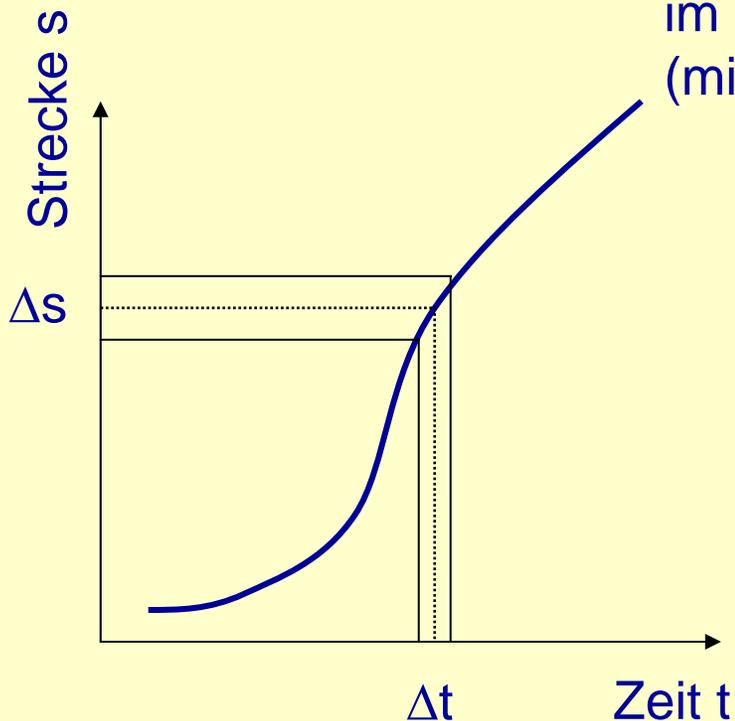


### 2 Mechanik 2.1 Bewegungen

- 2.1.1 Geschwindigkeit, Beschleunigung:** Definitionen, vektorielle Zusammensetzung von Geschwindigkeiten und Beschleunigungen
- 2.1.2 Geradlinige Bewegungen:** Zusammenhang von Beschleunigung, Geschwindigkeit, Weg und Zeit; einfache Beispiele mit konstanter Beschleunigung
- 2.1.3 Rotationsbewegungen:** Zusammenhang von Winkelbeschleunigung, Winkelgeschwindigkeit, Winkel und Zeit; einfache Beispiele mit konstanter Drehzahl (Darstellung mittels Winkelgeschwindigkeit, Kreisfrequenz und Umfangsgeschwindigkeit)
- 2.1.4 Zeitabhängige Vorgänge:** Nichtperiodische, allgemeinperiodische und harmonische Vorgänge, Periodendauer und Frequenz, Einordnung einfacher Beispiele; Überlagerung von harmonischen Schwingungen in einfachen Fällen
- 2.1.5 Momentanwert und Mittelwert:** Definitionen, Vergleich bei einfachen Vorgängen, z.B. beschleunigter Bewegung, harmonischem Vorgang

# Kinematik 1

Kinematik ist die Lehre von den Bewegungen im Raum unter Absehung von den Kräften.  
(mit Kräften „Dynamik“, folgt in Kürze!)



$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t \rightarrow 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = v$$

**Translation:**

„Strecke“, besser: Ort (in m)

Geschwindigkeit (in m/s)

Beschleunigung (in m/s<sup>2</sup>)

$$s$$
$$v = \frac{ds}{dt}$$
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$$

**Translation** (Bewegung von einem Ort zum anderen):

„Strecke“, besser: Ort (in m)

Geschwindigkeit (in m/s)

Beschleunigung (in m/s<sup>2</sup>)

$$s$$
$$v = \frac{ds}{dt}$$
$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$$

analog

**Rotation** (Drehbewegung um eine Achse):

Winkel (in rad)

Winkelgeschwindigkeit (in rad/s)

Winkelbeschleunigung  
(in rad/s<sup>2</sup>)

$$\phi$$
$$\omega = \frac{d\phi}{dt}$$
$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\phi}{dt^2}$$

**Bisherige Beschreibung der** Bewegung eindimensional.  
Tatsächlich finden die Bewegungen im dreidimensionalen Raum statt.  
Das bedeutet für die

## **Translationen:**

Es gibt jeweils drei Orts-, Geschwindigkeits-  
und Beschleunigungskomponenten  
der entsprechenden Vektoren.

Man unterscheidet hier auch zwischen  
dem Vektor der Geschwindigkeit (engl. velocity)  
und seinem Betrag, der Bahngeschwindigkeit (engl. speed)

## **Rotationen:**

Die entsprechenden Achsen  
(für Winkel, Winkelgeschwindigkeiten  
und –beschleunigungen)  
werden ebenfalls durch Vektoren ausgedrückt  
(die in ihren Richtungen nicht übereinstimmen müssen!)

### **2.2 Kraft, Drehmoment**

- 2.2.1 Kräfte:** Vektorielle Addition von Kräften, Zerlegung einer Kraft in Komponenten vorgegebener Richtung (Kräfteparallelogramm)
- 2.2.2 Newton'sche Prinzipien:** Trägheitsprinzip; Zusammenhang zwischen Kraft, Masse und Beschleunigung; Prinzip der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung (actio = reactio)
- 2.2.3 Kräfte und Bewegungen:** Einfache Beispiele (konstante Beschleunigung oder Verzögerung); Zusammenhang von Masse und Gewichtskraft, Fallbeschleunigung, freier Fall; Reibungskräfte (Richtung, Bremswirkung)
- 2.2.4 Drehmoment, Hebelgesetz:** Zusammenhang des Drehmoments mit Kraft und Hebelarm, Gleichgewichtsbedingung, Behandlung einfacher Beispiele, z.B. Hebel, Waage
- 2.2.5 Fliehkraft:** Betrag und Richtung der Zentrifugalkraft bei einer gleichförmigen Kreisbewegung (s.a. 2.5.7); Zentrifuge
- 2.2.6 Verformungen:** Zusammenhang zwischen Kraft und Längenänderung einer elastischen Feder (Federkonstante); plastische Verformungen
- 2.2.7 Dichte:** Dichte, relative Dichte, mittlere Dichte von Haufwerken (Pulvern); Porosität

# Newton'sche Axiome

1. **Newton'sches Axiom:** Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der geradlinigen, gleichförmigen Bewegung, solange die Summe der einwirkenden Kräfte Null ist.
2. **Newton'sches Axiom:** Die Beschleunigung ist proportional der angreifenden Kraft,

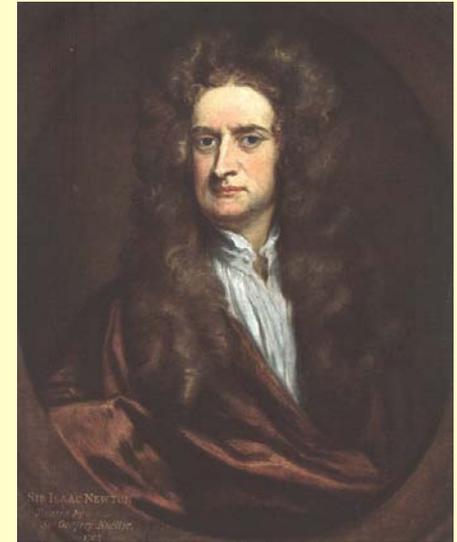
$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Die Proportionalitätskonstante ist die Masse  $m$ .

*Bemerkung: Hier ist die „träge Masse“ gemeint.*

3. **Newton'sches Axiom:** *actio=reactio*; die Erfahrung zeigt, daß, wenn ein Körper A auf einen Körper B eine Kraft  $F_{AB}$  ausübt, der Körper B umgekehrt auch eine Kraft  $F_{BA}$  ausübt. Die Kräfte sind entgegengesetzt und gleich groß, also

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$



1642-1747

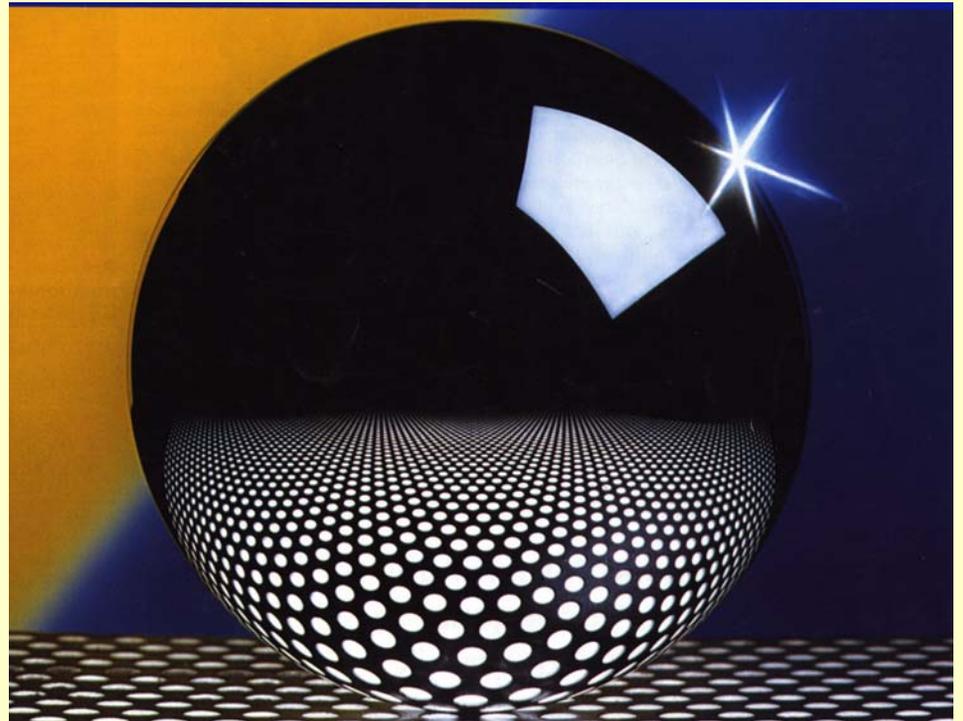
# Massenstandard



Das Ur-Kilogramm im Bureau International des Poids et Mesures in Paris

Zylinder aus Pt-Ir-Legierung

Kugel aus  
hochreinem,  
einkristallinem  
Silizium  
→ Zählen von Atomen



$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2} \quad \text{Gravitations-Gesetz}$$

$$\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ s}^{-2} \text{ kg}^{-1}$$

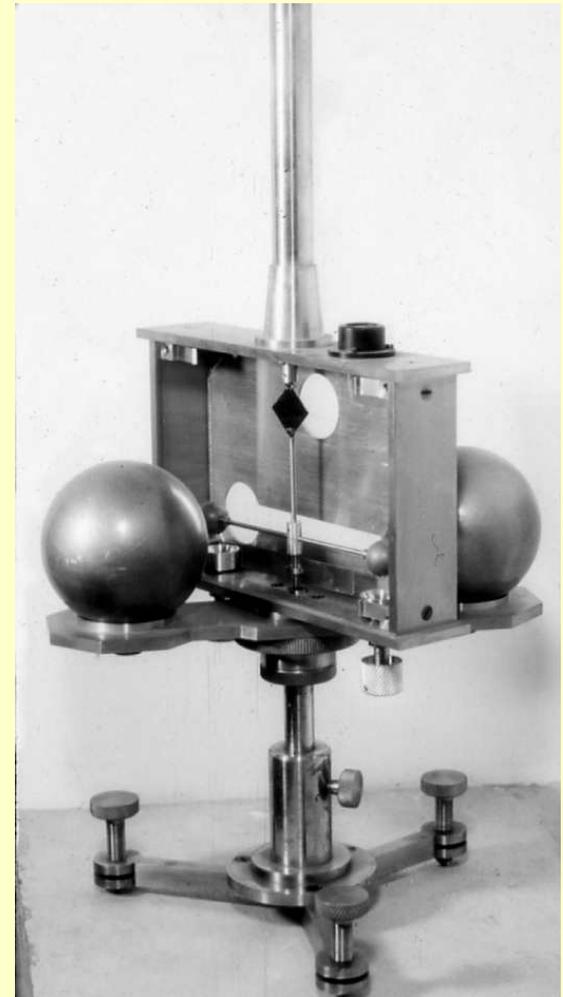
$$1 \text{ N (Newton)} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

Ein **Feld** ordnet jedem Punkt des Raumes eine bestimmte physikalische Größe zu.

Hier: Schwerefeld (der Erde)

Bemerkung:

Mit diesem Versuch wurde gamma und damit die Masse der Erde bestimmt!



„Gravitations-Waage“

# Fallversuch 1

Kann die Reibung vernachlässigt werden, so gelten für alle Körper die gleichen Fallbeschleunigungen im Gravitationsfeld der Erde.

Newton:  $F = m \cdot a = \gamma \frac{m \cdot m_{\text{Erde}}}{r^2}$

träge bzw. schwere Masse sind gleich  
(Einstein, allg. Relativitätsth.)

Fallbeschleunigung  
an der Erdoberfläche  $g = \gamma \frac{m_{\text{Erde}}}{r_{\text{Erde}}^2} \approx 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Aus  $g$ ,  $r_{\text{Erde}}$  und  $\gamma$   
folgt die Erdmasse!

Genauer Wert ist ortsabhängig!  
(Abstand vom Erdmittelpunkt  
plus „Zentrifugalkraft“)

## Fallversuch 2

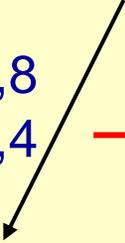
---

Gemessen wird die Fallzeiten  $t$  für die Fallhöhen 0,2 m bzw. 0,8 m.

Die Bestimmung der Fallgeschwindigkeit  $v$  erfolgt nach der Beziehung  $v = \Delta s / \Delta t$ .

Hierbei ist  $\Delta t$  die Zeitspanne, die beim Verdunkeln der Lichtschranke durch den Fallkörper vergeht.

(Länge des Fallkörpers  $\Delta s = 20$  mm)

$s$ in m	0,2	0,8		
$t$ in s	0,2	0,4		$\delta t = 0,2$ s
$\Delta t$ in ms	10	5		
$v$ in m/s	2	4		$\delta v = 2$ m/s

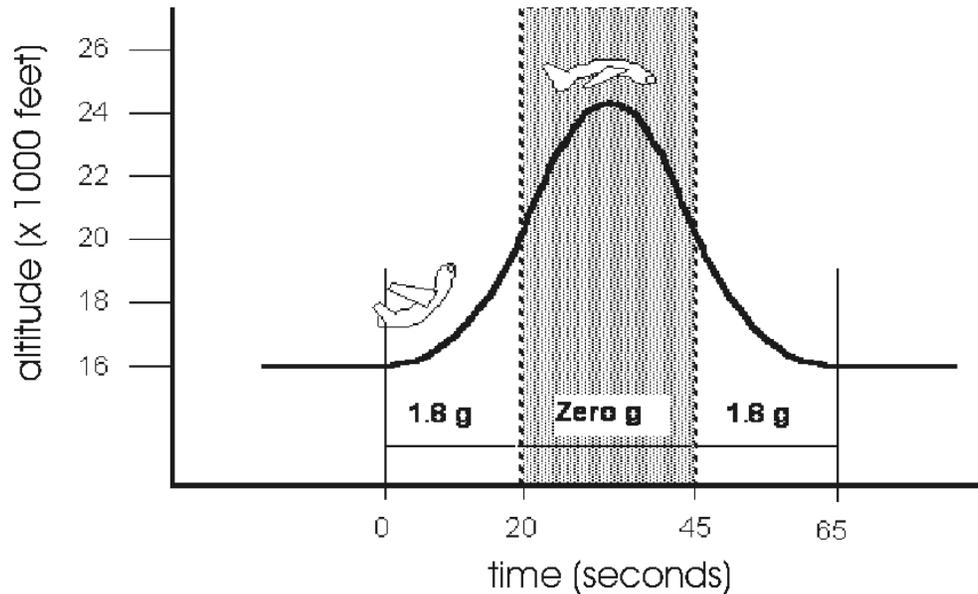
Mithilfe dieser Werte erhält man für die Fallbeschleunigung den Wert  $g = \delta v / \delta t = (2 \text{ m/s}) / (0,2 \text{ s}) = 10 \text{ m/s}^2$ .

# Schwerelosigkeit

In gewissem Sinne paradox:  
Im „freien Fall“  
erfährt man  
„Schwerelosigkeit“



„Parabelflug“



Ohne Beschleunigung ( $a = 0$ ):

Gleichförmige Bewegung,  $v = \text{const.}$

Damit (Integrieren!) Ort  $x$  (manchmal auch  $s$  genannt)

$$x = v t$$

bzw. allgemeiner  $x = v t + x_0$

( $x_0$  heißt Anfangswert)

Beim freien Fall

konstante Beschleunigung

$$a = g$$

Damit

$$v = g t$$

und durchfallene Höhe

$$h = (g/2) t^2$$

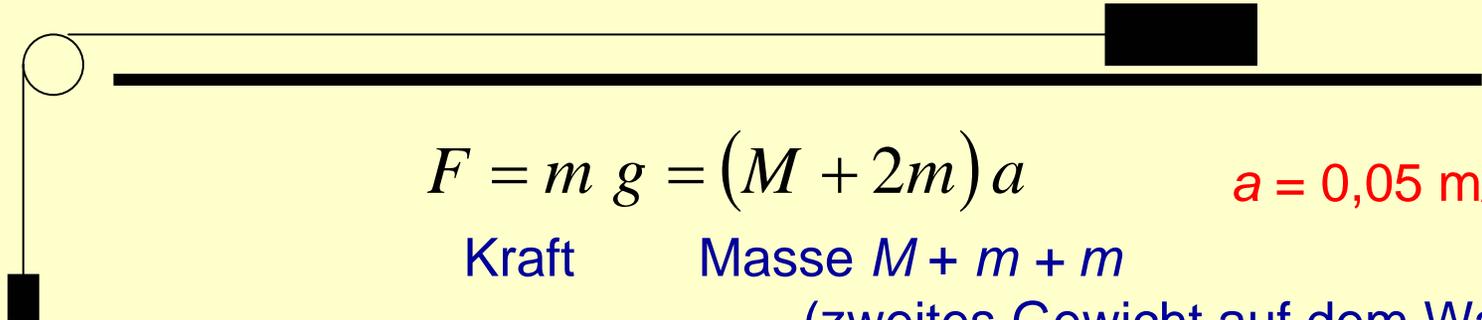
# 19. April 2007 Experimente

---

- Trägheit:
  - Münze über Blatt über Messbecher; Blatt wegziehen
  - Hammerschlag mit Gewicht dazwischen
  - Kugel mit Faden aufgehängt; an weiterem Faden mit langsam vergrößerter Kraft bzw. plötzlich ziehen
- Ballistisches Pendel: Impulserhaltungssatz
- Federpendel, Fadenpendel

# Beschleunigung von Luftkissenwagen

Luftkissenwagen der Masse  $M$  wird beschleunigt durch Schwerkraft, die über eine Rolle an einem kleinen Gewicht der Masse  $m$  angreift.



$$F = m g = (M + 2m) a \quad a = 0,05 \text{ m/s}^2$$

Kraft      Masse  $M + m + m$

(zweites Gewicht auf dem Wagen)

$$\frac{m}{M} \approx \frac{a}{g} \approx \frac{0,05 \text{ m/s}^2}{10 \text{ m/s}^2} \approx 0,5 \% \quad \text{Wiegen ergibt } M = 194 \text{ g}$$

$$m = 1 \text{ g}$$

Verdopplung der Kraft:  $2m g = (M + 2m) a \quad a = 0,10 \text{ m/s}^2$

Erhöhung (fast Verdopplung) der Trägheit (durch zweiten Wagen):

$$m g = (2M + 2m) a \quad a = 0,03 \text{ m/s}^2$$

Kombination:  $2m g = (2M + 2m) a \quad a = 0,055 \text{ m/s}^2$

Bemerkung: Auch die Rolle wird beschleunigt!

# Wurfparabel

- a) „Fallgesetz“, wobei zunächst Bewegungsrichtung nach oben
- b) zwei-dimensionale Bewegung, da auch „nach der Seite“

ad a) konst. Beschleunigung führt durch Integration und Einsetzen der Anfangsbedingungen zum Ort

$$y = \frac{g}{2} t^2 + v_{0,y} t + y_0$$

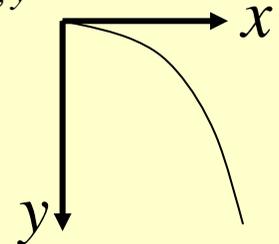
ad b) Analog für die gleichförmige Bewegung in x-Richtung:

$$x = +v_{0,x} t + x_0$$

Vereinfachung mit „horizontalem Wurf“ und  $x_0 = y_0 = v_{0,y} = 0$

Auflösen nach t und Einsetzen in y-Gleichung führt zur Parabelform:

$$y = \frac{g}{2 v_{0,x}^2} x^2$$

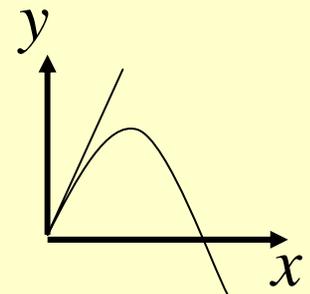


Beim „schiefen Wurf“ werden eine Anfangsgeschwindigkeiten in x- und y-Richtung angenommen und oft durch den Winkel gegen die Horizontale ausgedrückt.

$$v_{0,x} = v_0 \cos \alpha$$

$$v_{0,y} = v_0 \sin \alpha$$

$$v_0^2 = v_{0,x}^2 + v_{0,y}^2$$



### **2.3 Energie, Leistung, Impuls**

**2.3.1 Arbeit, Energie:** Zusammenhang mit Kraft und Weg, auch bei nicht konstanter Kraft und für den Fall, dass die Kraft nicht parallel zum Weg angreift; kinetische Energie der Translation und Rotation; potentielle Energie, Berechnung einfacher Beispiele wie senkrechte Bewegung im Schwerfeld (Hubarbeit); Bewegung auf der schiefen Ebene; Verformung einer Feder

**2.3.2 Energieerhaltungssatz** (s.a. 3.3.3): Kinetische Energie der Translation; einfache Anwendungen des Energieerhaltungssatzes aus der Mechanik (Energieformen und ihre Umwandlungen für die senkrechte Bewegung im Schwerfeld, Energieformen und ihr periodischer Wechsel beim Federpendel), Einfluss der Reibung (Prinzip)

**2.3.3 Leistung:** Zusammenhang mit Energie, Arbeit und Zeit

**2.3.4 Impuls, Impulserhaltungssatz:** Zusammenhang mit Masse und Geschwindigkeit; vektorielle Darstellung; Anwendung auf einfache elastische und unelastische zentrale Stöße

**2.3.5 Drehimpuls:** Zusammenhang mit Trägheitsmoment und Winkelgeschwindigkeit; Drehimpulserhaltungssatz

# Arbeit, Energie und Leistung

Unter Arbeit versteht man das Produkt aus Kraft und Weg.

$$W = F \cdot s$$

bei konstanter Kraft

$$W = \int_{s_1}^{s_2} \vec{F}(s) \cdot d\vec{s}$$

allgemeine  
Formulierung

Einheit  $J = Nm$     Joule

**Beispiele:**

$$W_H = mgh \quad \text{Hubarbeit}$$

$$W_B = mas \quad \text{Beschleunigungs-  
arbeit}$$

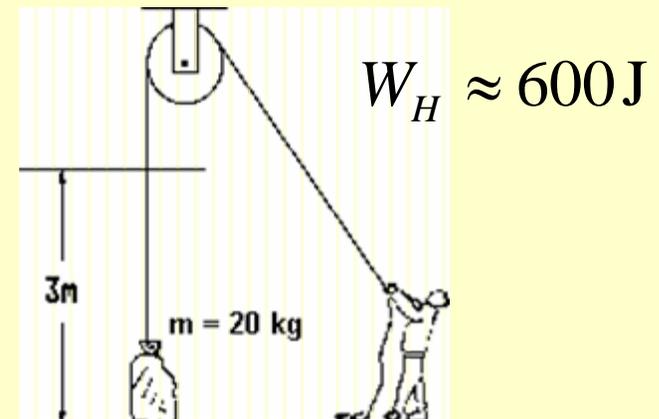
$$W_F = \frac{1}{2} ks^2 \quad \text{Verformungsarbeit}$$

$$W_R = F_R s \quad \text{Reibungsarbeit}$$

Leistung ist das Verhältnis geleisteter  
Arbeit zu benötigter Zeit

$$P = \frac{W}{t}$$

Einheit  $W = J / s$     Watt



# Energie-Erhaltung

Unter Energie versteht man die Fähigkeit, Arbeit zu verrichten.  
(Einheit J = Nm)

*"Fallkraft (heutiger Begriff: potentielle Energie), Bewegung (kinetische Energie), Wärme, Licht und Elektrizität sind ein- und dasselbe Objekt in verschiedenen Erscheinungsformen".*

$$E_{\text{pot}} = mgh \quad \text{potentielle Energie}$$

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2 \quad \text{kinetische Energie}$$



R. Mayer: 1814-1878

**Energieerhaltungssatz der Mechanik:**  $E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \text{const.}$

$$E = mc^2$$

Energie und Masse sind zwei äquivalente Erscheinungsformen der Materie



# Geschwindigkeit nach freiem Fall

Wozu sind Energieerhaltungssätze gut?

- Verständnis der fundamentalen Zusammenhänge
- Erleichterung bei der Berechnung konkreter Größen

Beispiel:

Geschwindigkeit nach freiem  
Fall aus Lösung der DGL

bzw. mit Energie(erhaltungs)satz

$$ma = mg$$

$$v = gt \quad \text{bzw.} \quad t = \frac{v}{g}$$

$$h = \frac{g}{2} t^2 = \frac{g}{2} \frac{v^2}{g^2} = \frac{v^2}{2g}$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

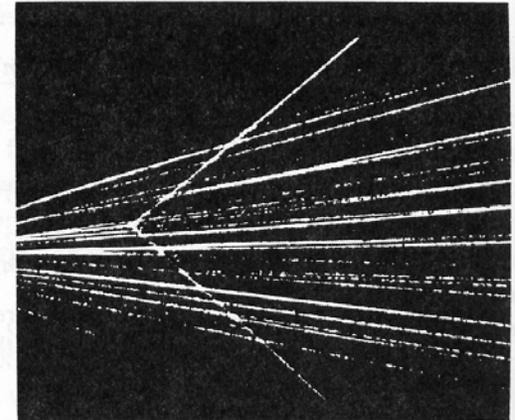
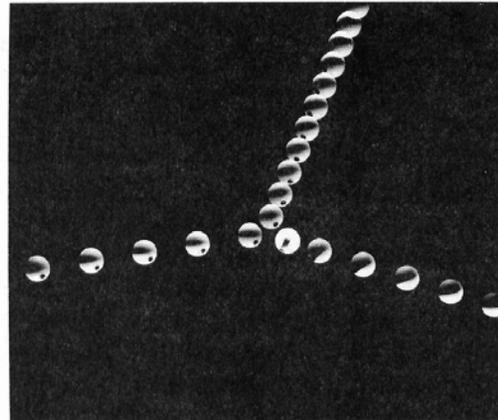
$$E_{\text{kin, nachher}} = E_{\text{pot, vorher}}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2} v^2 = gh$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \quad \text{Impuls}$$



## 2. Newtonsches Axiom: (Alternative Formulierung)

Die zeitliche Änderung des Impulses eines Körpers ist gleich der Summe der angreifenden Kräfte

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

**Impulserhaltung:** 
$$\vec{p}_1 + \vec{p}_1 + \dots = \sum_i \vec{p}_i = \vec{p}_{\text{ges}} = \text{const.}$$

Bemerkung: Vorausgesetzt wird die Betrachtung eines „abgeschlossenen“ Systems.

# Stoßgesetze 1

---

Betrachte Körper 1 und 2 mit Massen  $m_1$  bzw.  $m_2$   
und Geschwindigkeiten vorher  $v_{1,2}$  nachher  $u_{1,2}$

vorher

nachher

Impuls(erhaltungs)satz:  $m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2$

Beschränkung auf elastischen Stoß

(im Gegensatz zu inelastisch; vgl. auch „superelastisch“)

Dann Energie(erhaltungs)satz:

$$\frac{m_1}{2} \cdot v_1^2 + \frac{m_2}{2} \cdot v_2^2 = \frac{m_1}{2} \cdot u_1^2 + \frac{m_2}{2} \cdot u_2^2$$

Zusätzlich Beschränkung auf zentralen Stoß (Gegensatz zu exzentrisch)

(dann 1-dim. Problem, d.h. es reicht die Betrachtung  
einer Komponente der Vektoren)

## Stoßgesetze 2

---

$$\frac{m_1}{2} \cdot v_1^2 + \frac{m_2}{2} \cdot v_2^2 = \frac{m_1}{2} \cdot u_1^2 + \frac{m_2}{2} \cdot u_2^2 \quad \longrightarrow \quad m_1 \cdot (v_1^2 - u_1^2) = m_2 \cdot (u_2^2 - v_2^2)$$
$$m_1 \cdot (v_1 - u_1) \cdot (v_1 + u_1) = m_2 \cdot (u_2 - v_2) \cdot (u_2 + v_2)$$

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot u_1 + m_2 \cdot u_2 \quad \longrightarrow \quad m_1 \cdot (v_1 - u_1) = m_2 \cdot (u_2 - v_2)$$

also  $v_1 + u_1 = u_2 + v_2$

oder  $v_1 - v_2 = u_2 - u_1$

Der Betrag der Relativgeschwindigkeit ändert sich nicht.

Einsetzen von  $u_2$  bzw.  $u_1$  ergibt für die Endgeschwindigkeiten:

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \quad \text{bzw.} \quad u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$

# Stoßgesetze 3

---

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \quad \text{und} \quad u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$

Betrachte zwei Spezialfälle:

a) Bei gleichen Massen  $m_1 = m_2 = m$

→  $u_1 = v_2$  und  $u_2 = v_1$

d.h. Austausch der Geschwindigkeiten

b) Bei sehr großer Masse  $m_2 \gg m_1$  und  $v_2 = 0$

→  $u_1 \approx -v_1$  und  $u_2 \approx 0$

d.h. Übertrag des doppelten Impulses  
aber keine Energie-Übertragung!

# Ballistisches Pendel

---

Ein Pendelkörper (Masse  $M = 44\text{g}$ ) sei zunächst in Ruhe und werde dann von einem Projektil (Masse  $m = 0,45\text{g}$ ) getroffen.

Die Geschwindigkeit des Projektils  $v$  wird aus der Höhe  $h$  bestimmt, bis zu der der Pendelkörper (samt absorbiertem Projektil) schwingt. Beachte: Die kinetische Energie ist hier keine Erhaltungsgröße!

Aus der Impulserhaltung  $mv = (M + m)u$

Folgt die Geschwindigkeit des Pendelkörpers  $u$  unmittelbar nach dem Aufprall. Die kinetische Energie wird danach in potentielle Energie umgewandelt, sodass

$$\frac{M + m}{2}u^2 = \frac{M + m}{2}\left(\frac{m}{M + m}v\right)^2 = \frac{m^2}{2(M + m)}v^2 = (M + m)gh$$

Für  $h = 5\text{cm}$  liefert der Versuch  
Einen Wert von ca. 100 m/s.

$$v = \frac{M + m}{m}\sqrt{2gh}$$

## 25. April 2007 Experimente

---

- Federpendel, Fadenpendel
- eventuell Luftballonrakete an Faden
- Reibungskräfte
- Schwerpunkt (Massenmittelpunkt)
- Gleichgewicht
- Rotationskräfte (Zentrifugalkraft, Corioliskraft)  
Vorführung von Kreiseln

# Geschwindigkeit nach freiem Fall

---

Wozu sind Energieerhaltungssätze gut?

- Verständnis der fundamentalen Zusammenhänge
- Erleichterung bei der Berechnung konkreter Größen

Beispiel:

Geschwindigkeit nach freiem  
Fall aus Lösung der DGL

$$ma = mg$$

$$v = gt \quad \text{bzw.} \quad t = \frac{v}{g}$$

$$h = \frac{g}{2} t^2 = \frac{g}{2} \frac{v^2}{g^2} = \frac{v^2}{2g}$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

bzw. mit Energie(erhaltungs)satz

$$E_{\text{kin, nachher}} = E_{\text{pot, vorher}}$$

$$\frac{1}{2} m v^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2} v^2 = gh$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

# Raketengleichung

- Rakete (Masse  $m(t)$ , Geschwindigkeit  $v(t)$ ) funktioniert nach dem „Rückstoß-Prinzip“, das aus der Impulserhaltung folgt.
- Das Treibmittel wird mit großer Geschwindigkeit  $w$  in die Richtung entgegen der eigenen Beschleunigung ausgestoßen.
- Damit ändert sich die Raketenmasse als Funktion der Zeit!

Impulserhaltung:

$$w \cdot \left( -\frac{dm}{dt} \right) = m \frac{dv}{dt} = ma$$

„Schub“ (sei hier konstant)

$$\frac{1}{m} \frac{dm}{dt} = -\frac{1}{w} \frac{dv}{dt}$$

Lösung der DGL:

$$\ln \frac{m}{m_0} = -\frac{v}{w}$$

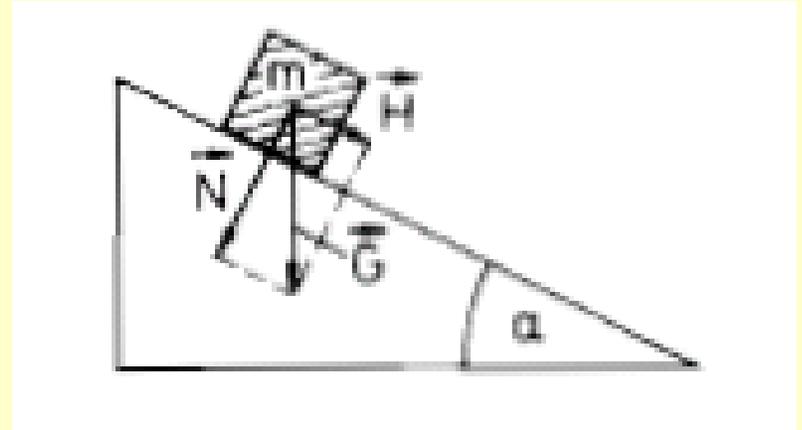
$$\text{d.h. } v(m(t)) = -w \ln \frac{m(t)}{m_0}$$

$$\text{d.h. } m(v(t)) = m_0 e^{-v(t)/w}$$

# Kräfte als Vektoren

Beispiel:  
Hangabtriebskraft

$$|\vec{H}| = |\vec{G}| \sin \alpha$$



Die „Normalkraft“

$$|\vec{H}| = |\vec{G}| \cos \alpha$$

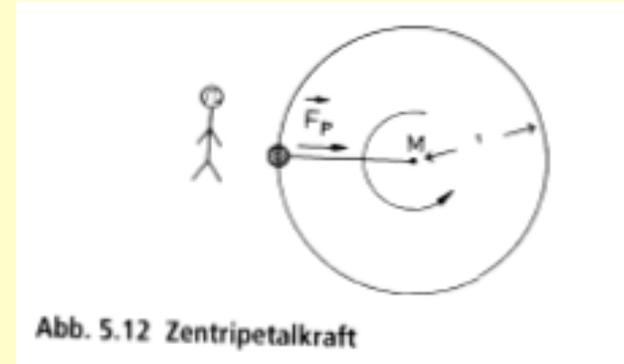
wird von der Unterlage aufgefangen.

# Zentripetal-, Zentrifugalkraft

Für Kreisbewegung wird eine Beschleunigung auf den Kreismittelpunkt hin benötigt d.h. die Richtung ändert sich kontinuierlich.

Für den Betrag ergibt sich  $a_r = \omega^2 \cdot r = \frac{v^2}{r}$

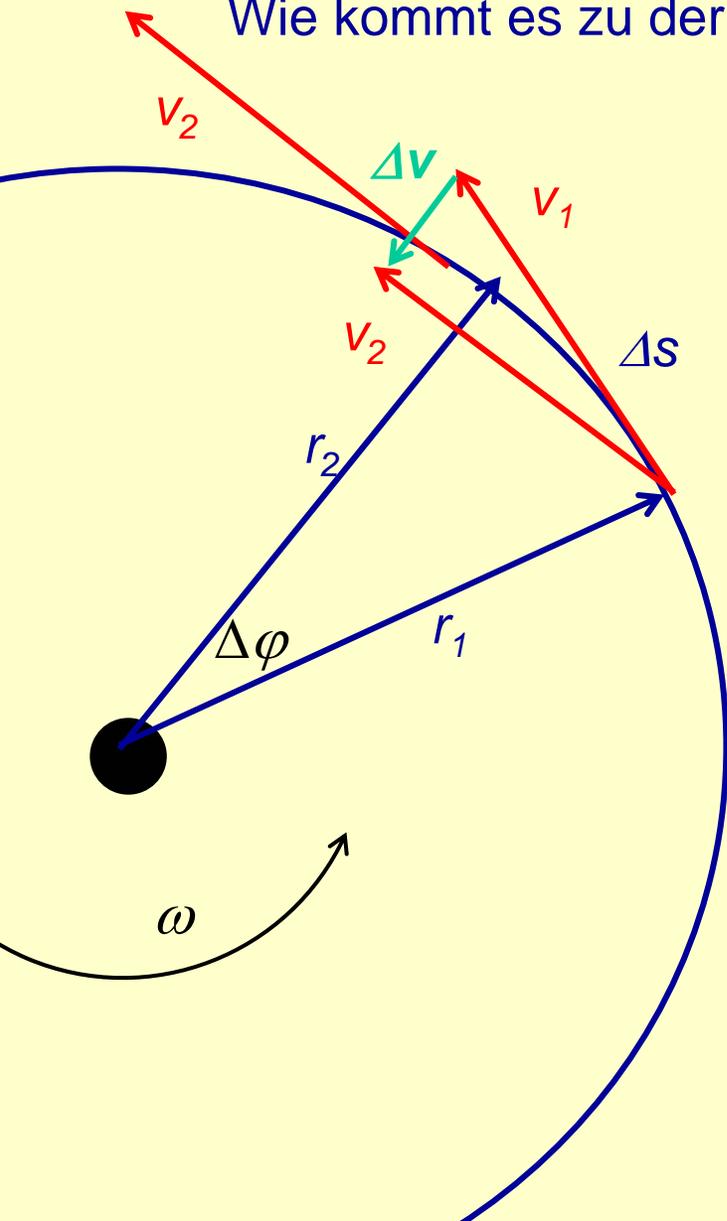
Für die Zentripetalkraft ergibt sich also  $F_r = m \cdot a_r = m\omega^2 \cdot r = \frac{mv^2}{r}$



Analog spüren die bei der Kreisbewegung mitgeführten Körper (bzw. die Verankerungen) eine Zentrifugalkraft, die vom Kreismittelpunkt weg gerichtet ist.

# Zentripetal-, Zentrifugalkraft 2

Wie kommt es zu der Formel?



$$\Delta s = r \Delta\varphi$$

$$ds = r d\varphi$$

$$\frac{ds}{dt} = r \frac{d\varphi}{dt}$$

$$v = r \omega \quad \text{bzw.} \quad \omega = \frac{v}{r}$$

$$dv = v_2 - v_1 \approx v \sin(d\varphi) \approx v d\varphi$$

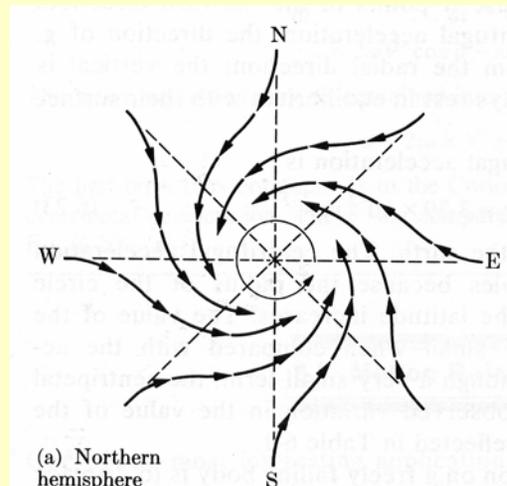
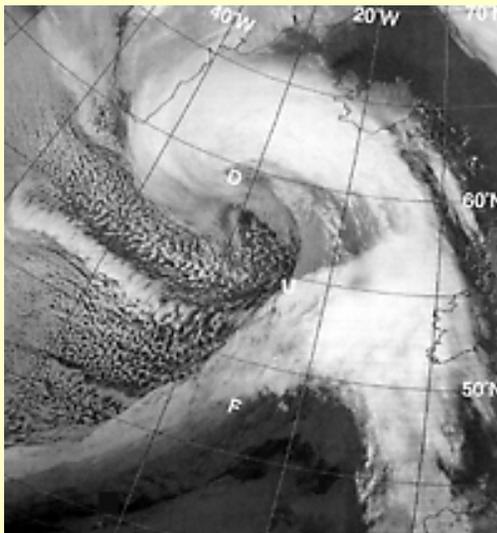
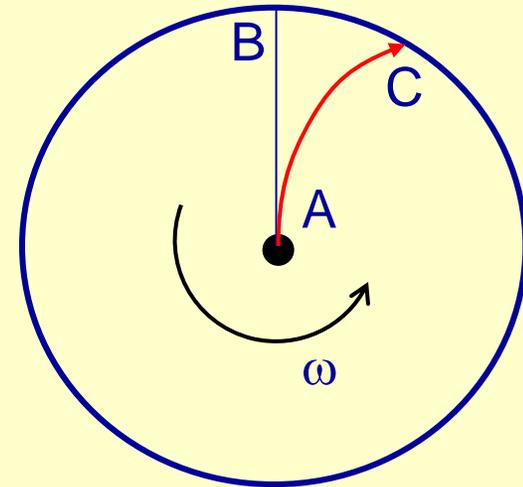
$$a = \frac{dv}{dt} = v \frac{d\varphi}{dt} = v\omega = \frac{v^2}{r}$$

# Corioliskraft

Ein mitbewegter Beobachter auf einem rotierenden Bezugssystem beobachtet zwei Trägheitskräfte:

- Zentrifugalkraft  $\vec{F}_z = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$
- Corioliskraft  $\vec{F}_c = 2m(\vec{v} \times \vec{\omega})$

Blick auf den Nordpol:



(a) Northern hemisphere

Auf der Nordhalbkugel:  
Ablenkung der  
Luftmassen nach rechts!

Beispiel: Linksdrehung  
bei Tiefdruckgebieten.

Auch: Foucaultsches Pendel

# Schwingung 1

$$F = -k \cdot x$$

Rückstellkraft  $F$  proportional zur Auslenkung  $s$ . Proportionalität mit Federkonstante  $k$ .

$$m \cdot a = -k \cdot x$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{k}{m} x = 0$$

Differentialgleichung

Lösungen

$$x(t) = x_0 \sin(\omega t) \quad \text{und} \quad x(t) = x_0 \cos(\omega t)$$

„Harmonische Bewegung“

mit „Kreisfrequenz“

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Schwingungsdauer  $T$

d.h. Frequenz

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

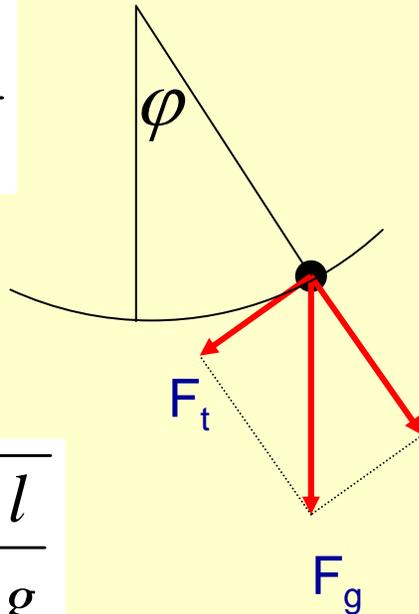
$$T = \frac{1}{\nu} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

# Fadenpendel

$$F_t = ma = -F_g \sin \varphi$$

$$ma = -mg \sin \varphi$$

$$a \approx -g \frac{s}{l}$$

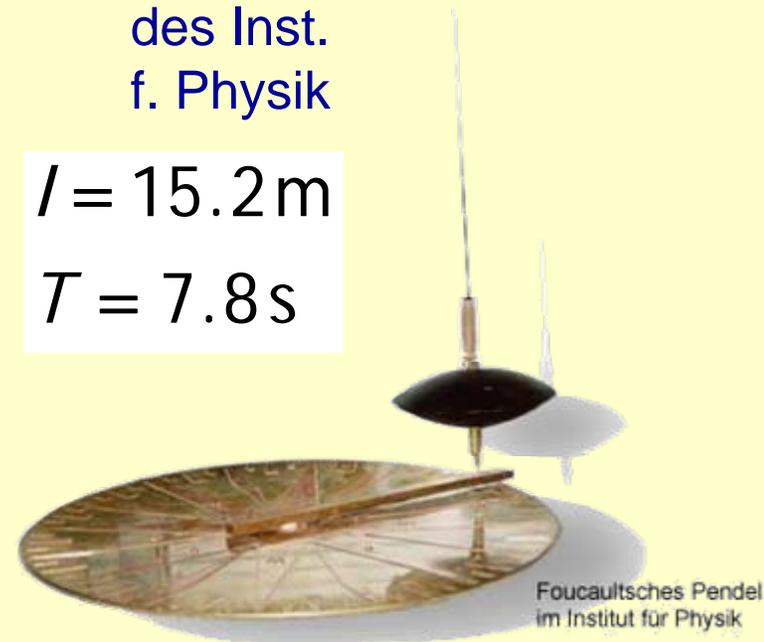


$$T \approx 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$$

Im alten  
Gebäude  
des Inst.  
f. Physik

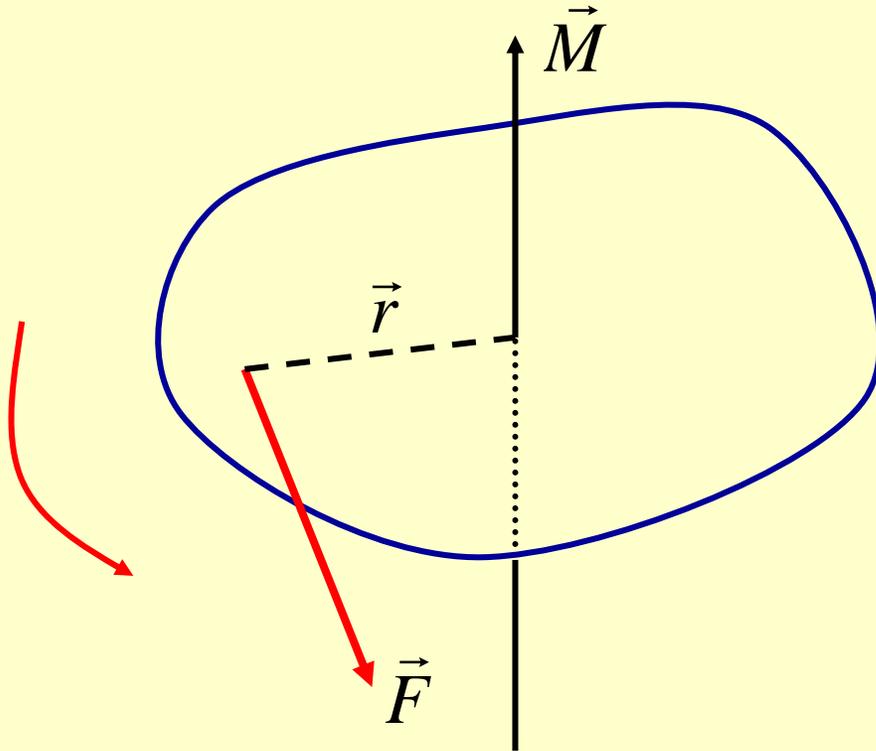
$$l = 15.2\text{m}$$

$$T = 7.8\text{s}$$



*Foucaultsches Pendel  
folgt der Coriolis-Kraft*

# Drehmoment



Drehmoment

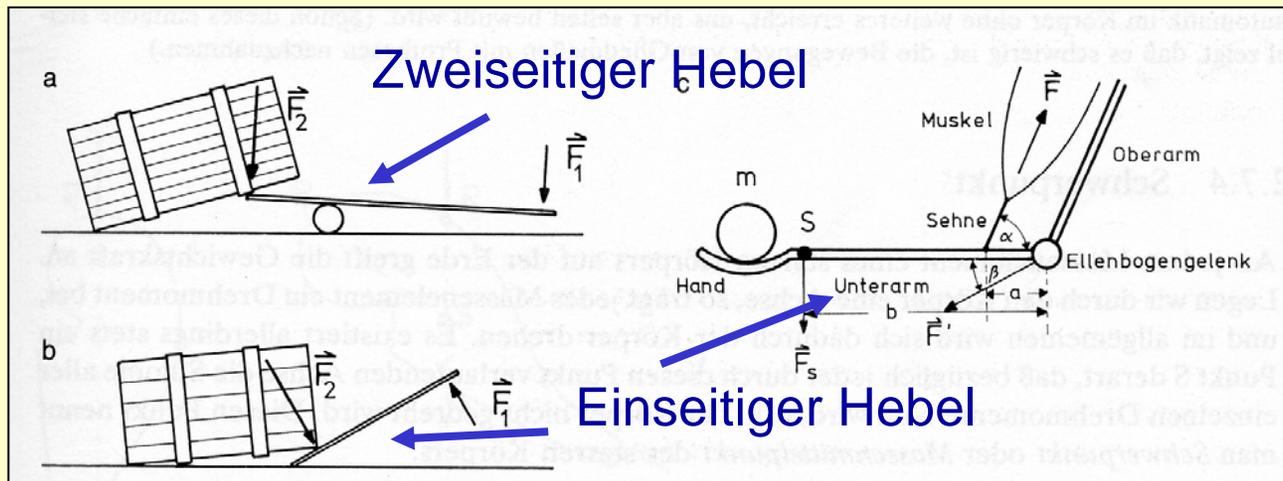
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$

$$|\vec{M}| = |\vec{r}| \cdot |\vec{F}| \cdot \sin(\vec{r}, \vec{F})$$

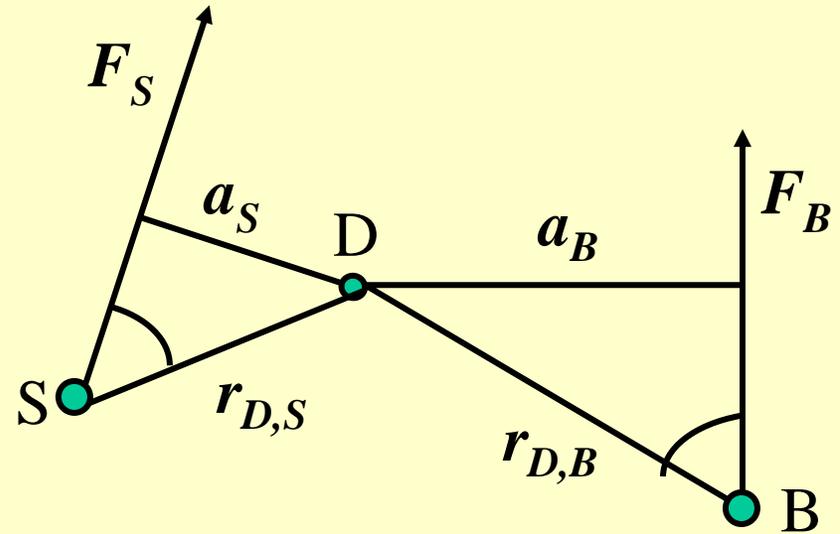
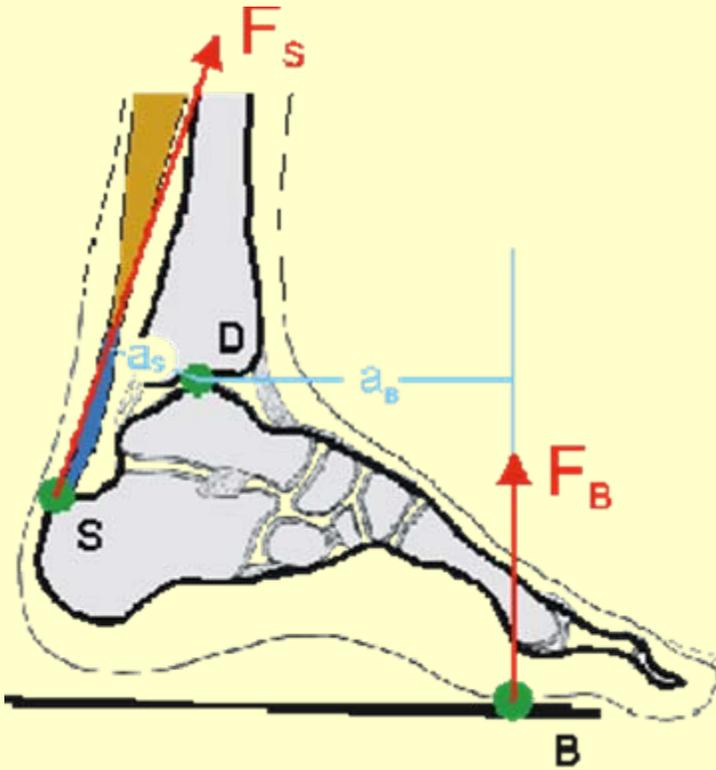
Spezialfall: Hebelgesetz

$$\vec{r} \perp \vec{F}$$

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$$



# Drehmomente am Fußgelenk



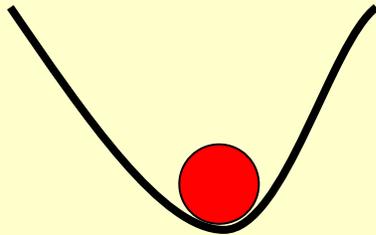
$$F_S \times r_{D,S} = F_B \times r_{D,B}$$

$$F_S \cdot a_S = F_B \cdot a_B$$

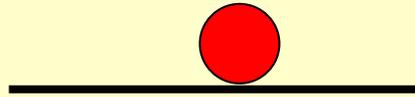


# Gleichgewicht 2

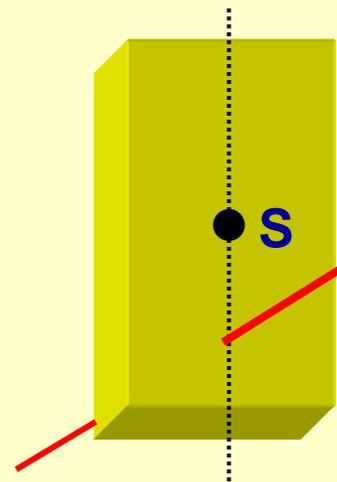
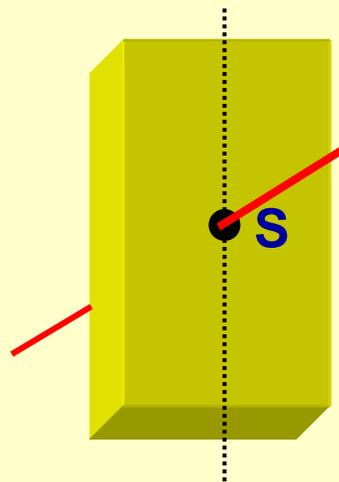
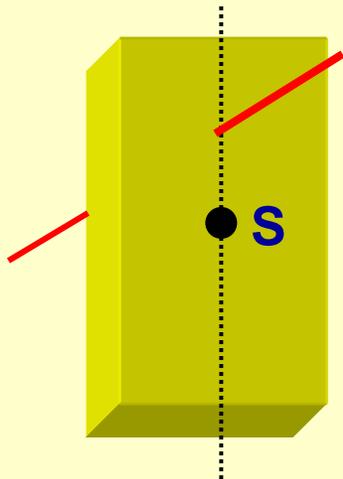
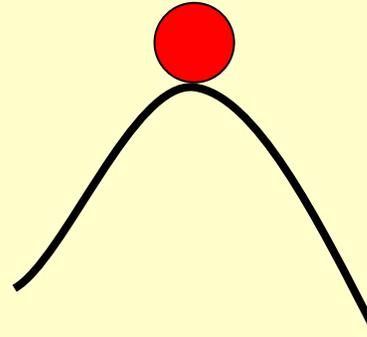
stabil



indifferent



labil

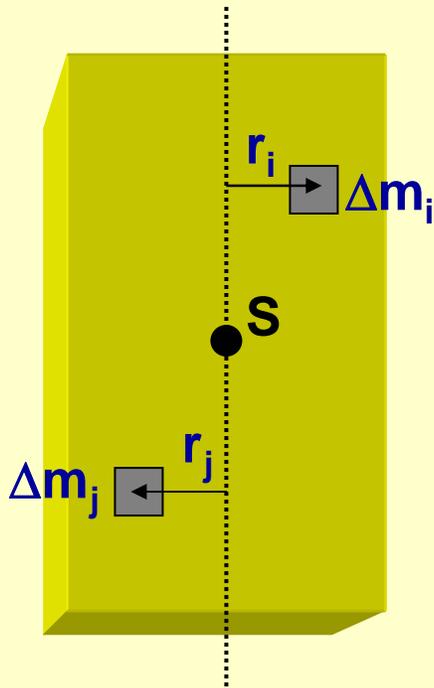


Im Gleichgewicht nimmt die potentielle Energie des Körpers einen Extremwert an, d.h.  $\delta E_{\text{pot}}=0$

# Schwerpunkt (Massenmittelpunkt)

Ein Körper, der in seinem Schwerpunkt unterstützt wird, bleibt in jeder Lage im Gleichgewicht.

→ Die Summe der Drehmomente aller Massenelemente um die Achse ist gleich Null.



$$\underbrace{\sum_i \Delta m_i g \vec{r}_i}_{\text{rechtsdrehend}} = \underbrace{\sum_j \Delta m_j g \vec{r}_j}_{\text{linksdrehend}}$$

Drehmomente

$$\sum_k \Delta m_k g \vec{r}_k = 0 \rightarrow \int \vec{r} dm = 0$$

# Rotationen

Die kinetische Energie der Rotationsbewegung ist

$$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad J = \sum_k m_k r_k^2 = \int_V r^2 dm$$

Translationsbewegung		Rotationsbewegung	
Kraft	$\vec{F} = m\vec{a}$	Drehmoment	$\vec{M} = J \frac{d\vec{\omega}}{dt}$
Masse	$m$	Trägheitsmoment	$J$
Impuls	$\vec{p} = m\vec{v}$	Drehimpuls	$\vec{L} = J\vec{\omega}$
	$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$		$\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

**Drehimpulserhaltung:**  $\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots = \sum_k \vec{L}_k = \text{const.}$

# Trägheitsmoment, Drehmoment

Trägheitsmoment ist abhängig von der Massenverteilung im Hinblick auf die Drehachse

$$J = \sum_k m_k r_k^2 = \int_V r^2 dm$$

Experiment mit zwei Rollen mit gleichem Radius und gleicher Gesamtmasse!

**Drehimpulserhaltung:**  $\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \dots = \sum_k \vec{L}_k = J \cdot \omega = \text{const.}$

Experiment: Pirouette (Arme Ausbreiten auf Drehstuhl)

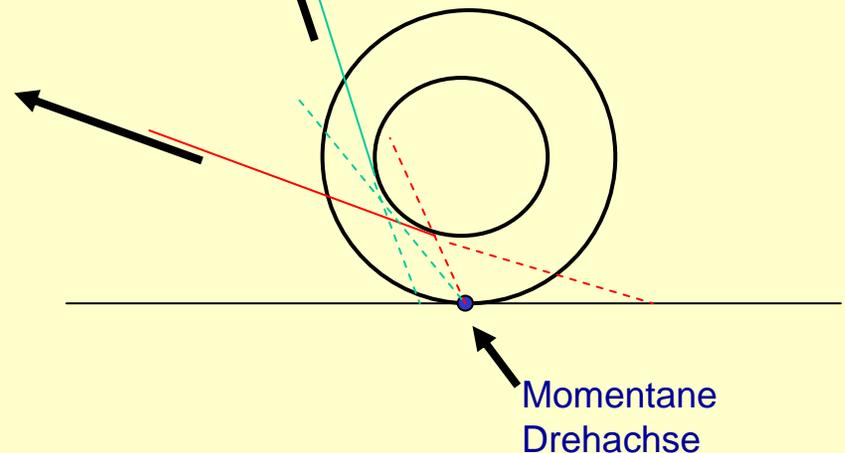
Satz von Steiner:  $J = J_s + m_{ges} \cdot d^2$

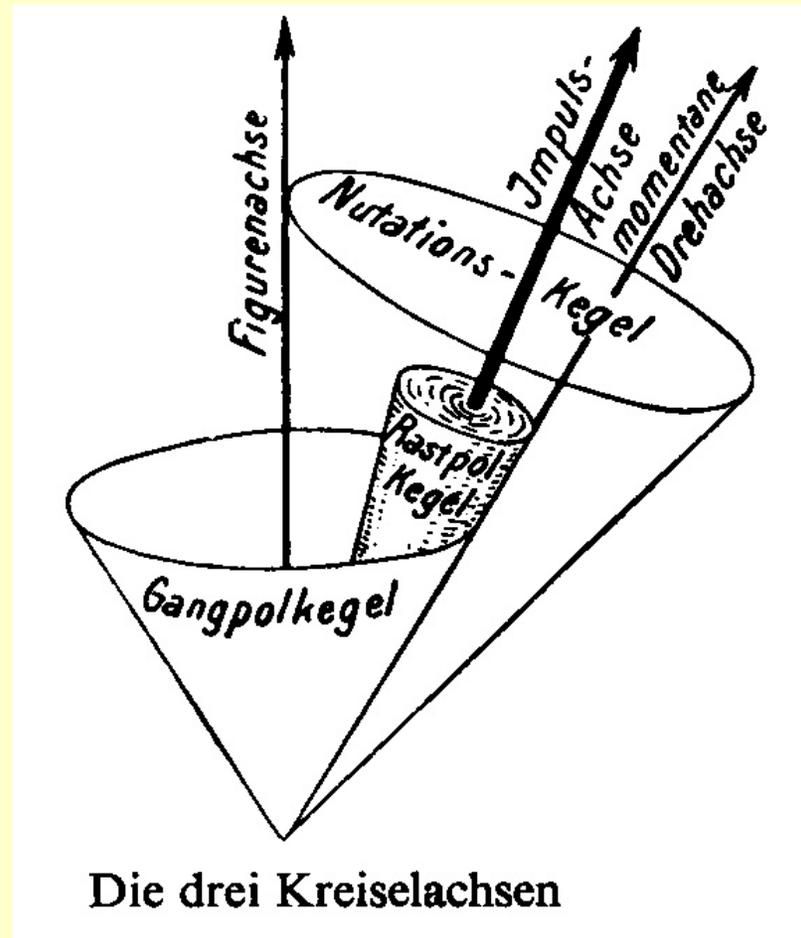
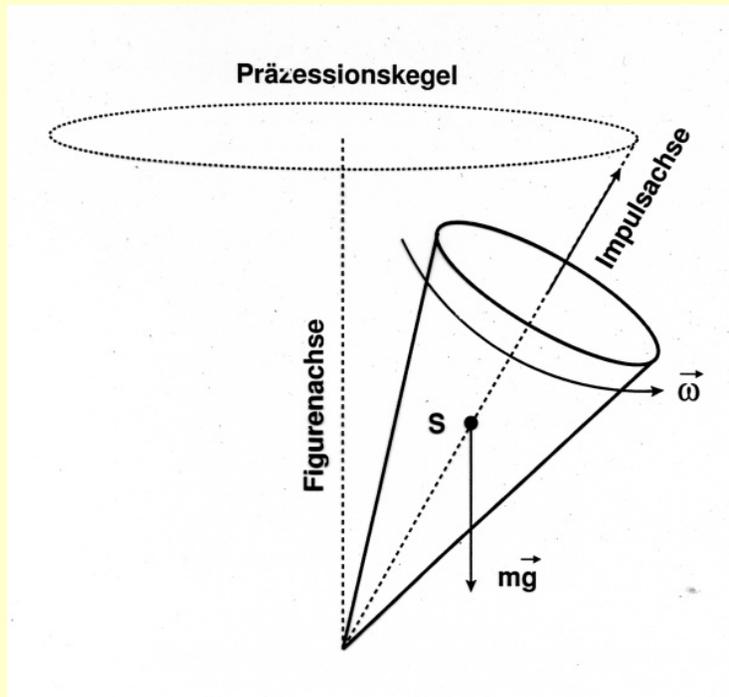
Abstand der (parallelen) Achsen

Schwerpunkt

Drehmoment:

- Experiment „Folgsame Spule“
- Experiment Präzession von Fahrrad-Rad in Schlaufe





Die drei Kreiselachsen



- Präzession
- Nutation