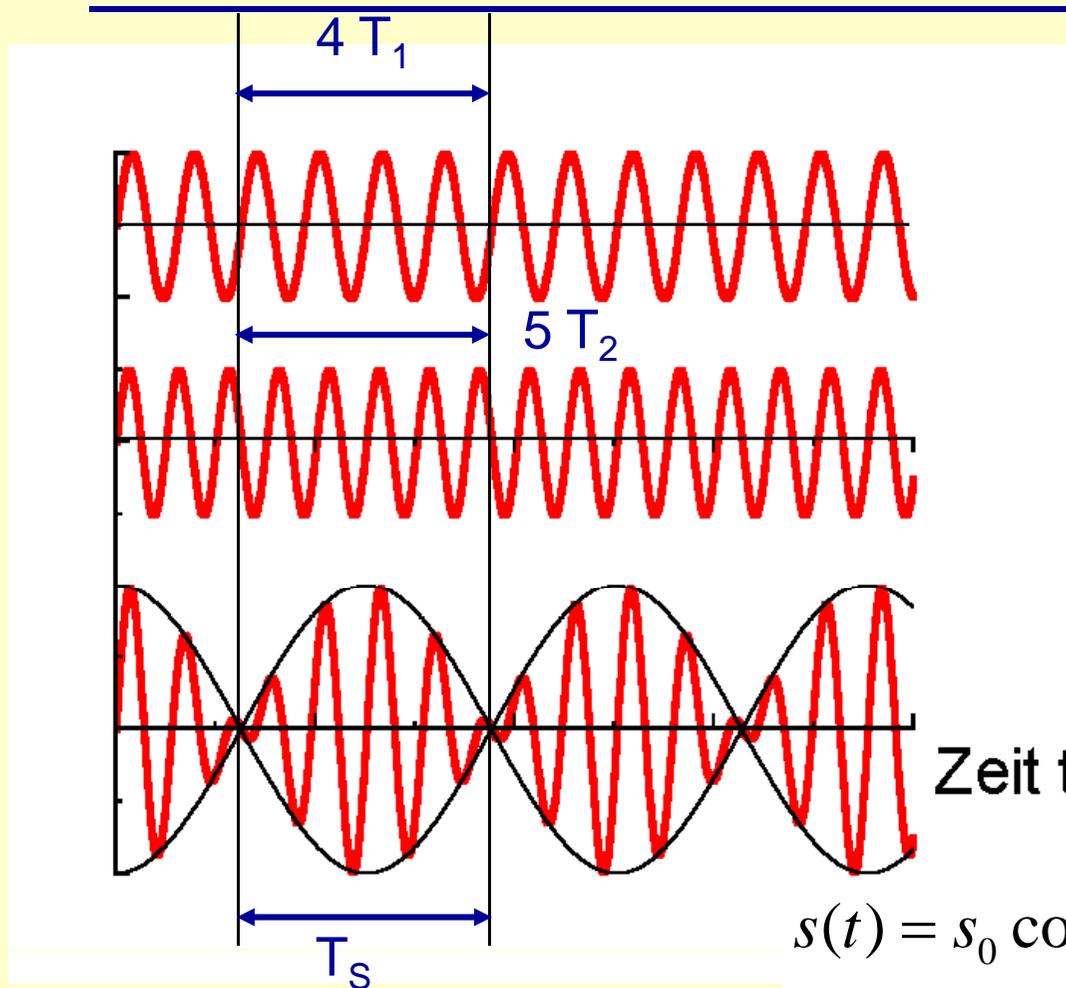
also auch der speziellen mit harmonischen antreibenden Kräften:

$$m \frac{d^2 s}{dt^2} + \gamma \frac{ds}{dt} + m \omega_0^2 s = F_0 \sin(\omega t)$$

Die Lösungen der homog. Dgl. klingen allerdings aufgrund des Dämpfungsterms mit der Zeit ab, während die speziellen Lösungen der inhomog. Dgl. eine konstante Amplitude beitragen.

Damit „gewinnt“ auf die Dauer die spezielle Lösung. Im Zusammenhang mit dem An- bzw. Ausschalten von treibenden Kräften spricht man von „Einschwing- und Abklingvorgängen“.

# Schwebung



Überlagerung  
zweier Schwingungen

Einfachster Fall:

- gleiche Amplitude
- verschiedene Frequenzen

$$s_1(t) = s_0 \cos(\omega_1 t)$$

$$s_2(t) = s_0 \cos(\omega_2 t)$$

Oft (vor allem bei  
kleinen Amplituden)  
gilt das Superpositionsprinzip

$$s(t) = s_0 \cos(\omega_1 t) + s_0 \cos(\omega_2 t)$$

$$= 2s_0 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$$

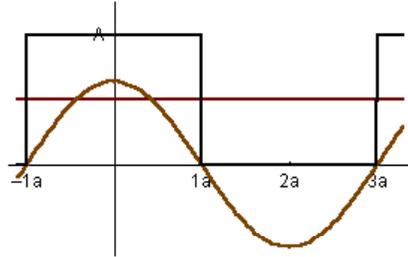
trigonometrische  
Additionstheoreme

„Differenz-  
frequenz“

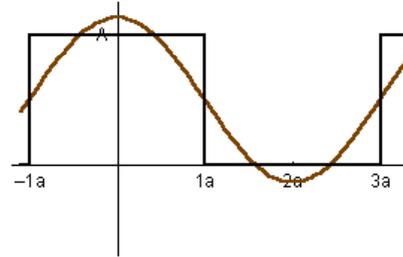
„Summen-  
frequenz“

# Fourier-Theorem

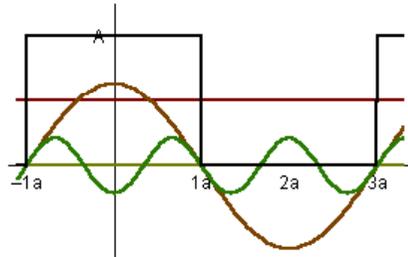
Einzelne Summanden bis zur Ordnung 1



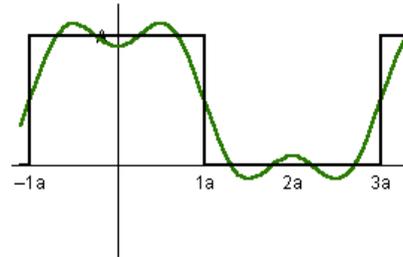
Überlagerung



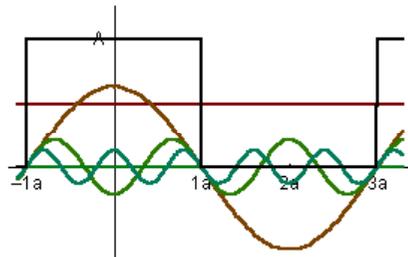
Einzelne Summanden bis zur Ordnung 3



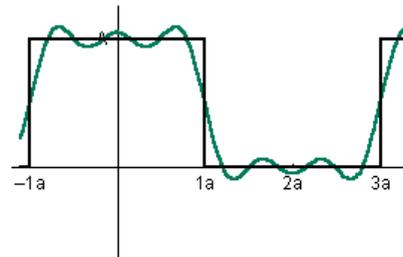
Überlagerung



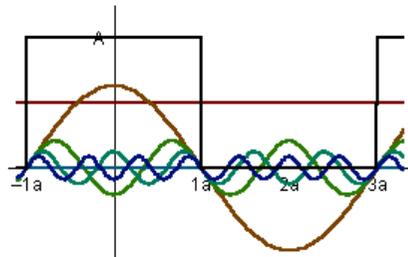
Einzelne Summanden bis zur Ordnung 5



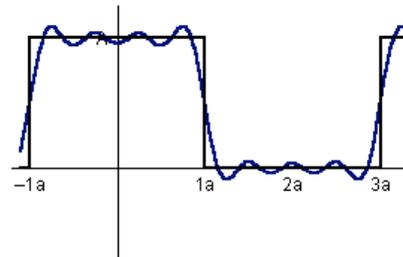
Überlagerung



Einzelne Summanden bis zur Ordnung 7



Überlagerung



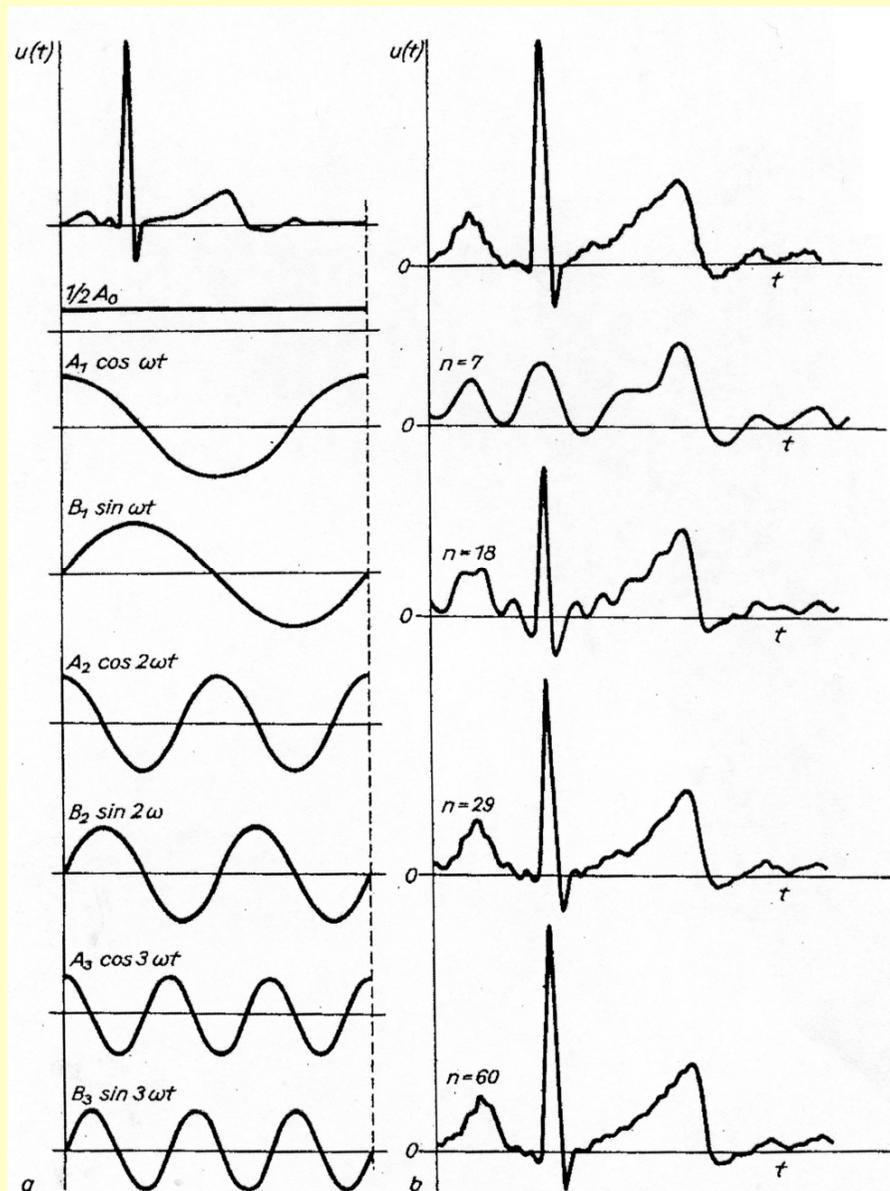
**Fouriersches Theorem:**  
Jede beliebige periodische Funktion  $s(t)$  lässt sich in eine Summe von Sinus- und Cosinus-Funktionen zerlegen:

$$s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$



1768-1830

# Fourier-Zerlegung EKG



a Original-EKG und die ersten FOURIER-Komponenten; b Annäherung eines EKG durch die Summenkurven der ersten 7, 18, 29 und 60 FOURIER-Komponenten. Etwa 30 FOURIER-Komponenten genügen, um das EKG im wesentlichen darzustellen. Bei 100 Komponenten gehen die Abweichungen in der Strichstärke unter (nach KNEPPO)

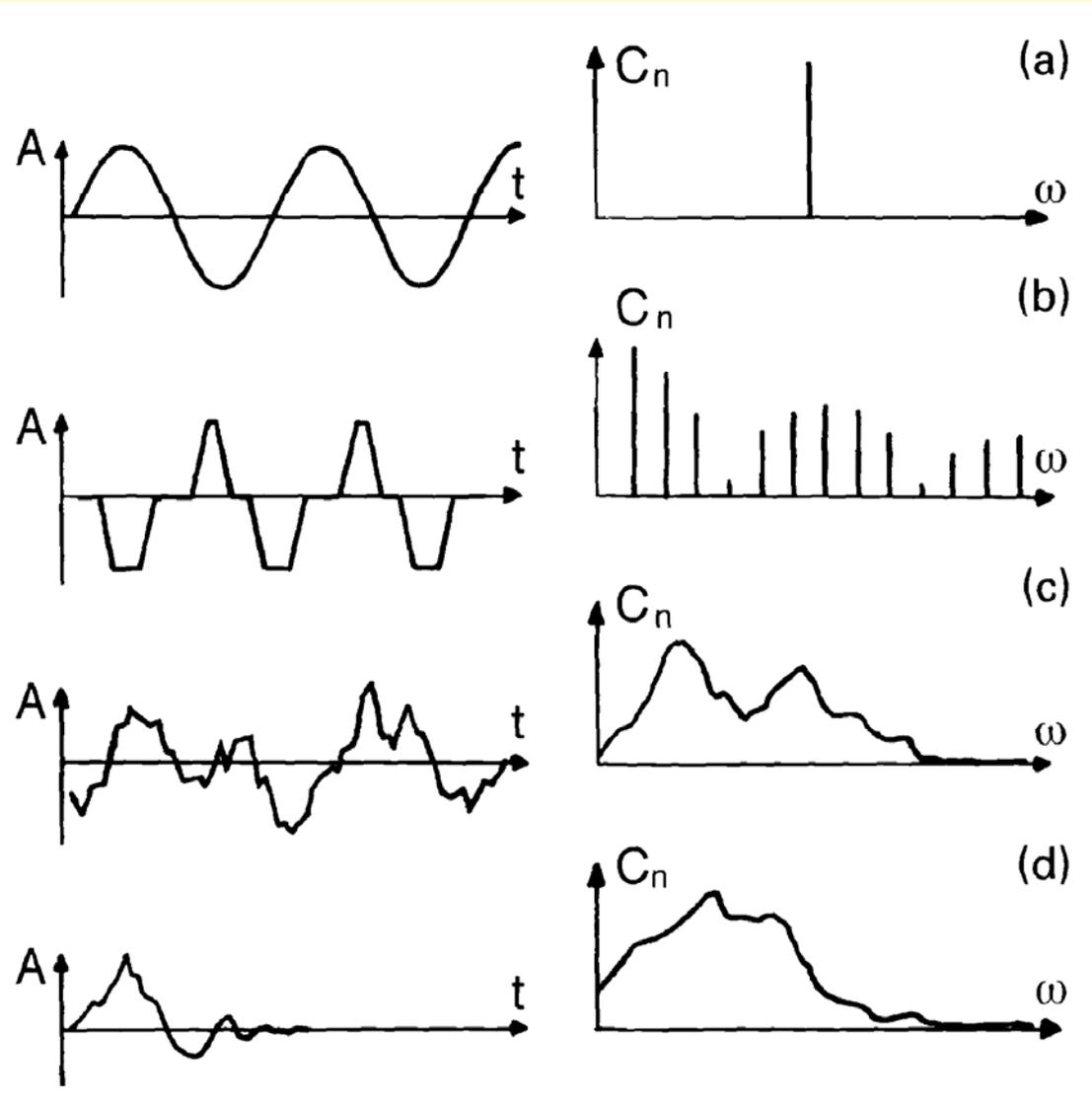
**Fouriersches Theorem:**  
 Jede beliebige periodische Funktion  $s(t)$  lässt sich in eine Summe von Sinus- und Cosinus-Funktionen zerlegen:

$$s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$



1768-1830

# Ton, Klang, Geräusch, Knall



Signal in Zeitdomäne  
(Amplitudenfunktion)

Signal in Frequenzdomäne  
(Spektrum)

**Ton:**  
harmonische Schwingung  
Linienspektrum

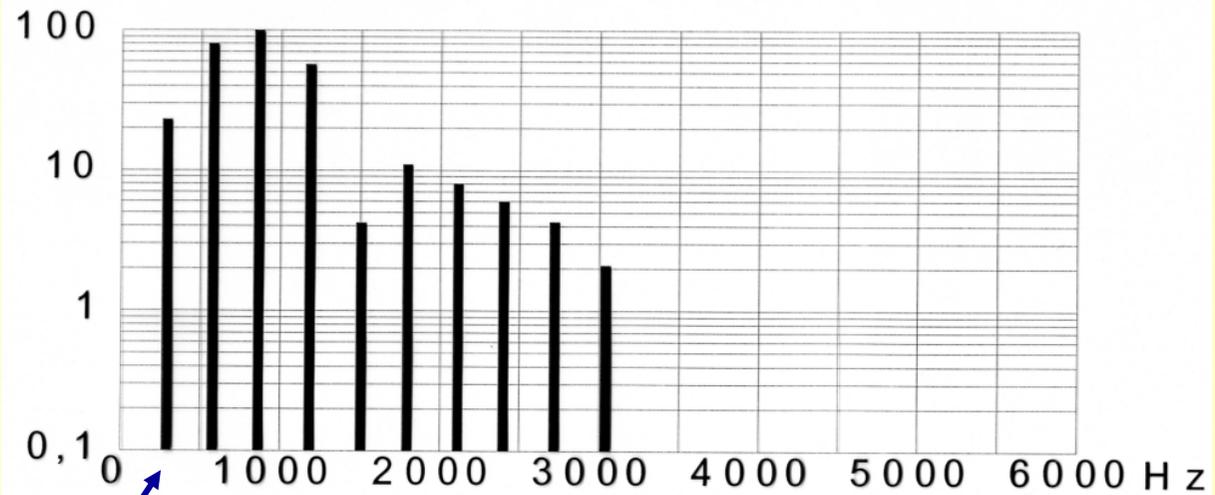
**Klang:**  
anharmonische Schwingung  
Grundton+Harmonische  
Linienspektrum

**Geräusch:**  
Überlagerung von vielen  
Wellen aus großem Frequenz-  
bereich  
kontinuierliches Spektrum

**Knall:**  
zeitlich gedämpftes Geräusch  
kontinuierliches Spektrum

# Schallwahrnehmung

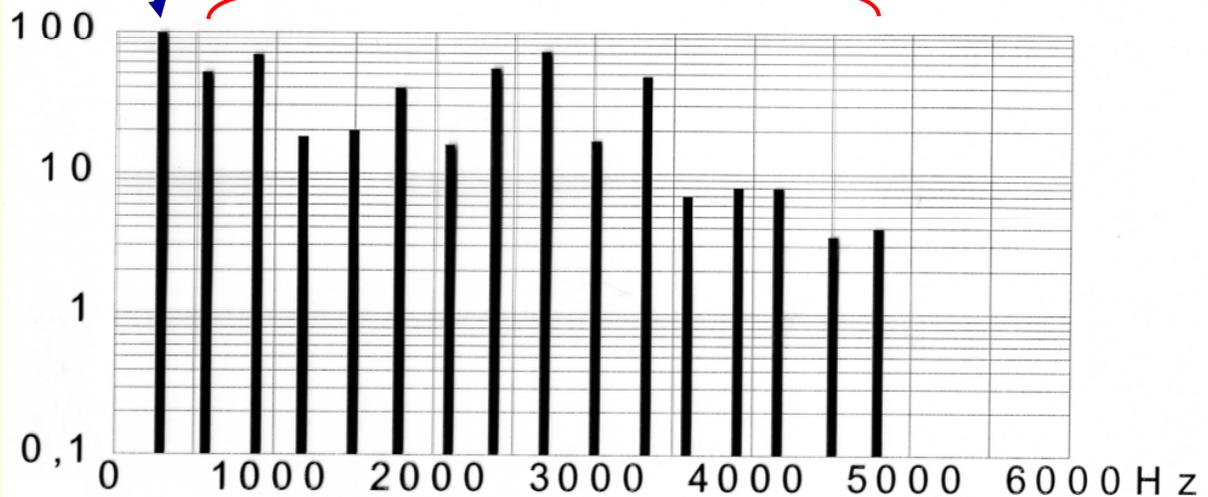
Geige



gespielter Grundton

Obertöne

Metall. Flöte



# Kurzer Ausflug in die Musik

---

Frequenzverhältnis von Oktave

$$\frac{f_2}{f_1} = \frac{2}{1} = 2,000000$$

(reine) Quinte

$$f_2 / f_1 = 3 / 2 = 1,500000$$

(reine) Quarte

$$f_2 / f_1 = 4 / 3 = 1,333333$$

Die Oktave besteht aus  
aus 5 Ganz- und 2 Halbtonschritten, also aus 12 Halbtonschritten  
Bei Gleichbehandlung („temperierter Stimmung“) ergibt sich für  
jeden Halbtonschritt ein Intervall von

$$f_2 / f_1 = \sqrt[12]{2} = 2^{1/12} \approx 1,059463$$

also für die

Oktave

$$f_2 / f_1 = 2^{12/12} = 2^1 = 2,000000$$

(reine) Quinte

$$f_2 / f_1 = 2^{7/12} \approx 1,498307$$

(reine) Quarte

$$f_2 / f_1 = 2^{5/12} \approx 1,334840$$

## 6.2 aus gkg ... pharm. Prüf.

---

### 6.2 Wellen

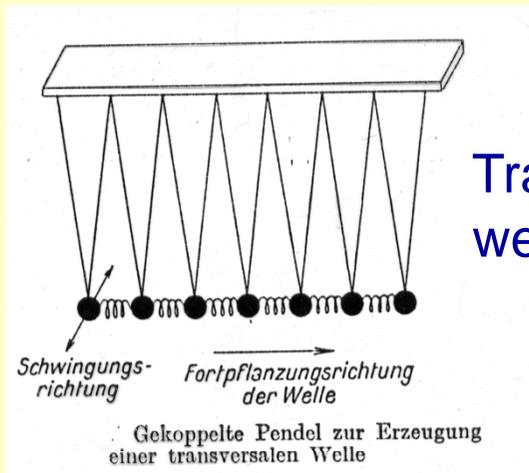
**6.2.1 Ausbreitung:** Zusammenhang von Ausbreitungsgeschwindigkeit, Frequenz und Wellenlänge; Abhängigkeit dieser Größen vom Medium; Definition der Wellenzahl; Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen im Vakuum (s.a. 5.1.2)

**6.2.2 Darstellung:** Raum- und Zeitdarstellung von sinusförmigen Wellen

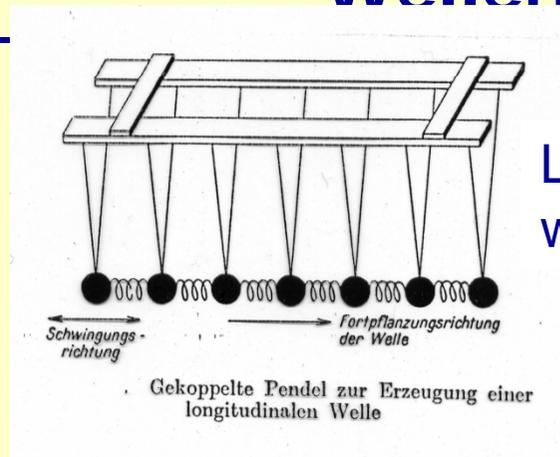
**6.2.3 Schwingungsformen:** Transversale und longitudinale Wellen (schematisch); Beispiele (elektromagnetische Wellen, Schallwellen); Lichtpolarisation (s.a. 5.4.1)

**6.2.4 Interferenz:** Huygens'sches Prinzip; Überlagerung zweier Wellenzüge, Voraussetzung für vollständige Auslöschung; Grundzüge der Interferenz am optischen Strichgitter (s.a. 5.3.5)

# Wellentypen



Transversalwelle



Longitudinalwelle

Periodendauer

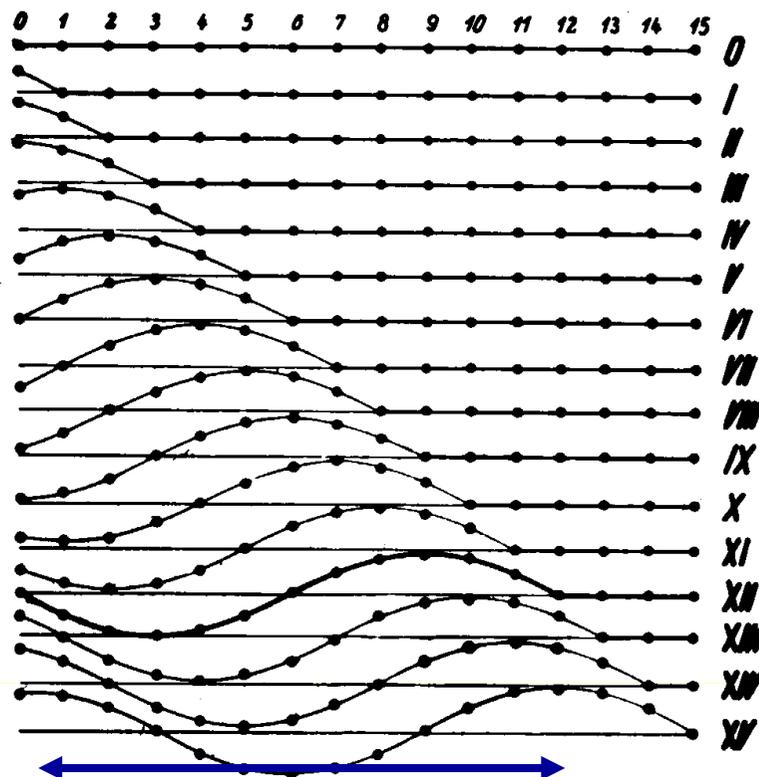


Abb. 420. Bildung einer fortschreitenden T

Wellenlänge

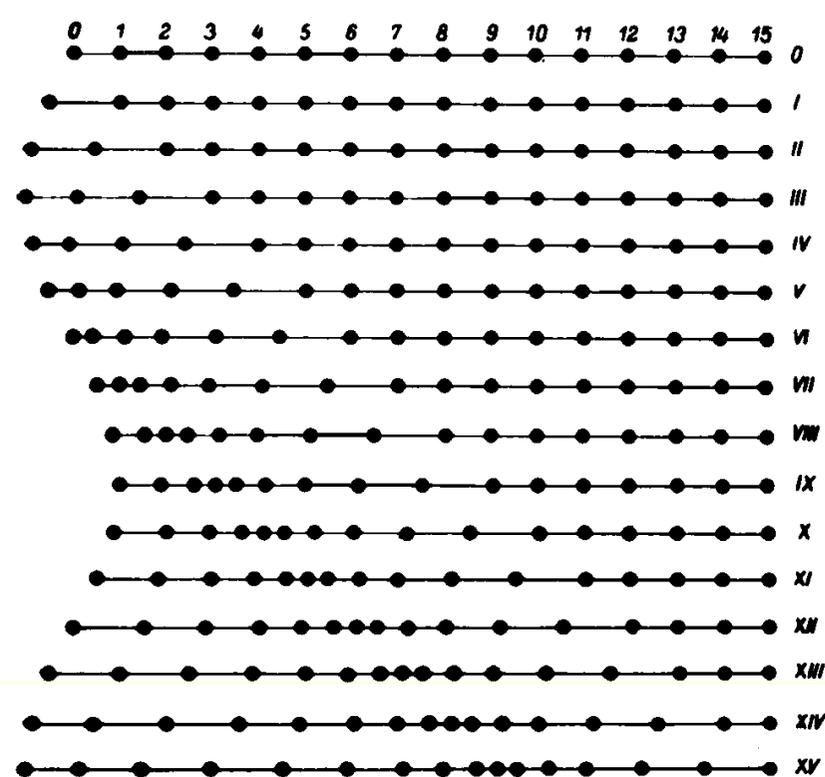


Abb. 423. Bildung einer fortschreitenden Longitudinalwelle

# Wellengeschwindigkeit

$$u(x, t) = u_0 \sin(kx - \omega t) \quad \text{math. Form einer Welle}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu} \quad \text{Periodendauer}$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} \quad \text{Wellenlänge}$$

Periodendauer

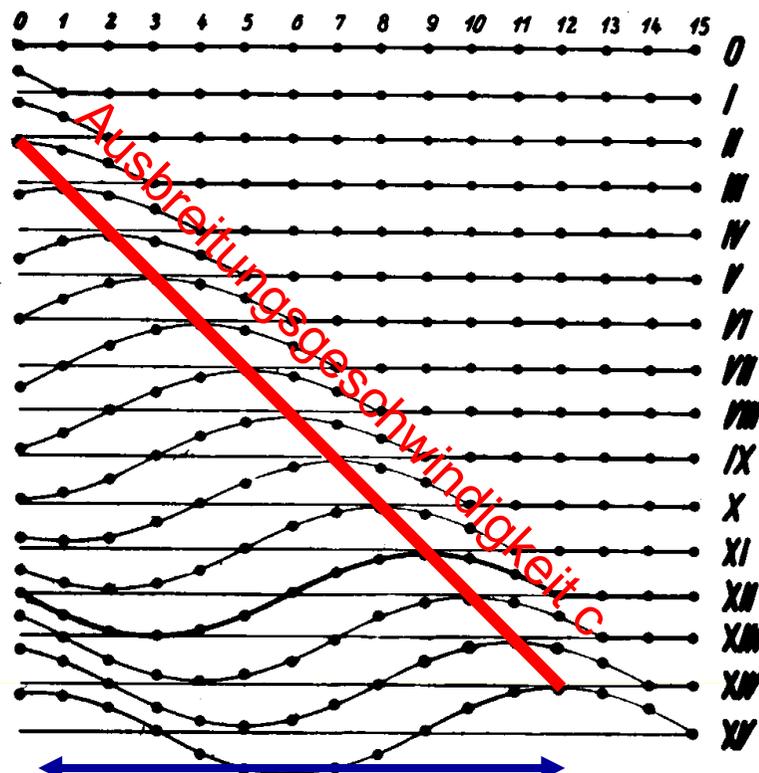


Abb. 430. Bildung einer fortschreitenden Welle

Wellenlänge

$$c = \nu \lambda = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$$

Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle

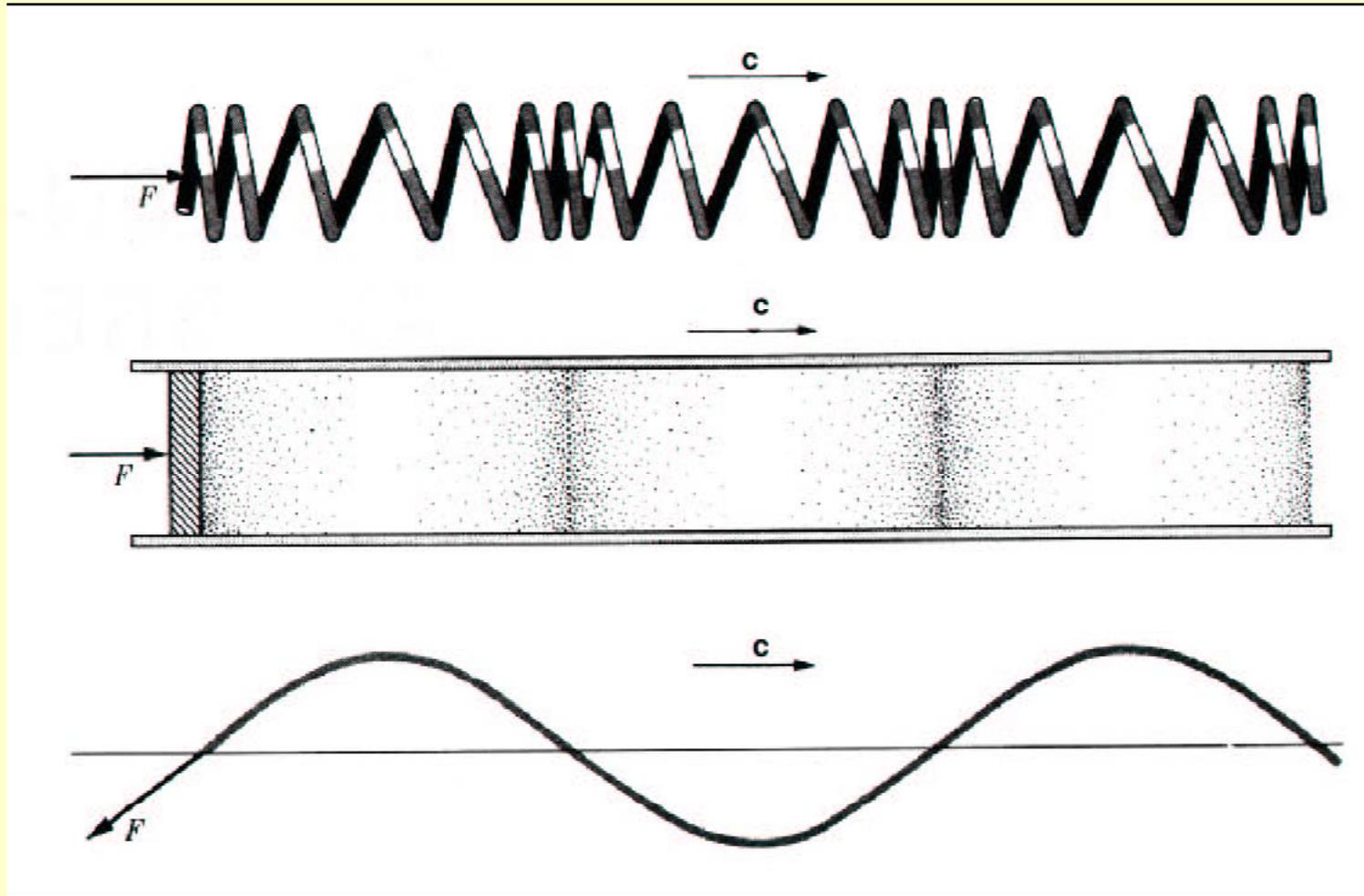
Allgemein:

$$c_{\text{Phase}} = \frac{\omega}{k}$$

$$c_{\text{Gruppe}} = \frac{d\omega}{dk}$$

Dispersion

# Wellen-Beispiele



Feder

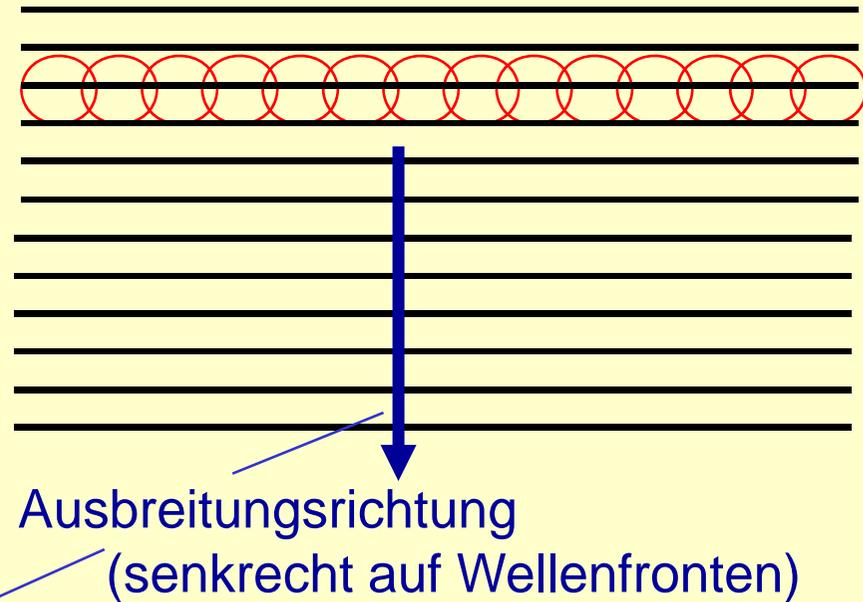
Gas im  
Rohr

Seil

# Wellenfronten, Huygens, Reflexion, Brechung

## Beispiel: Ebene Welle

**Huygens-Fresnelsches Prinzip:**  
Der Schwingungszustand eines Punktes im Wellenfeld ist gegeben durch die Überlagerung sämtlicher Elementarwellen in diesem Punkt

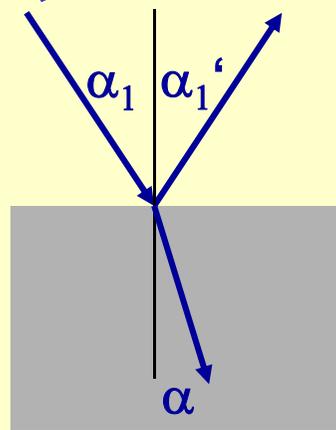


**Reflexion:**

$$\alpha_1 = \alpha_1'$$

**Brechung:**

$$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2}$$



Medium 1  
mit  $c_1$

Medium 2  
mit  $c_2 < c_1$

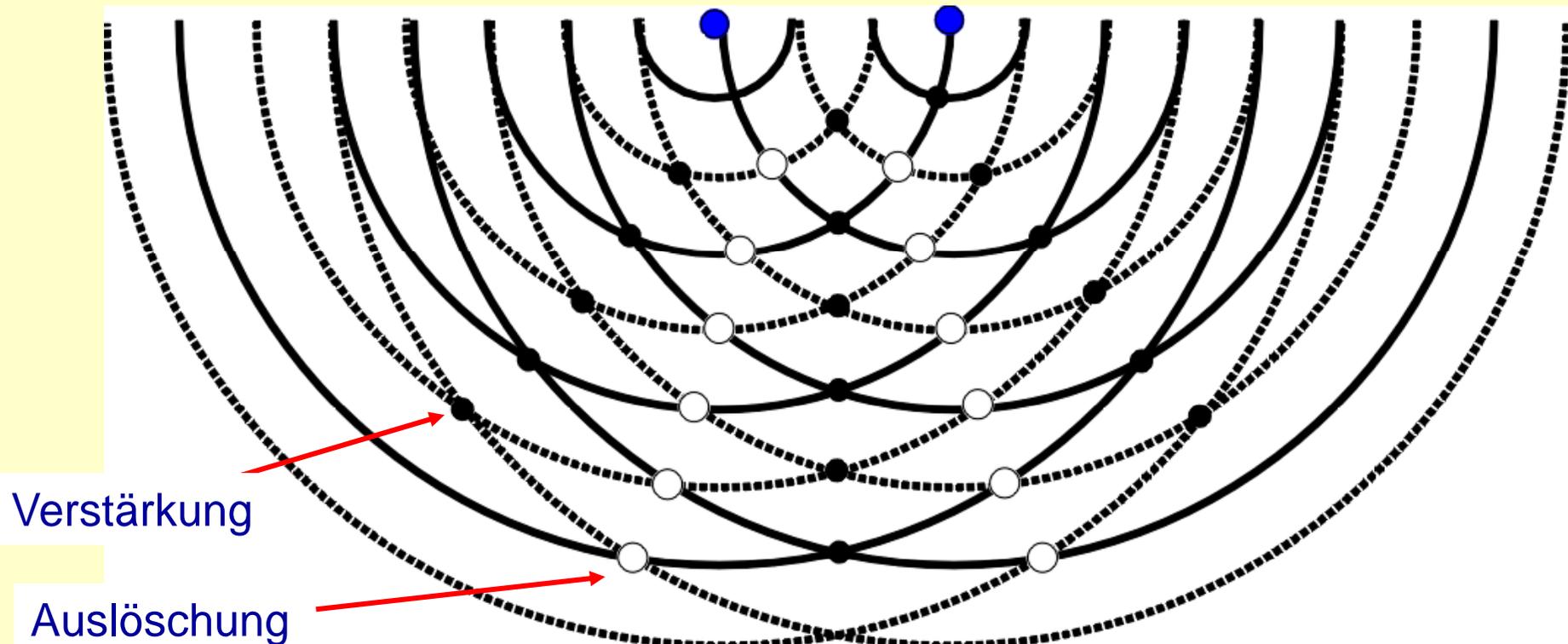
Erklärung (Brechung):  
Frequenz konstant  
aber  $c$  kleiner  
daher  $\lambda$  kleiner  
daher Winkel  
zw. den Wellenfronten  
vor- und nachher

# Interferenz

**Räumliche Überlagerung von Wellen** (wie z.B. auch bei Reflexion in der Wellenwanne (letzte Folie))

**Beispiel: Interferenz von zwei Kugelwellen:**

Wellenberge volle Linien  
Wellentäler gepunktete Linien  $\searrow$  Phasenversatz von  $180^\circ$

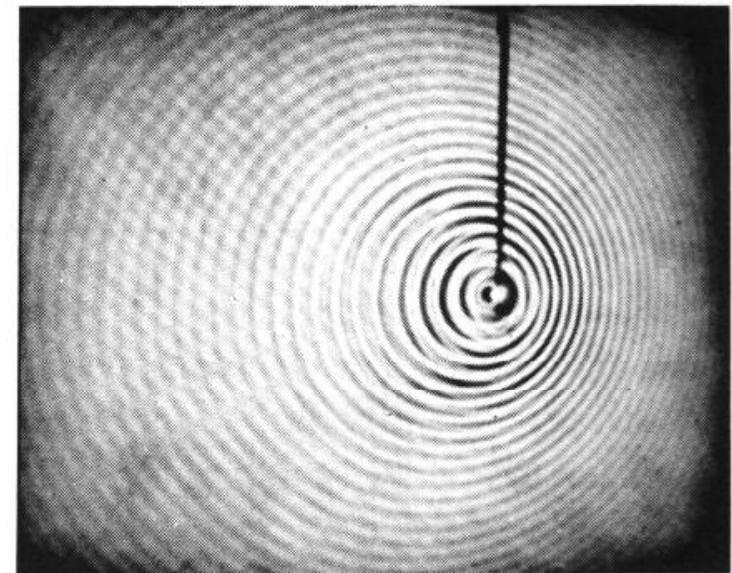
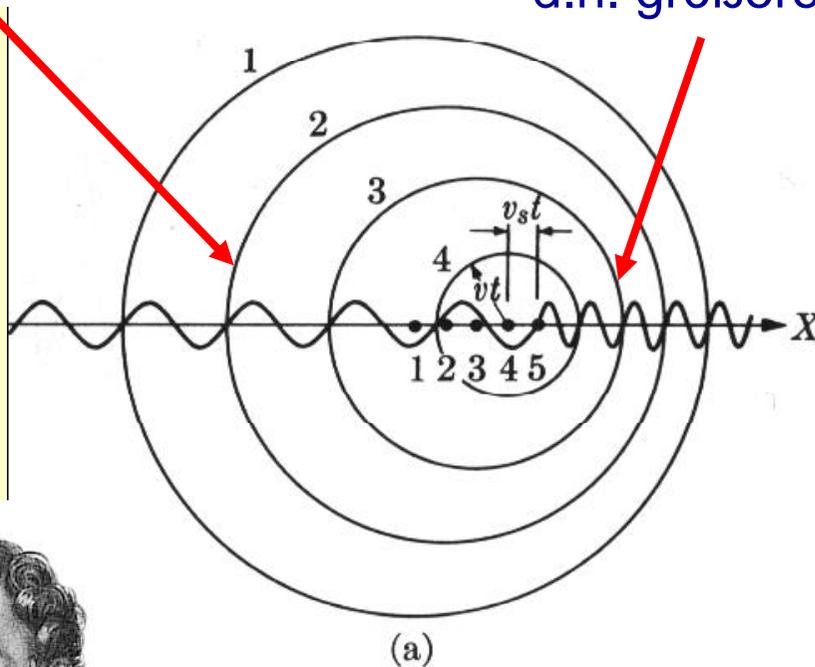


# Doppler-Effekt, Prinzip

Betrachte eine im schwingungsfähigen Medium bewegte Quelle:

Hinter der Quelle:  
größere Wellenlänge  
d.h. kleinere Frequenz

Vor der Quelle:  
kleinere Wellenlänge  
d.h. größere Frequenz



Demonstration mit Wasserwellen

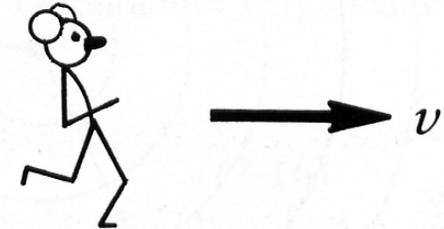
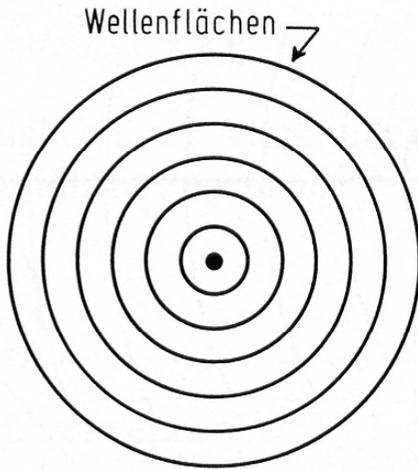
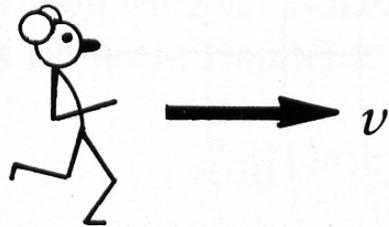


Christian Doppler  
1803-1853

Weitere Stichworte: Überschallgeschwindigkeit  
Machscher Kegel

# Doppler-Effekt: Bewegte Quelle bzw. Empfänger

## Bewegter Empfänger

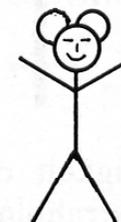
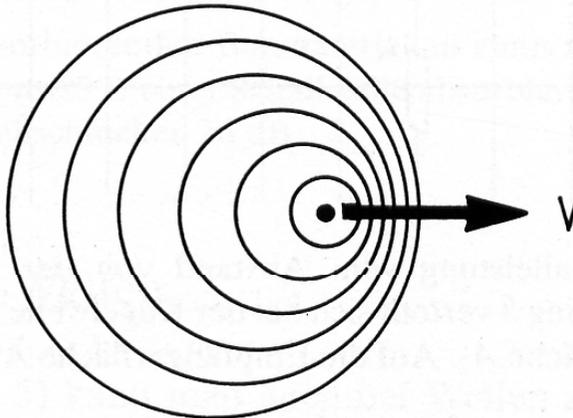


$$v'' = v_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

Im Medium ruhende Quelle  
Bewegte Beobachter

$$v' = v_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

## Bewegte Quelle



$$v' = v_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)^{-1}$$

Im Medium bewegte Quelle  
Ruhende Beobachter

$$v'' = v_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)^{-1}$$

$$\approx v_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)$$

Näherungen

$$\approx v_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$$

# Weitere Stichpunkte

---

## **Fermatsches Prinzip:**

Licht nimmt den schnellsten Weg (nicht den kürzesten!)

(Analogie mit Rettungsschwimmer)

⇒ Erklärung der Brechung

(wenn Geschwindigkeit zusätzlich frequenzabhängig folgt Dispersion)

## **Stehende Wellen:**

- insb. bei Reflexion an senkrechter Begrenzung
- Interferenz zwischen einlaufender und reflektierter Welle
- Knoten an geschlossenem Ende, Bauch an offenem Ende

## **Polarisation:**

- Nur bei Transversalwellen!
- Lineare Polarisation, zirkulare (elliptische) Polarisation

# Akustik

**Schallwellen:** in Gasen Longitudinalwellen (Kompression und Verdünnung)

$$c = \sqrt{\kappa \frac{RT}{M_{mol}}}$$

$\kappa$ : Adiabatenkoeffizient = 7/5 für O<sub>2</sub> und N<sub>2</sub>

$R$ : Gaskonstante = 8.31 J/(mol K)

$T$ : Gastemperatur (typ. 300 K)

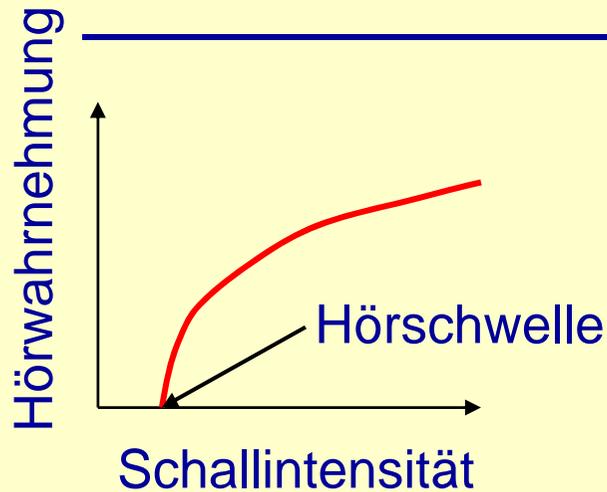
$M_{mol}$ : molare Masse = 29 g/mol für Luft

$c = 347$  m/s für Luft

Festkörper (20°C)	c in m/s	Flüssigkeiten (20°C)	c in m/s	Gase (0°C)	c in m/s
Aluminium	6260	Wasser	1483	Helium	965
Eisen	5860	Aceton	1192	CO <sub>2</sub>	259
Gummi	1040	Glycerin	1923	Luft	331

**Akustische Wellen zeigen keine Dispersion.**

# Audiogramm



## Weber-Fechnersches Gesetz:

Die Empfindungsstärke ist proportional dem Logarithmus der Reizstärke

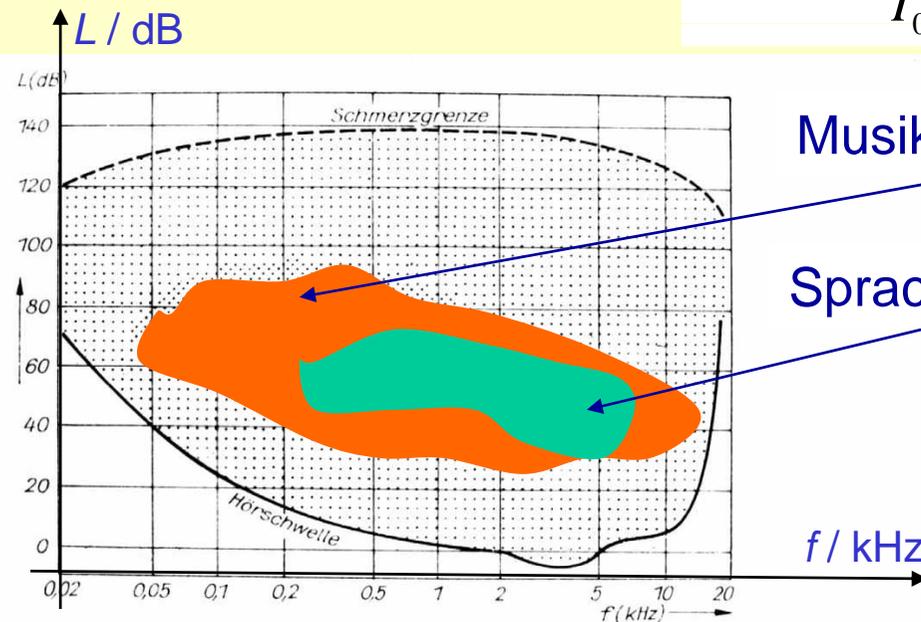
Der **Schallpegel**  $L$  steigt logarithmisch mit der Schallintensität  $I$  (bzw. dem Schalldruck  $p$ )

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0} = 20 \lg \frac{p}{p_0}$$

Einheit dB (Dezibel)

$$I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

$$p_0 = 20 \text{ } \mu\text{Pa}$$



Musikbereich

Sprachbereich

**Lautstärkepegel**  $L_N$  s

ist gleich Schallpegel eines 1-kHz-Tones, der als ebenso laut empfunden wird.

Einheit: phon oder dB(A)

Hörfläche des Menschen. Das innere, dicht punktierte Gebiet ist der Bereich der Sprache, das größere, weniger dicht punktierte Gebiet, der Bereich der Musik (nach ZWICKER und FELDKELLER)

Hörbereich: 16 Hz – 20.000 Hz

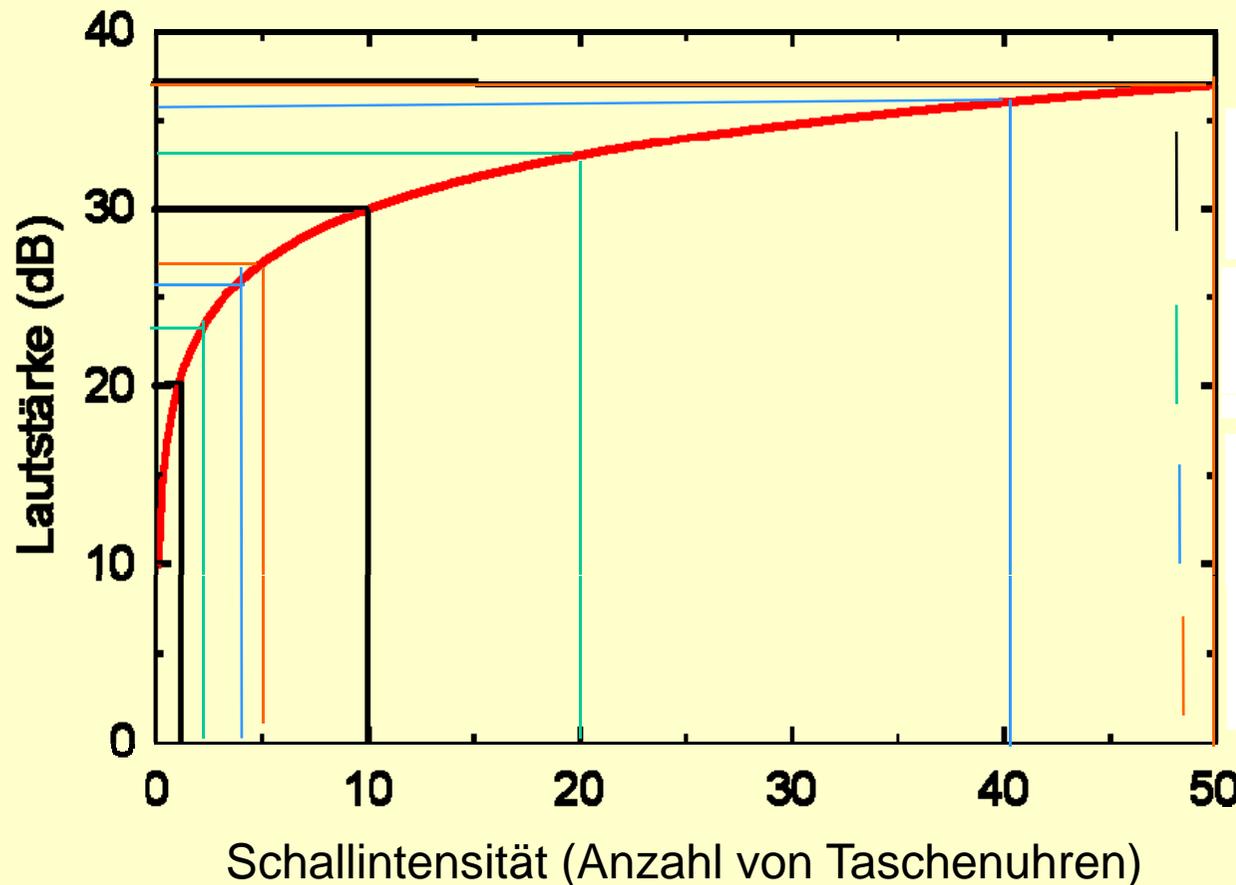
# Weber-Fechner

## Weber-Fechnersches Gesetz:

Die Empfindungsstärke ist proportional dem Logarithmus der Reizstärke

$$L = 10 \lg \frac{I}{I_0} = 20 \lg \frac{p}{p_0}$$

Intensität  $I \propto p^2$  Amplitude



$$\frac{I}{I_0} = 10 \rightarrow \Delta L = 10$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{2}{1} = \frac{20}{10} \rightarrow \Delta L \approx 3$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{4}{1} = \frac{40}{10} \rightarrow \Delta L \approx 6$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{5}{1} = \frac{50}{10} \rightarrow \Delta L \approx 7$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{100}{1} \rightarrow \Delta L = 20$$

# Ultraschall-Anwendung

---

f=20 kHz – 1 GHz

Folgende Welleneigenschaften werden ausgenutzt:

- stoffspezifisches Absorptionsvermögen

→ Intensitätsänderung

- stoffspezifische Ausbreitungsgeschwindigkeit

→ stoffspezifische Laufzeit der Impulse

- Änderung des Wellenwiderstands

→ Reflexion

→ Laufzeit des reflektierten Signals entspricht der Tiefe der Grenzschicht

- Dopplereffekt

→ Bestimmung von Strömungsgeschwindigkeiten

# Echolot

## A-Bild-Verfahren

