2 Mechanik

2.1 Bewegungen

2.2 Kraft, Drehmoment

2.3 Energie, Leistung, Impuls

2.4 Mechanik ruhender Flüssigkeiten und Gase (Fluide)

2.5 Mechanik bewegter Flüssigkeiten und Gase (Fluide)

2.6 Grenzflächeneffekte

2.1 aus gkg ... pharm. Prüf.

2 Mechanik 2.1 Bewegungen

2.1.1 Geschwindigkeit, Beschleunigung: Definitionen, vektorielle Zusammensetzung von Geschwindigkeiten und Beschleunigungen

2.1.2 Geradlinige Bewegungen: Zusammenhang von Beschleunigung, Geschwindigkeit, Weg und Zeit; einfache Beispiele mit konstanter Beschleunigung

2.1.3 Rotationsbewegungen: Zusammenhang von Winkelbeschleunigung, Winkelgeschwindigkeit, Winkel und Zeit; einfache Beispiele mit konstanter Drehzahl (Darstellung mittels Winkelgeschwindigkeit, Kreisfrequenz und Umfangsgeschwindigkeit)

2.1.4 Zeitabhängige Vorgänge: Nichtperiodische, allgemein-periodische und harmonische Vorgänge, Periodendauer und Frequenz, Einordnung einfacher Beispiele; Überlagerung von harmonischen Schwingungen in einfachen Fällen

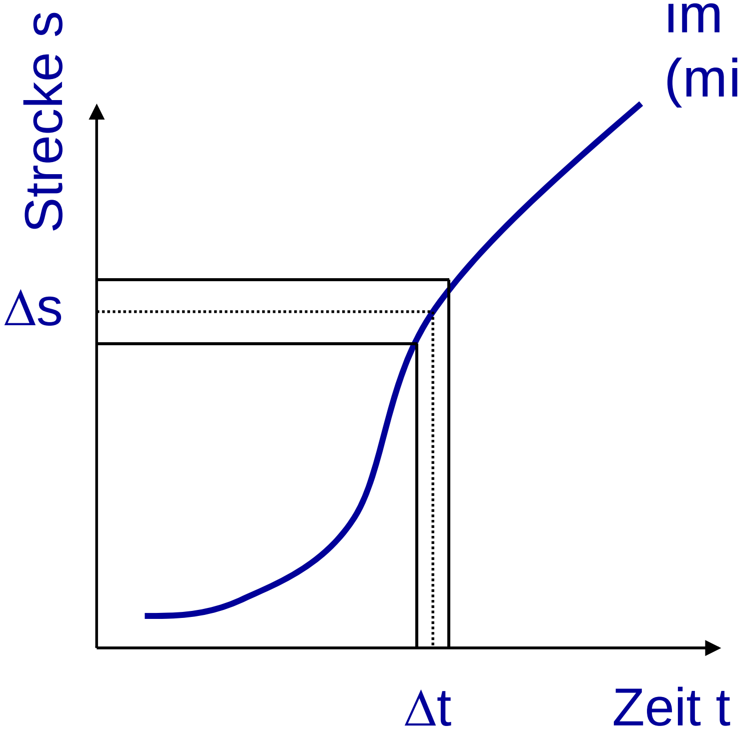
2.1.5 Momentanwert und Mittelwert: Definitionen, Vergleich bei einfachen Vorgängen, z.B. beschleunigter Bewegung, harmonischem Vorgang

Experimente

- Meßgeräte zur Bestimmung von Länge, Fläche etc.
- Zeitmessung auf Luftkissenbahn
- s-t - Diagramme
- Grundgesetz der Mechanik: $F = m\,a$
  Messung der Beschleunigung bei unterschiedlicher Kraft bzw. Masse
- konstante Beschleunigung beim freien Fall (mit Messwerten)
- Fallröhre mit Luft bzw. unter Vakuum
- Im freien Fall: Wegziehen von Papier zwischen zwei Gewichten
- Trägheit:
  - Wegziehen von Papier unter Münze auf Becher
  - Hammerschläge auf Hand (bzw. Klotz dazwischen)
  - „Einstein-Versuch“ (Kugel an Feder soll in Trichter)

Kinematik 1

Kinematik ist die Lehre von den Bewegungen im Raum unter Absehung von den Kräften. (mit Kräften „Dynamik“, folgt in Kürze!)



$$\bar{v} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

$$\lim_{\Delta t \to 0} \bar{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} = v$$

Translation:

„Strecke“, besser: Ort (in m) s

Geschwindigkeit (in m/s) $v = \frac{ds}{dt}$

Beschleunigung (in m/s^2) $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 s}{dt^2}$

Kinematik 2

Translation (Bewegung von einem Ort zum anderen):

„Strecke“, besser: Ort (in m) s

Geschwindigkeit (in m/s) $v = \frac{ds}{dt}$

Beschleunigung (in m/s²) $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2s}{dt^2}$

analog:

Rotation (Drehbewegung um eine Achse):

Winkel (in rad) φ

Winkelgeschwindigkeit (in rad/s) $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$

Winkelbeschleunigung (in rad/s²) $\frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$

Kinematik 3

Bisherige Beschreibung der Bewegung eindimensional.
Tatsächlich finden die Bewegungen im dreidimensionalen Raum statt.
Das bedeutet für die

Translationen:
Es gibt jeweils drei Orts-, Geschwindigkeits-
und Beschleunigungskomponenten
der entsprechenden Vektoren.
Man unterscheidet hier auch zwischen
dem Vektor der Geschwindigkeit (engl. velocity) $\vec{v} = (v_x, v_y, v_z)$
und seinem Betrag, der Bahngeschwindigkeit (engl. speed)

$$v = |\vec{v}| = \sqrt{v_x^{\ 2} + v_y^{\ 2} + v_z^{\ 2}}$$

Rotationen:
Die entsprechenden Achsen
(für Winkel, Winkelgeschwindigkeiten
und –beschleunigungen)
werden ebenfalls durch Vektoren ausgedrückt
(die in ihren Richtungen nicht übereinstimmen müssen!)

2.2 Kraft, Drehmoment

2.2.1 Kräfte: Vektorielle Addition von Kräften, Zerlegung einer Kraft in Komponenten vorgegebener Richtung (Kräfteparallelogramm)

2.2.2 Newton'sche Prinzipien: Trägheitsprinzip; Zusammenhang zwischen Kraft, Masse und Beschleunigung; Prinzip der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung (actio = reactio)

2.2.3 Kräfte und Bewegungen: Einfache Beispiele (konstante Beschleunigung oder Verzögerung); Zusammenhang von Masse und Gewichtskraft, Fallbeschleunigung, freier Fall; Reibungskräfte (Richtung, Bremswirkung)

2.2.4 Drehmoment, Hebelgesetz: Zusammenhang des Drehmoments mit Kraft und Hebelarm, Gleichgewichtsbedingung, Behandlung einfacher Beispiele, z.B. Hebel, Waage

2.2.5 Fliehkraft: Betrag und Richtung der Zentrifugalkraft bei einer gleichförmigen Kreisbewegung (s.a. 2.5.7); Zentrifuge

2.2.6 Verformungen: Zusammenhang zwischen Kraft und Längenänderung einer elastischen Feder (Federkonstante); plastische Verformungen

2.2.7 Dichte: Dichte, relative Dichte, mittlere Dichte von Haufwerken (Pulvern); Porosität

Newtonsche Axiome

1. **Newtonsches Axiom**: Ein Körper verharrt im Zustand der Ruhe oder der geradlinigen, gleichförmigen Bewegung, solange die Summe der einwirkenden Kräfte Null ist.

2. **Newtonsches Axiom**: Die Beschleunigung ist proportional der angreifenden Kraft,

   $$\vec{F} = m \cdot \vec{a} \qquad \text{(später auch } \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}\text{)}$$

   Die Proportionalitätskonstante ist die Masse *m.*
   Bemerkung: Hier ist die „träge Masse“ gemeint.

3. **Newtonsches Axiom**: *actio=reactio*; die Erfahrung zeigt, daß, wenn ein Körper A auf einen Körper B eine Kraft F_{AB} ausübt, der Körper B umgekehrt auch eine Kraft F_{BA} ausübt. Die Kräfte sind entgegengesetzt und gleich groß, also

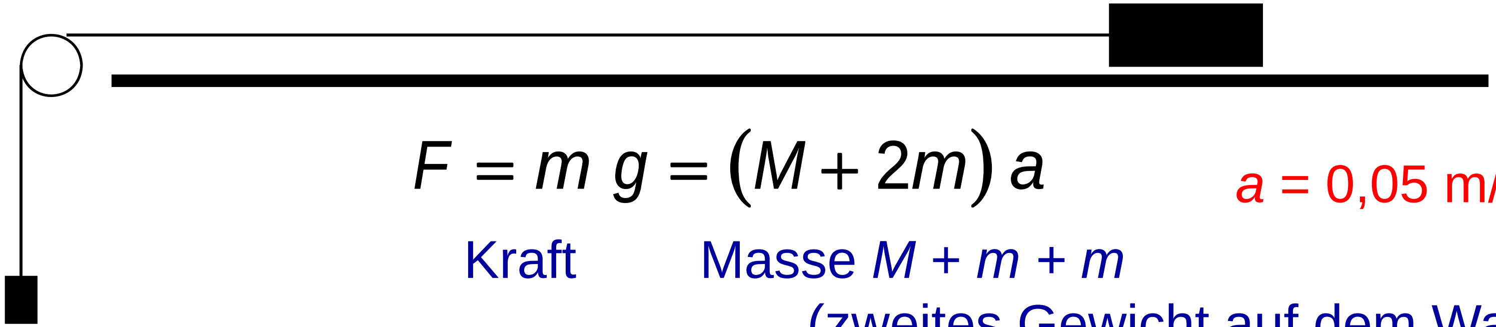
   $$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

   Bemerkungen: Es handelt sich um „Wechselwirkungen“.
   3. Newtonsche Axiom entspricht dem Impulserhaltungssatz.

Newton (1642-1747)

Beschleunigung von Luftkissenwagen

Luftkissenwagen der Masse *M* wird beschleunigt durch Schwerkraft, die über eine Rolle an einem kleinen Gewicht der Masse *m* angreift.



$$F = m\,g = (M + 2m)\,a$$

a = 0,05 m/s^2

Kraft   Masse $M + m + m$ (zweites Gewicht auf dem Wagen)

$$\frac{m}{M} \approx \frac{a}{g} \approx \frac{0{,}05\ \mathrm{m/s^2}}{10\ \mathrm{m/s^2}} \approx 0{,}5\ \%$$

Wiegen ergibt M = 194 g
m = 1 g

Verdopplung der Kraft: $2m\,g = (M + 2m)\,a$

a = 0,10 m/s^2

Erhöhung (fast Verdopplung) der Trägheit (durch zweiten Wagen):

$$m\,g = (2M + 2m)\,a$$

a = 0,03 m/s^2

Kombination: $2m\,g = (2M + 2m)\,a$

a = 0,055 m/s^2

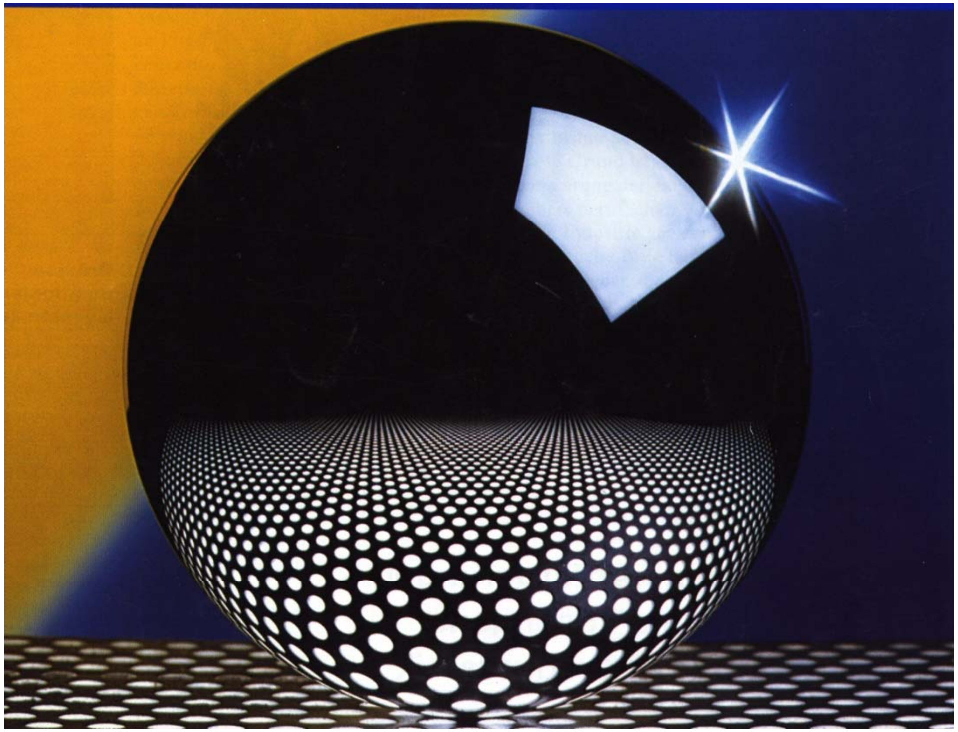
Bemerkung: Auch die Rolle wird beschleunigt!

Massenstandard

Das Ur-Kilogramm im Bureau International des Poids at Mesures in Paris

Zylinder aus Pt-Ir-Legierung

Kugel aus hochreinem, einkristallinem Silizium
→ Zählen von Atomen



Gravitation

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$ Gravitations-Gesetz

„schwere Massen“

$$\gamma = 6.67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{m^3 s^{-2} kg^{-1}}$$

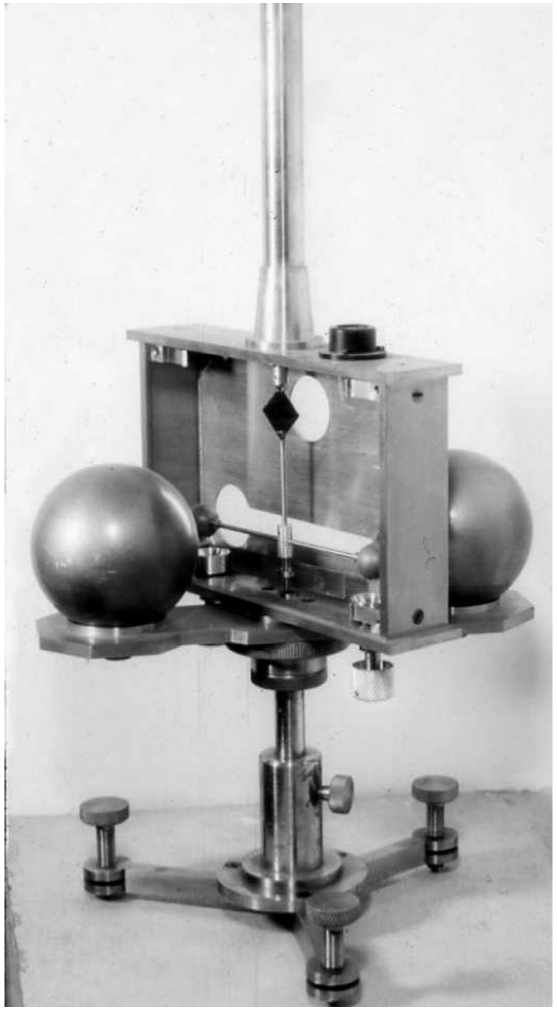
$$[F] = 1 \frac{\mathrm{kg \cdot m}}{\mathrm{s}^2} = 1\mathrm{N}$$ Newton

Ein **Feld** ordnet jedem Punkt des Raumes eine bestimmte physikalische Größe zu.

Hier: Schwerefeld (der Erde)

Bemerkung:

Mit diesem Versuch wurde γ und damit die Masse der Erde bestimmt!



„Gravitations-Waage“

Fallbeschleunigung

Kann die Reibung vernachlässigt werden, so gelten für alle Körper die gleichen Fallbeschleunigungen im Gravitationsfeld der Erde.

Newton: $$F = m \cdot a = \gamma \frac{m \cdot m_{\text{Erde}}}{r^2}$$

träge bzw. schwere Masse sind gleich
(Einstein, allg. Relativitätstheorie)

also $$a = \gamma \frac{m_{\text{Erde}}}{r^2}$$

Fallbeschleunigung an der Erdoberfläche $$g = \gamma \frac{m_{\text{Erde}}}{r_{\text{Erde}}^2} \approx 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Aus g, r_{Erde} und γ folgt die Erdmasse !

Genauer Wert ist ortsabhängig!
(Abstand vom Erdmittelpunkt
plus „Zentrifugalkraft“)

Fallversuch

Gemessen werden die Fallzeiten *t* für die Fallhöhen 0,2 m bzw. 0,8 m.

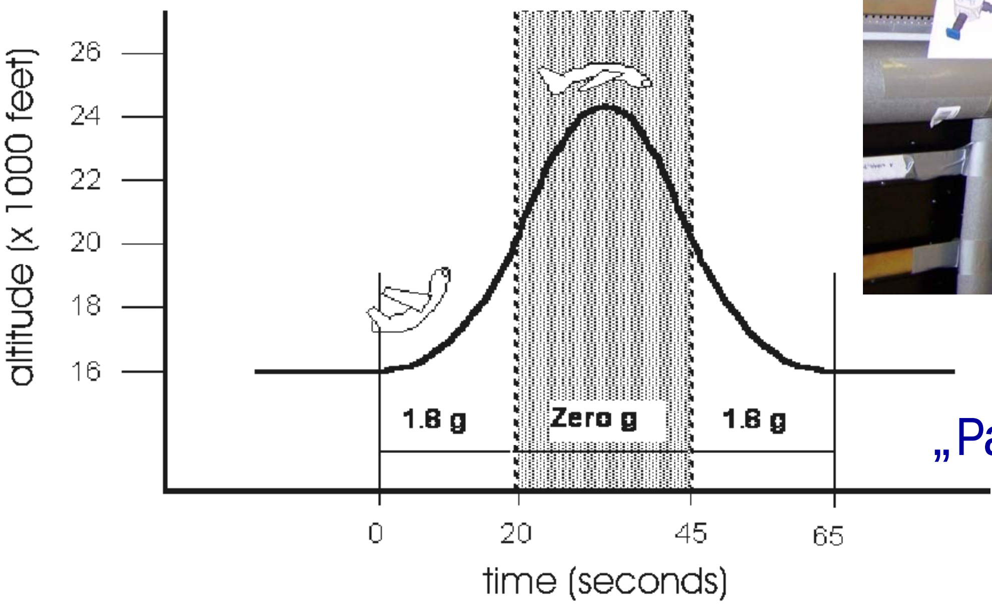
Zusätzlich Bestimmung der Fallgeschwindigkeit v
nach der Beziehung $v = \Delta s \,/\, \Delta t$ (eigentlich Durchschnittsgeschwindigkeit!)
Hierbei ist Δt die (gemessene) Zeitspanne des
Verdunkelns der Lichtschranke durch den Fallkörper vergeht.
Länge des Fallkörpers Δs = 20 mm)

s in m	0,2	0,8	
t in s	0,2	0,4	$\longrightarrow$ δt = 0,2 s
Δt in ms	10	5	
v in m/s	2	4	$\longrightarrow$ δv = 2 m/s

Mithilfe dieser Werte erhält man für die
Fallbeschleunigung den Wert $g = a = \delta v/\delta t = (2\ \text{m/s}) \,/\, (0{,}2\ \text{s}) = 10\ \text{m/s}^2$.

Schwerelosigkeit

In gewissem Sinne paradox:
Im „freien Fall“
erfährt man
„Schwerelosigkeit“



„Parabelflug“

Freier Fall

Ohne Beschleunigung $\rightarrow$ $a = 0$

Gleichförmige Bewegung $\rightarrow$ $v = const$

Damit (Integrieren!) Ort (manchmal auch *s* genannt) $\rightarrow$ $x = v\,t$

bzw. allgemeiner $\rightarrow$ $x = v\,t + x_0$

Anfangswert

Beim freien Fall konstante Beschleunigung $\rightarrow$ $a = g$

damit Geschwindigkeit $\rightarrow$ $v = gt$

und durchfallene Höhe $\rightarrow$ $h = \frac{g}{2}t^2$

bei Anfangsgeschwindigkeit $\rightarrow$ $h = \frac{g}{2}t^2 + v_0\,t$

und Anfangshöhe $\rightarrow$ $h = \frac{g}{2}t^2 + v_0\,t + h_0$

Wurfparabel

a) „Fallgesetz", wobei zunächst Bewegungsrichtung nach oben
b) zwei-dimensionale Bewegung, da auch „nach der Seite"

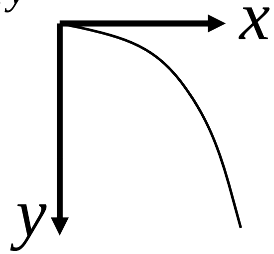
ad a) konst. Beschleunigung führt durch Integration und Einsetzen der Anfangsbedingungen zum Ort

$$y = \frac{g}{2} t^2 + v_{0,y} t + y_0$$

ad b) Analog für die gleichförmige Bewegung in x-Richtung:

$$x = +v_{0,x} t + x_0$$

Vereinfachung mit „horizontalem Wurf" und $x_0 = y_0 = v_{0,y} = 0$



Auflösen nach t und Einsetzen in y-Gleichung führt zur Parabelform:

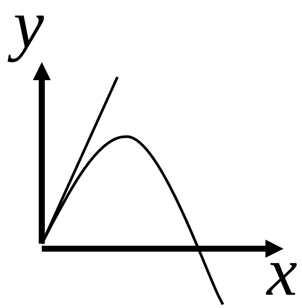
$$y = \frac{g}{2\,v_{0,x}^2} x^2$$

Beim „schiefen Wurf" werden eine Anfangsgeschwindigkeiten in x- und y-Richtung angenommen und oft durch den Winkel gegen die Horizontale ausgedrückt.

$$v_{0,x} = v_0 \cos\alpha$$

$$v_{0,y} = v_0 \sin\alpha$$

$$v_0^2 = v_{0,x}^2 + v_{0,y}^2$$



Weitere Experimente

– Federpendel, Fadenpendel

– (Luftballon-)Rakete an Faden

– Reibungskräfte

– Schwerpunkt (Massenmittelpunkt)

– Gleichgewicht

– Rotationskräfte (Zentrifugalkraft, Corioliskraft)
Vorführung von Kreiseln

(Feder-) Schwingung

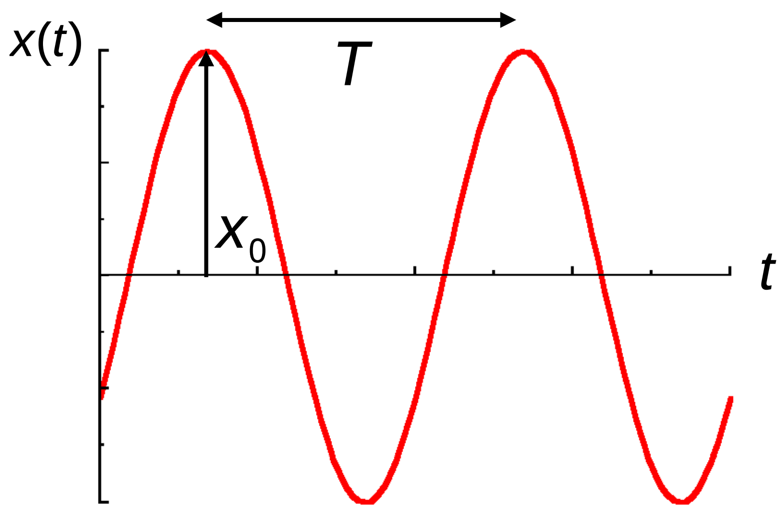
$$F = -k \cdot x$$

$$m \cdot a = -k \cdot x$$

Rückstellkraft *F* proportional zur Auslenkung *s*. Proportionalität mit Federkonstante *k*.

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{k}{m}x = 0$$

Differential-gleichung



Lösungen

$$x(t) = x_0 \sin(\omega t)$$ und
$$x(t) = x_0 \cos(\omega t)$$

„Harmonische Bewegung“

mit „Kreisfrequenz“ $$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

d.h. Frequenz

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

Schwingungsdauer *(Periode)*

$$T = \frac{1}{f} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Harmonische Bewegung (Schwingung)

$$F = -k \cdot s$$

Rückstellkraft *F* proportional zur Auslenkung *s*

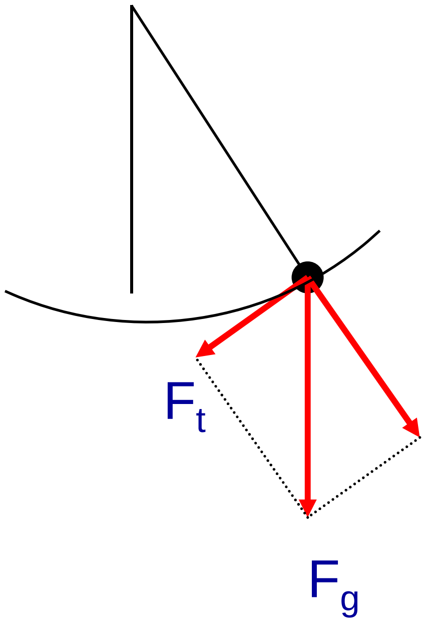
$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Schwingungsdauer *T*

Beispiel: Fadenpendel

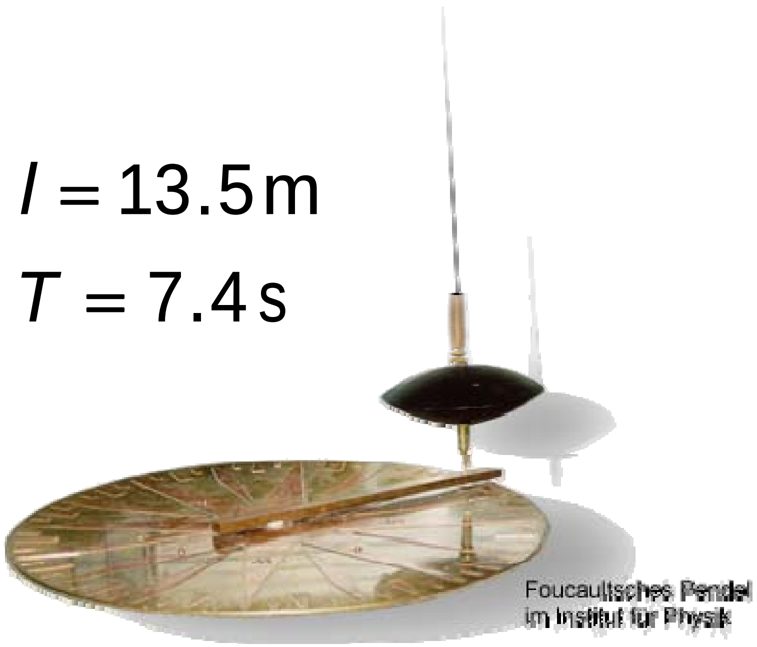
$$F_t = -mg\frac{s}{l}$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$



$$l = 13.5\,\mathrm{m}$$

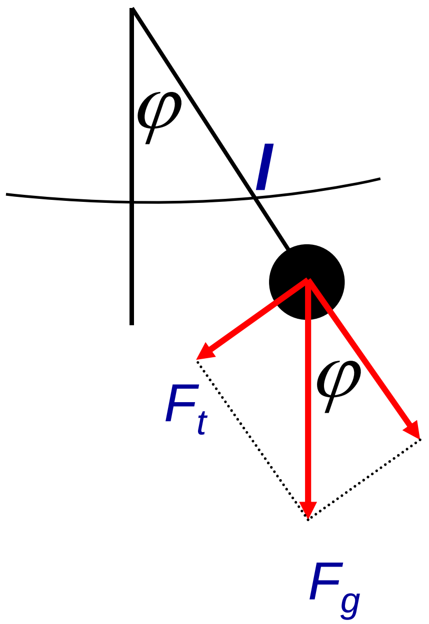
$$T = 7.4\,\mathrm{s}$$



Foucaultsches Pendel folgt der Coriolis-Kraft.

Fadenpendel

Bewegung auf Kreisbogen ***s***
bei Pendellänge = ***l***



$$ma = m\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} = F(s) = -F_t$$
$$= -F_g \sin\varphi$$
$$= -mg\sin\varphi$$
$$a = -g\sin\varphi$$

kleine
Winkel

$$\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} + g\sin\varphi = 0$$

$$\sin\varphi \approx \varphi = \frac{s}{l}$$

$$\frac{\mathrm{d}^2 s}{\mathrm{d}t^2} + \frac{g}{l}s \approx 0$$

$$\boxed{T \approx 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}}$$

Bei Pendellänge ***l* =1m**
halbe Schwingungsperiode
von etwa ***T*/2 = 1s .**

2.3 Energie, Leistung, Impuls

2.3.1 Arbeit, Energie: Zusammenhang mit Kraft und Weg, auch bei nicht konstanter Kraft und für den Fall, dass die Kraft nicht parallel zum Weg angreift; kinetische Energie der Translation und Rotation; potentielle Energie, Berechnung einfacher Beispiele wie senkrechte Bewegung im Schwerefeld (Hubarbeit); Bewegung auf der schiefen Ebene; Verformung einer Feder

2.3.2 Energieerhaltungssatz (s.a. 3.3.3): Kinetische Energie der Translation; einfache Anwendungen des Energieerhaltungssatzes aus der Mechanik (Energieformen und ihre Umwandlungen für die senkrechte Bewegung im Schwerefeld, Energieformen und ihr periodischer Wechsel beim Federpendel), Einfluss der Reibung (Prinzip)

2.3.3 Leistung: Zusammenhang mit Energie, Arbeit und Zeit

2.3.4 Impuls, Impulserhaltungssatz: Zusammenhang mit Masse und Geschwindigkeit; vektorielle Darstellung; Anwendung auf einfache elastische und unelastische zentrale Stöße

2.3.5 Drehimpuls: Zusammenhang mit Trägheitsmoment und Winkelgeschwindigkeit; Drehimpulserhaltungssatz

Arbeit, Energie und Leistung

Unter Arbeit versteht man das Produkt aus Kraft und Weg.

$W = F \cdot s$ bei konstanter Kraft

$$W = \int_{\vec{s}_1}^{\vec{s}_2} \vec{F}(\vec{s}) \cdot d\vec{s}$$ allgemeine Formulierung

Einheit $\mathrm{J} = \mathrm{Nm}$ Joule

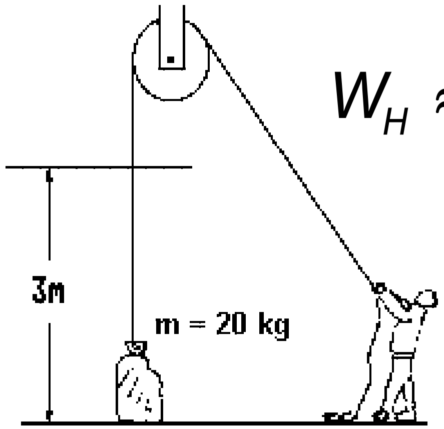
Beispiele:

$W_H = mgh$ Hub-

$W_B = mas = \frac{m}{2} v^2$ Beschleu-nigungs-

$W_F = \frac{1}{2} k s^2$ Verformungs-

$W_R = F_R\, s$ Reibungs-arbeit



$W_H \approx 600\,\mathrm{J}$

Leistung ist das Verhältnis von geleisteter Arbeit zu benötigter Zeit

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$ hier für Arbeit

$[P] = \mathrm{J/s} = \mathrm{W}$ hier Einheit Watt

Energie-Erhaltung

Unter Energie versteht man die Fähigkeit, Arbeit zu verrichten.
(Einheit J = Nm)

"Fallkraft (heutiger Begriff: potentielle Energie), Bewegung (kinetische Energie), Wärme, Licht und Elektrizität sind ein- und dasselbe Objekt in verschiedenen Erscheinungsformen".

R. Mayer (1814-1878)

$E_{\text{pot}} = mgh$ potentielle Energie

$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$ kinetische Energie

Energieerhaltungssatz der Mechanik: $E_{\text{pot}} + E_{\text{kin}} = \text{const.}$

$$E = mc^2$$

Energie und Masse sind zwei äquivalente Erscheinungsformen der Materie

Geschwindigkeit nach freiem Fall

Wozu sind Energieerhaltungssätze gut?
- Verständnis der fundamentalen Zusammenhänge
- Erleichterung bei der Berechnung konkreter Größen

Beispiel: Geschwindigkeit nach freiem Fall

aus Lösung der DGL

jeweils durch Integrieren

$$ma = mg$$

$$v = gt \quad \text{bzw.} \quad t = \frac{v}{g}$$

$$h = \frac{g}{2}t^2 = \frac{g}{2}\frac{v^2}{g^2} = \frac{v^2}{2g}$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

bzw. über den Energie(erhaltungs)satz

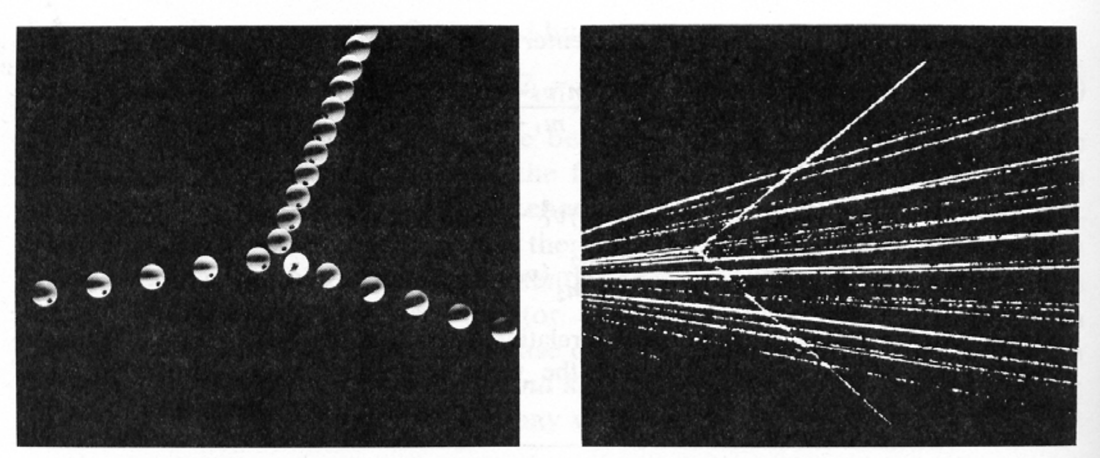
$$E_{\text{kin, nachher}} = E_{\text{pot, vorher}}$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

$$\frac{1}{2}v^2 = gh$$

$$v = \sqrt{2gh}$$

Stoß und Impuls



$$\vec{p} = m\vec{v}$$ Impuls

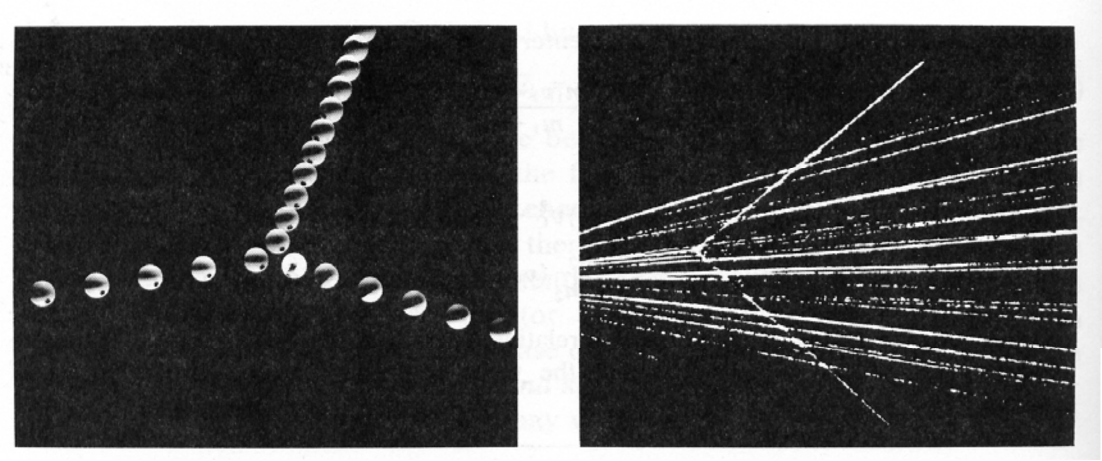
2. Newtonsches Axiom: (Alternative Formulierung)
Die zeitliche Änderung des Impulses eines Körpers ist gleich der Summe der angreifenden Kräfte

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(m\vec{v}\right) = \frac{dm}{dt}\,\vec{v} + m\,\frac{d\vec{v}}{dt}$$

d.h. für konstante Masse : $\vec{F} = \quad 0 \quad + m\,\vec{a}$

Impulserhaltung



$$\vec{p} = m\vec{v}$$ Impuls

Impulserhaltung:

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots = \sum_i \vec{p}_i = \vec{p}_{\text{ges}} = \text{const.}$$

Bemerkung: Vorausgesetzt wird die Betrachtung eines „abgeschlossenen" Systems, d.h. es wirken keine „äußeren Kräfte".

$$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 = \text{const.}$$

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$$

entspricht dem 3. Newtonschen Axiom

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2$$

Stossgesetze 1

Betrachte Körper 1 und 2 mit Massen m_1 bzw. m_2
und Geschwindigkeiten vorher $v_{1,2}$ nachher $u_{1,2}$

vorher nachher

Impuls(erhaltungs)satz: $$m_1 \cdot \vec{v}_1 + m_2 \cdot \vec{v}_2 = m_1 \cdot \vec{u}_1 + m_2 \cdot \vec{u}_2$$

Beschränkung auf elastischen Stoß
(im Gegensatz zu inelastisch; vgl. auch „superelastisch“)
Dann Energie(erhaltungs)satz:

$$\frac{m_1}{2} \cdot v_1^2 + \frac{m_2}{2} \cdot v_2^2 = \frac{m_1}{2} \cdot u_1^2 + \frac{m_2}{2} \cdot u_2^2$$

Zusätzlich Beschränkung auf zentralen Stoß (Gegensatz zu exzentrisch)
dann 1-dim. Problem, d.h. es reicht die Betrachtung
einer Komponente der Vektoren

Stossgesetze 2

$$\frac{m_1}{2}\cdot v_1^2+\frac{m_2}{2}\cdot v_2^2=\frac{m_1}{2}\cdot u_1^2+\frac{m_2}{2}\cdot u_2^2 \longrightarrow m_1\cdot\left(v_1^2-u_1^2\right)=m_2\cdot\left(u_2^2-v_2^2\right)$$

$$m_1\cdot(v_1-u_1)\cdot(v_1+u_1)=m_2\cdot(u_2-v_2)\cdot(u_2+v_2)$$

$$m_1\cdot v_1+m_2\cdot v_2=m_1\cdot u_1+m_2\cdot u_2 \longrightarrow m_1\cdot(v_1-u_1)=m_2\cdot(u_2-v_2)$$

also $\quad v_1+u_1=u_2+v_2$

oder $\quad v_1-v_2=u_2-u_1$

Der Betrag der Relativgeschwindigkeit ändert sich nicht.

Einsetzen von u_2 bzw. u_1 ergibt für die Endgeschwindigkeiten:

$$u_1=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}v_1+\frac{2m_2}{m_1+m_2}v_2 \text{ bzw. } u_2=\frac{2m_1}{m_1+m_2}v_1+\frac{m_2-m_1}{m_1+m_2}v_2$$

Stossgesetze 3

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2 \text{ und } u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_2$$

Betrachte die Spezialfälle:

a) Bei gleichen Massen $m_1 = m_2 = m$

→ $u_1 = v_2$ und $u_2 = v_1$ d.h. Austausch der Geschwindigkeiten

b) Bei sehr großer Masse $m_2 >> m_1$ und $v_2 = 0$

→ $u_1 \approx -v_1$ und $u_2 \approx 0$ d.h. Übertrag des doppelten Impulses aber keine Energie-Übertragung!

c) Bei sehr großer Projektilmasse $m_1 >> m_2$ und $v_2 = 0$

→ $u_1 \approx v_1$ und $u_2 \approx 2v_1$ d.h. kaum Energie- und Impuls-Übertrag, aber Teilchen 2 hat nach dem Stoß die doppelte Geschwindigkeit von Teilchen 1

Ballistisches Pendel

Ein Pendelkörper (Masse M = 44g) sei zunächst in Ruhe
und werde dann von einem Projektil (Masse m = 0,45 g) getroffen.

Die Geschwindigkeit des Projektils v wird aus der Höhe h bestimmt,
bis zu der der Pendelkörper (samt absorbiertem Projektil) schwingt.
Beachte: Die kinetische Energie ist hier keine Erhaltungsgröße!

Aus der Impulserhaltung $mv = (M+m)\,u$

Folgt die Geschwindigkeit des Pendelkörpers u unmittelbar
nach dem Aufprall. Die kinetische Energie wird danach in potentielle
Energie umgewandelt, sodass

$$\frac{M+m}{2}u^2 = \frac{M+m}{2}\left(\frac{m}{M+m}v\right)^2 = \frac{m^2}{2(M+m)}v^2 = (M+m)gh$$

Für h = 5cm liefert der Versuch
einen Wert von ca. 100 m/s.

$$v = \frac{M+m}{m}\sqrt{2gh}$$

Raketengleichung

- Rakete (Masse *m(t)*, Geschwindigkeit *v(t)*) funktioniert nach dem „Rückstoß-Prinzip“, das aus der Impulserhaltung folgt.
- Das Treibmittel wird mit großer Geschwindigkeit *w* in die Richtung entgegen der eigenen Beschleunigung ausgestoßen.
- Damit ändert sich die Raketenmasse als Funktion der Zeit!

Impulserhaltung:

$$w \cdot \left(-\frac{dm}{dt} \right) = m \frac{dv}{dt} = ma$$

„Schub“ (sei hier konstant)

$$\frac{1}{m} \frac{dm}{dt} = -\frac{1}{w} \frac{dv}{dt}$$

$$\int \frac{1}{m} dm = -\frac{1}{w} \int dv$$

Lösung der DGL:

$$\ln \frac{m}{m_0} = -\frac{v}{w}$$

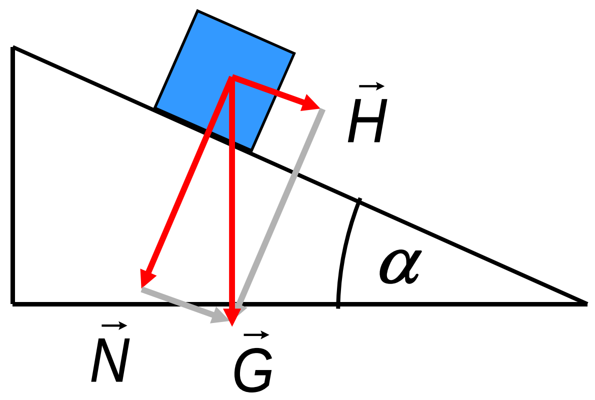
d.h. $v(m(t)) = -w \ln \frac{m(t)}{m_0}$

d.h. $m(v(t)) = m_0 e^{-v(t)/w}$

Kräfte als Vektoren

Beispiel:
Hangabtriebskraft

$$\left|\vec{H}\right| = \left|\vec{G}\right| \sin\alpha$$



Die „Normalkraft“

$$\left|\vec{N}\right| = \left|\vec{G}\right| \cos\alpha$$

wird von der Unterlage aufgefangen.

Zentripetal-, Zentrifugalkraft

Für Kreisbewegung wird
eine Beschleunigung auf
den Kreismittelpunkt hin benötigt
d.h. die Richtung ändert sich
kontinuierlich.

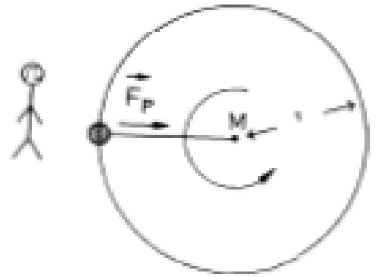


Abb. 5.12 Zentripetalkraft

Für den Betrag ergibt sich $a_r = \omega^2 \cdot r = \dfrac{v^2}{r}$

Für die Zentripetalkraft ergibt sich also $F_r = m \cdot a_r = m\omega^2 \cdot r = m\dfrac{v^2}{r}$

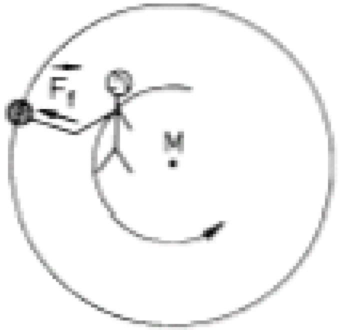
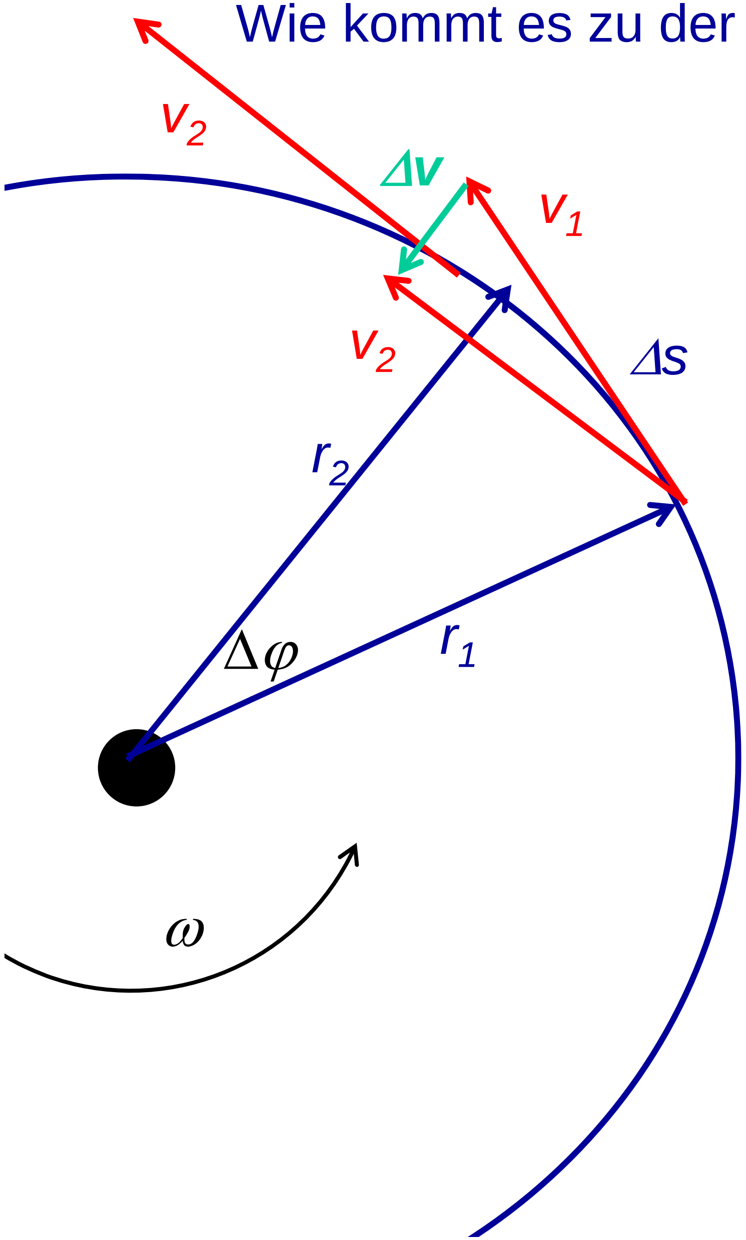


Abb. 5.13 Zentrifugalkraft

Analog spüren die bei der
Kreisbewegung mitgeführten Körper
(bzw. die Verankerungen)
eine Zentrifugalkraft, die vom
Kreismittelpunkt weg gerichtete ist.

Zentripetal-, Zentrifugalkraft 2

Wie kommt es zu der Formel?



$$\Delta s = r\ \Delta\varphi$$

$$ds = r\ d\varphi$$

$$\frac{ds}{dt} = r\ \frac{d\varphi}{dt}$$

$$v = r\ \omega \quad \text{bzw.} \quad \omega = \frac{v}{r}$$

$$\left|d\vec{v}\right| = \left|\vec{v}_2 - \vec{v}_1\right| \approx v \sin(d\varphi) \approx v\ d\varphi$$

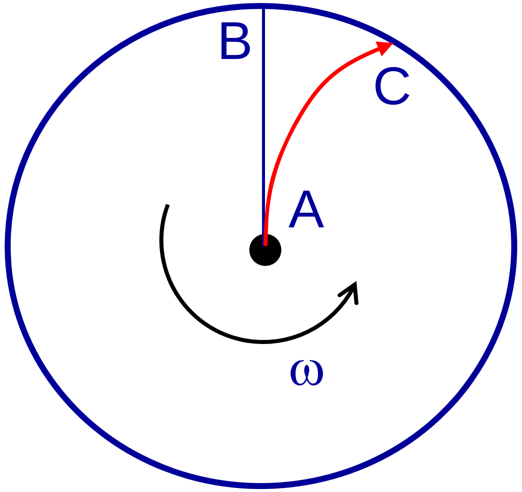
$$\left|\vec{a}\right| = \left|\frac{d\vec{v}}{dt}\right| = v\ \frac{d\varphi}{dt} = v\omega = \frac{v^2}{r}$$

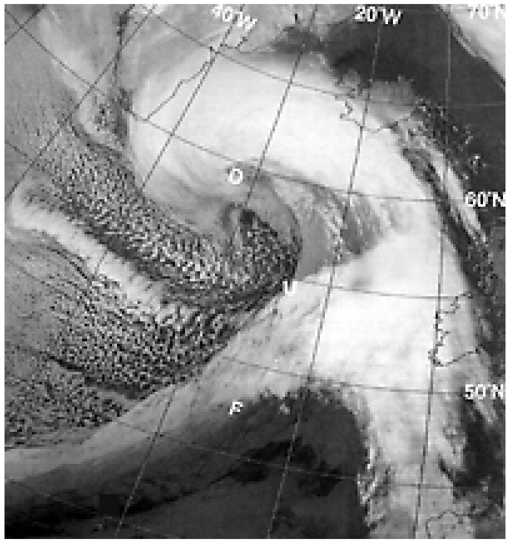
Corioliskraft

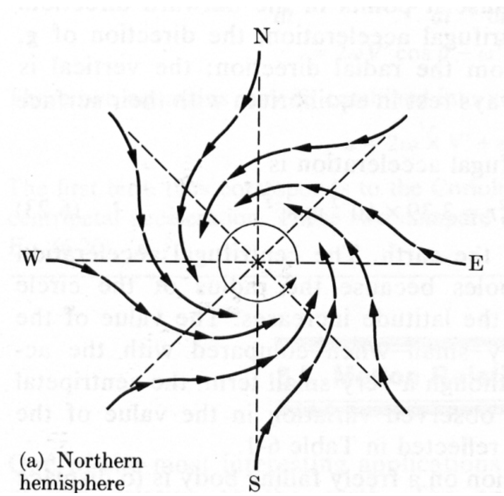
Ein mitbewegter Beobachter auf einem rotierenden Bezugssystem beobachtet zwei Trägheitskräfte:

- Zentrifugalkraft $\vec{F}_z = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$
- Corioliskraft $\vec{F}_C = 2m(\vec{v} \times \vec{\omega})$

Blick auf den Nordpol:





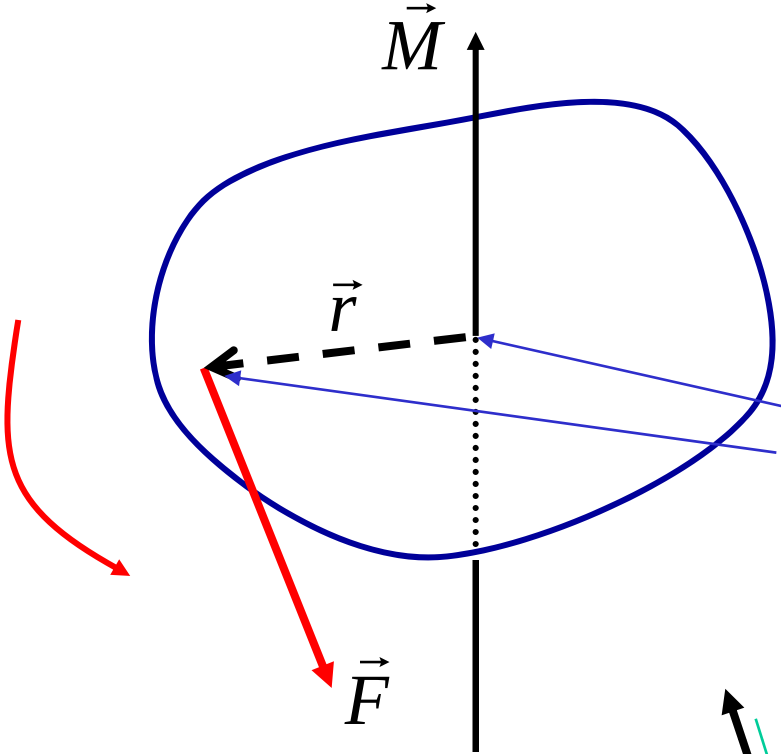


Auf der Nordhalbkugel: Ablenkung der Luftmassen nach rechts!

Beispiel: Linksdrehung bei Tiefdruckgebieten.

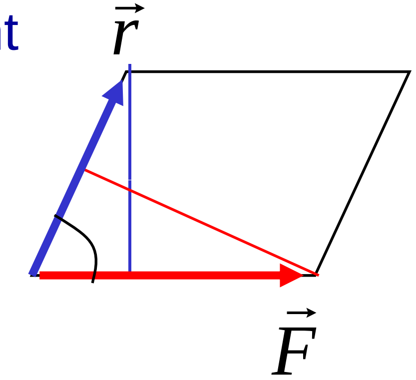
Auch: Foucaultsches Pendel

Drehmoment



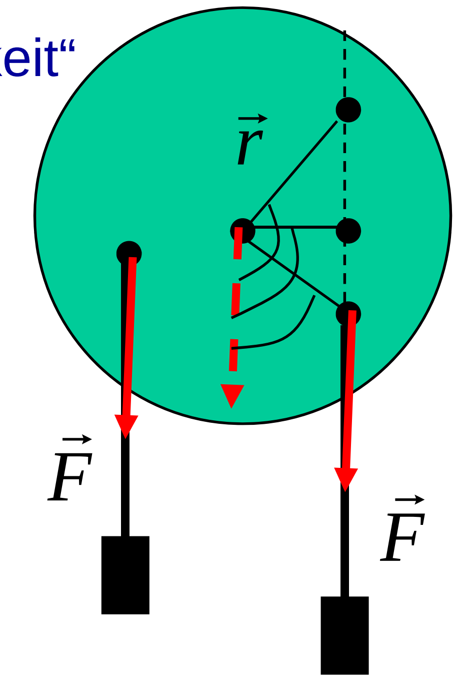
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$ Drehmoment

$$\left|\vec{M}\right| = \left|\vec{r}\right| \cdot \left|\vec{F}\right| \cdot \sin(\vec{r}, \vec{F})$$

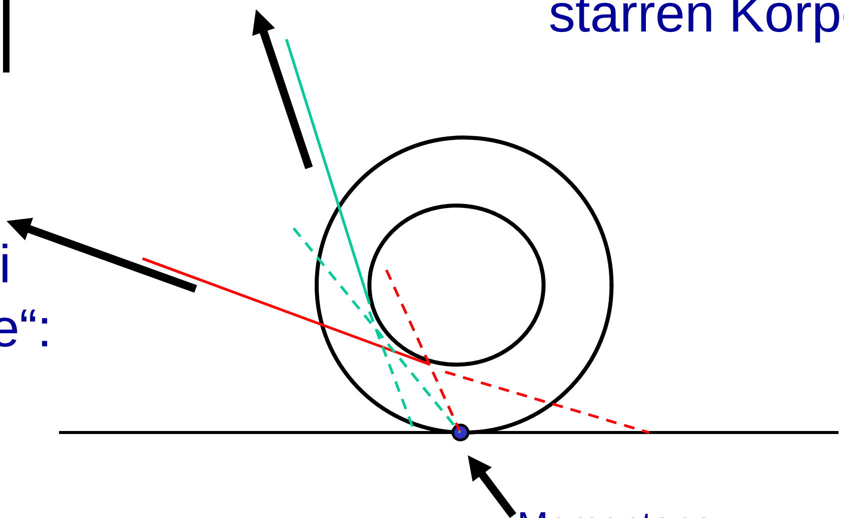


(Orts-)Vektor von der Drehachse zum Angriffspunkt der Kraft

„Linienflüchtigkeit“ der Kräfte am starren Körper:



Drehmoment bei „folgsamer Spule“:



Momentane Drehachse

Hebelgesetz

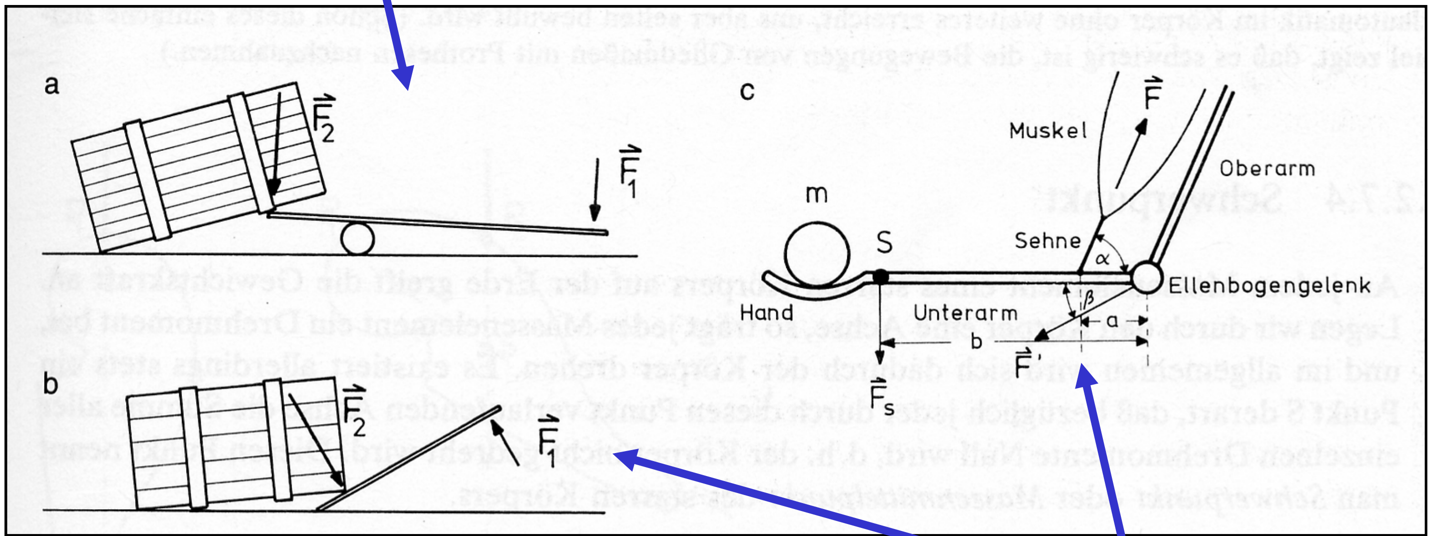
$$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$$ Drehmoment

$$\left|\vec{M}\right| = \left|\vec{r}\right| \cdot \left|\vec{F}\right| \cdot \sin(\vec{r}, \vec{F})$$

Spezialfall: $\vec{r} \perp \vec{F}$

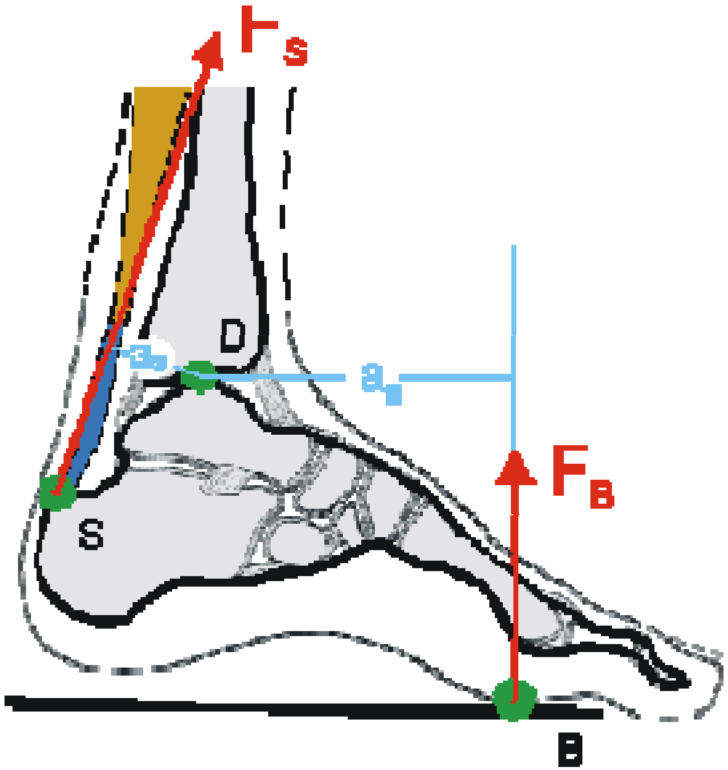
Hebelgesetz $F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2$

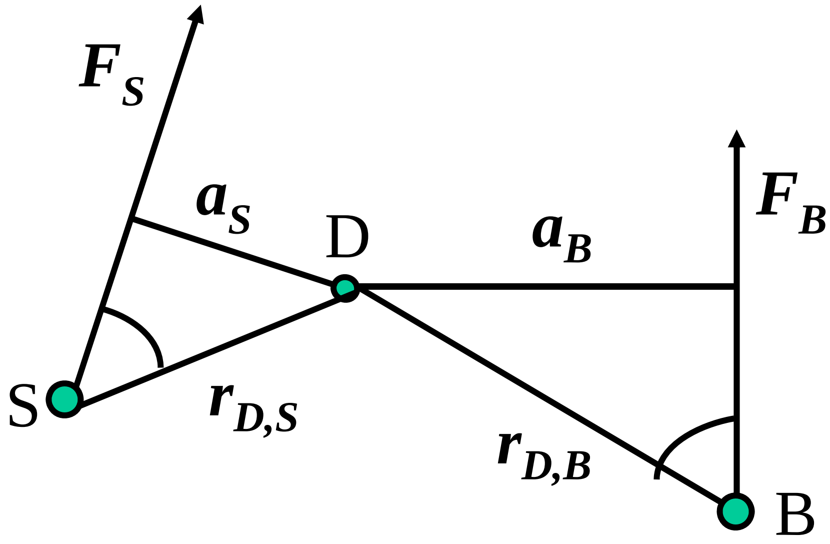
Zweiseitiger Hebel



Einseitiger Hebel

Drehmomente am Fußgelenk





$$\left|\vec{r}_{D,S} \times \vec{F}_S\right| = \left|\vec{r}_{D,B} \times \vec{F}_B\right|$$

$$F_S \cdot a_S = F_B \cdot a_B$$

Gleichgewicht 1

Jede Bewegung eines starren Körpers kann man aus einer Translations- und Rotationsbewegung zusammensetzen

Gleichgewicht:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \ldots = \sum_i \vec{F}_i = 0 \quad \text{und} \quad \vec{M}_1 + \vec{M}_2 + \ldots = \sum_i \vec{M}_i = 0$$

An einem Hebel herrscht Gleichgewicht, wenn die Summe der rechtsdrehenden Momente gleich der der linksdrehenden Momente ist

→ Waage

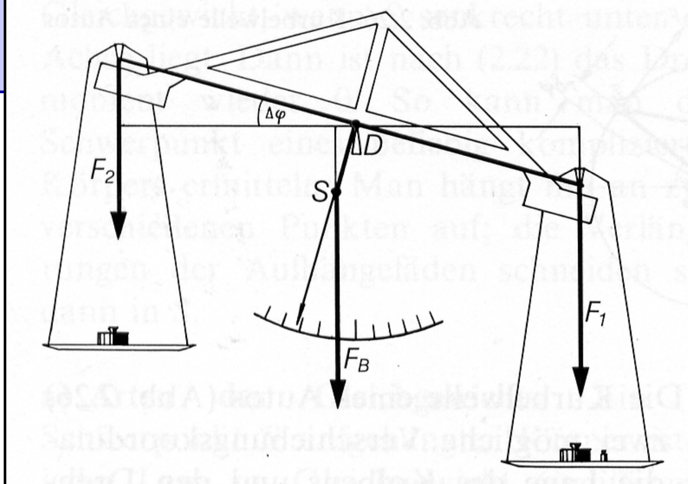
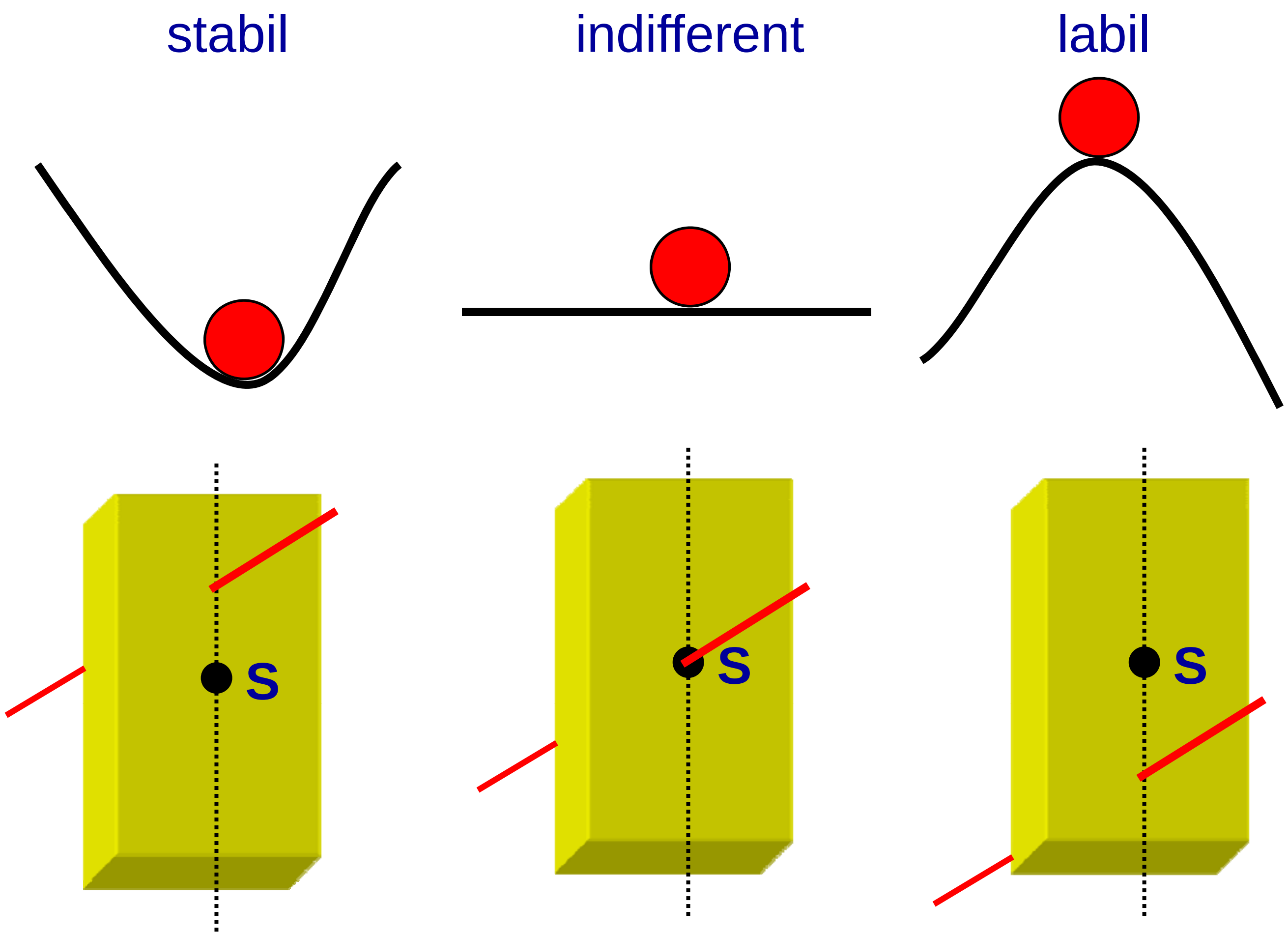


Abb. 2.27. Momentengleichgewicht am Waagbalken

Gleichgewicht 2

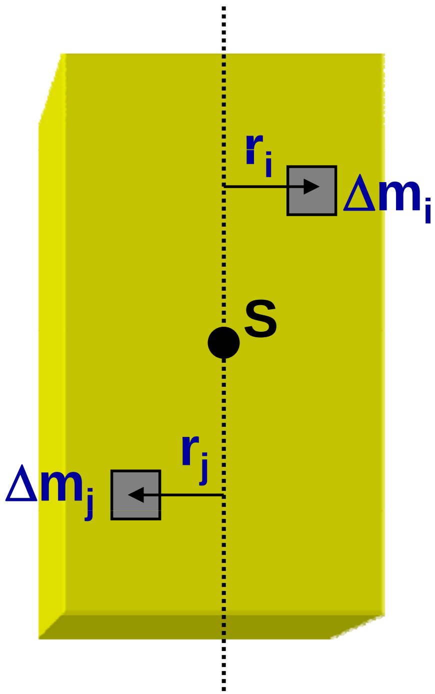


Im Gleichgewicht nimmt die potentielle Energie des Körpers einen Extremwert an, d.h. $\delta E_{pot}=0$

Schwerpunkt (Massenmittelpunkt)

Ein Körper, der in seinem Schwerpunkt unterstützt wird, bleibt in jeder Lage im Gleichgewicht.

→ Die Summe der Drehmomente aller Massenelemente um die Achse ist gleich Null.



$$\underbrace{\left|\sum_i \Delta m_i g \vec{r}_i\right|}_{\text{rechtsdrehend}} = \underbrace{\left|\sum_j \Delta m_j g \vec{r}_j\right|}_{\text{linksdrehend}}$$ Drehmomente

$$\sum_k \Delta m_k g \vec{r}_k = 0$$

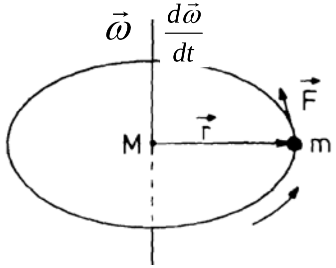
$$g \sum_k \Delta m_k \vec{r}_k = 0 \quad \text{bzw.} \quad \int \vec{r}\, dm = 0$$

wobei die *r* in im Schwerpunkts-System angegeben werden, also relativ zum Schwerpunkt

$$\vec{x}_S = \frac{\sum_i m_i \vec{x}_i}{\sum_i m_i}$$

Trägheitsmoment, Drehimpulserhaltung

Drehmoment bei tangentialer Kraft auf kreisförmig umlaufendem Teilchen



$$M = r\,F = r\;ma = r\;m\;r\frac{d\omega}{dt} = m\,r^2\frac{d\omega}{dt} = J\frac{d\omega}{dt}$$

Trägheitsmoment $J = \sum_k m_k r_k^2 = \int_V r^2 dm$

(abh. von Massenverteilung in Bezug auf die Drehachse)

Exp.: Zwei Rollen mit gleichem Radius und gleicher Gesamtmasse!

Drehimpulserhaltung: $\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \ldots = \sum_k \vec{L}_k = J \cdot \omega = \text{const.}$

Experiment: Pirouette (Arme Ausbreiten auf Drehstuhl)

Satz von Steiner: $J = J_s + m_{ges} \cdot d^2$ Abstand der (parallelen) Achsen

Schwerpunkt

Drehmoment von außen, das sich „mitdreht“:

=> Experiment zur Präzession mit Fahrrad-Rad in Schlaufe

Analogie zw. Translationen und Rotationen

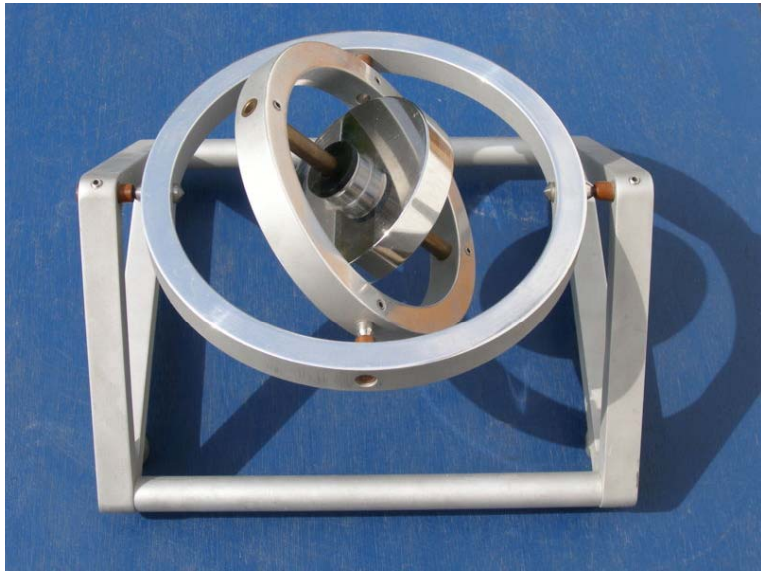
Translationsbewegung		Rotationsbewegung	
Ort	$\vec{x}(t)$	Winkel	$\vec{\varphi}(t)$
Geschwindig-keit	$\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$	Winkelge-schwindigkeit	$\vec{\omega} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$
Beschleunigung	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{x}}{dt^2}$	Winkelbe-schleunigung	$\frac{d\vec{\omega}}{dt}$
Masse	m	Trägheits-moment	$J = \sum_k m_k r_k^2 = \int_V r^2 dm$
Kraft	$\vec{F} = \frac{d}{dt}\vec{p} = m\vec{a}$	Drehmoment	$\vec{M} = J\frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
Impuls	$\vec{p} = m\vec{v}$	Drehimpuls	$\vec{L} = J\vec{\omega}$
Impuls-erhaltung	$\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \ldots =$ $\sum_k \vec{p}_k = \text{const.}$	Drehipuls-erhaltung	$\vec{L}_1 + \vec{L}_2 + \ldots =$ $\sum_k \vec{L}_k = \text{const.}$
Energie	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}mv^2$	Energie	$E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}J\omega^2$

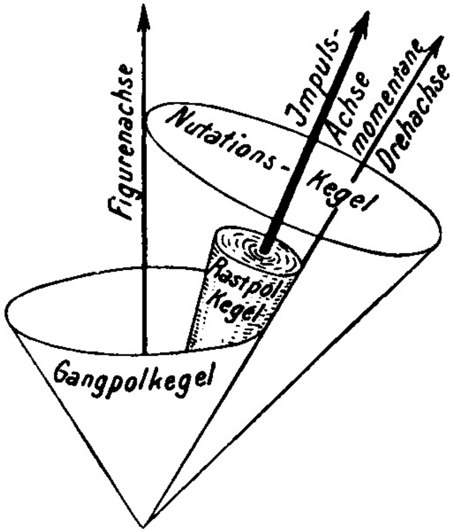
Kräftefreier Kreisel

Bei **kardanischer Aufhängung**

eines **Gyroskops** folgt

Drehimpulserhaltung



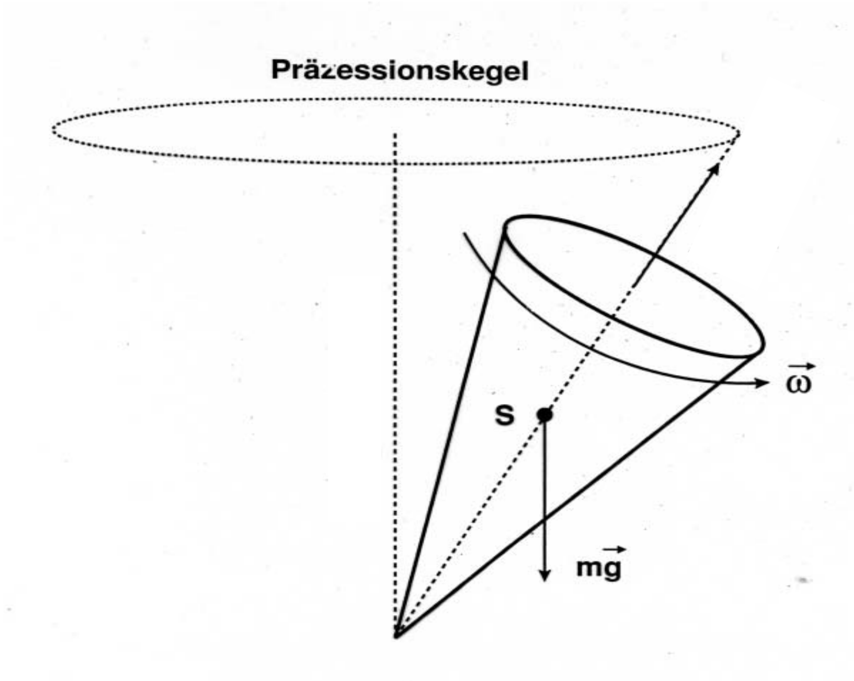


Die drei Kreiselachsen

Nutation: Drehung der Rotationsachse des Kreisels um die Drehimpuls-Achse (wenn Drehimpuls nicht parallel zu einer Figurenachse ausgerichtet ist).

(aber Vorsicht: Nutation in Astronomie: Zusätzliche Erdpräzession aufgrund des Mondes)

Präzession



Auf einen Kreisel, der nicht im Schwerpunkt aufgehängt ist, wirkt ein Drehmoment senkrecht zum momentanen Drehimpuls und wegen $M = dL/dt$ kommt es zur „Drehung der Drehachse".

z.B. bei der Erde infolge der Abplattung und Sonnengraviation: „Platonisches Jahr"

2.4 aus gkg ... pharm. Prüf.

2.4 Mechanik ruhender Flüssigkeiten und Gase (Fluide)

2.4.1 Druck: Schweredruck und Stempeldruck, auch Gesamtdruck in einem flüssigkeitsgefüllten Behälter

2.4.2 Druckmessung: Druckmessung mittels üblicher Manometer; Darstellung einfacher Fälle, speziell auch am U-Rohr-Manometer

2.4.3 Hydraulische Anordnungen: Druckerzeugung mittels Kolben; Zusammenhänge für Druck, Kraft, Weg und Energie (Arbeit), z.B. bei der hydraulischen Presse

2.4.4 Auftrieb: Auftrieb in Flüssigkeiten und Gasen, archimedisches Prinzip, Schwimmbedingung, Schweben

2.4.5 Dichte: Messung mittels Aräometer und Mohr'scher Waage, Pyknometer-Methode; Messung an Festkörpern mittels Schwebemethode

2.4.6 Partialdruck: Gesamtdruck und Partialdruck bei Gasgemischen

Experimente

- Druck: hydraulische Presse
- Hydrostatisches Paradoxon, verbundene Gefäße,
  Unabhängigkeit des Drucks von der Richtung
  Pascalsche Waage
- Auftrieb (Elfenbeinkugel im Wasser, Styroporkugel im Vakuum...)
- Hagen-Poisseuille
- Hydrodynamisches Paradoxon
  Kontinuität, Bernoulli (Ball im Luftstrom, Rohr mit Verengung, Scheibe an Kohlendioxidflasche)
- Oberflächenspannung, Kapillarität
- Hookesches Gesetz, Biegung

Druck-Definition

Der Druck ist die Kraft, die eine Flüssigkeit auf eine gegebene Fläche ausübt:

Druck=Kraft pro Fläche $$p = \frac{F}{A}$$ $[p] = N/m^2 = Pa$ (Pascal)

Normaldruck: 1013,25 hPa = 1 atm (Atmosphäre)

980,665 hPa = 1at (technische Atmosphäre)

1 bar = 100.000 Pa

1 Torr = 1,3332224 mbar

(760 mm Quecksilbersäule entspr. Normaldruck; 1 bar ~ 750 Torr)

Bei konstanter Dichte (Flüssigkeiten, aber nicht Gase) gilt $$p = \rho g h$$

unabhängig von der Gefäßform!
(Hydrostatisches Paradoxon,
„kommunizierende Röhren“)

- 10 m Wassersäule entsprechen etwa 1 bar Druckdifferenz

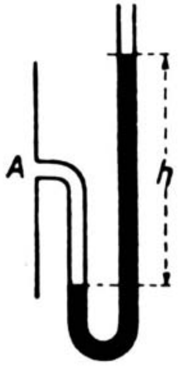


Abb.103. Flüssigkeitsmanometer

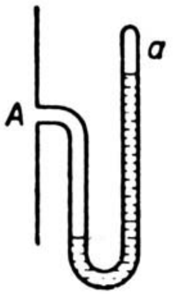
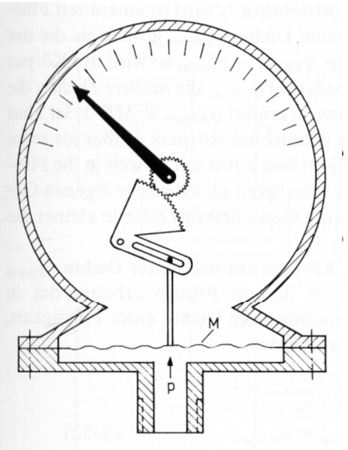
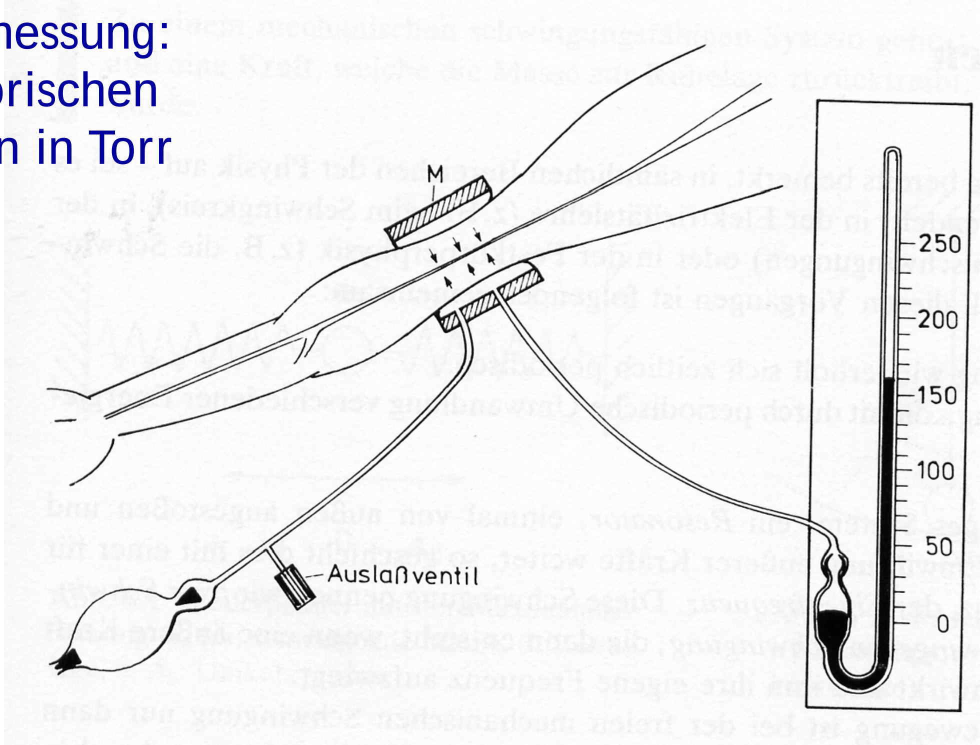


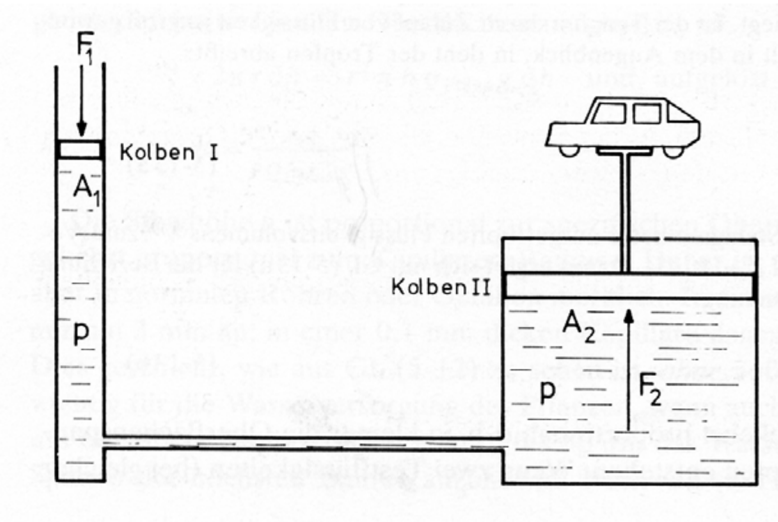
Abb. 104. Gasmanometer



Druckanwendungen

Blutdruckmessung:
Druckangaben aus historischen
Gründen in Torr



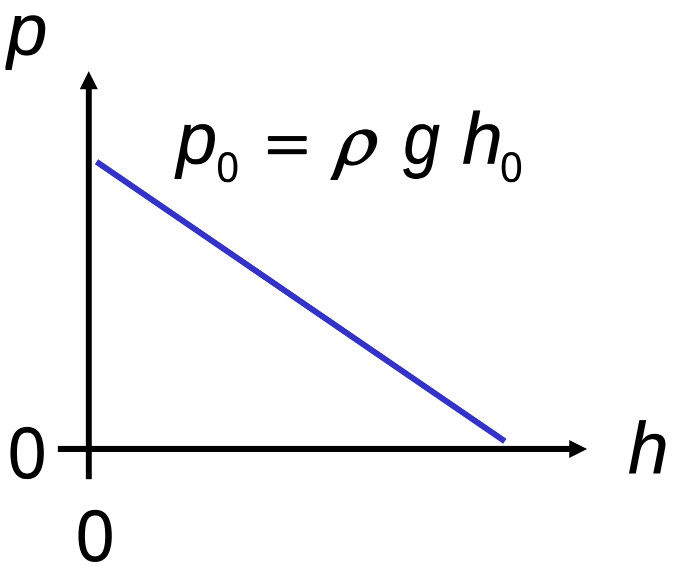


$$F_1 = p \cdot A_1 = \frac{A_2}{A_2} p \cdot A_1 = \frac{A_1}{A_2} p \cdot A_2$$

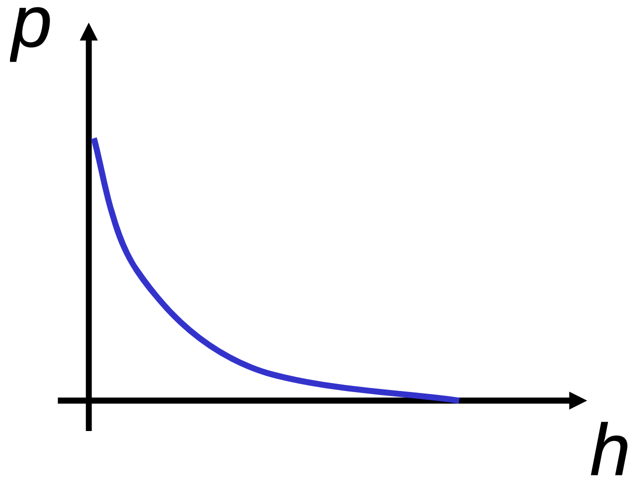
$$F_1 = \frac{A_1}{A_2} F_2$$

„Hydraulik“
Wie beim Hebel:
Kraftverringerung wird bei gleicher Arbeit
kompensiert durch Wegverlängerung.

Druck unter einer Flüssigkeitssäule



Flüssigkeiten
im Gravitationsfeld der Erde:
Mit zunehmender Höhe über
dem Boden des Flüssigkeitsgefäßes
nimmt der Druck linear ab,
denn Flüssigkeiten sind in
erster Näherung inkompressibel.



Vgl. dagegen die
Erdatmosphäre:
Abnahme des Luftdrucks mit
zunehmender Höhe zunächst stark,
dann immer schwächer,
denn Gase sind kompressibel,
auch unter dem eigenen Gewicht.

Barometrische Höhenformel

Gase sind im Ggs. zu Festkörpern und Flüssigkeiten sehr leicht zusammenzudrücken (kompressibel). Ideale Gase folgen dem Boyle-Mariotteschen Gesetz: *p V = const.* (siehe Wärmelehre)

$$pV = p_0 V_0$$

$$\frac{pV}{m} = \frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0} = \frac{p_0 V_0}{m} \qquad \rho = \rho(p) = \frac{\rho_0}{p_0} p$$

$$dp = -\rho\, g\, dh = -p \frac{\rho_0}{p_0} g\, dh \qquad \frac{dp}{p} = -\frac{\rho_0}{p_0} g\, dh$$

$$\int_{p_0}^{p_h} \frac{dp}{p} = \ln \frac{p_h}{p_0} = -\frac{\rho_0}{p_0} g\, h$$

Die Atmosphäre wird von ihrem eigenen Gewicht zusammengedrückt.

$$p_h = p_0\, e^{-\frac{h}{H}}$$

bzw. $$\rho_h = \rho_0\, e^{-\frac{h}{H}}$$

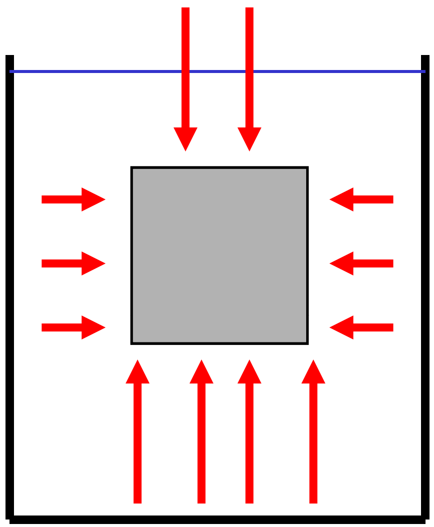
Barometrische Höhenformel mit (isothermische Atm.)

$$H = \frac{p_0}{\rho_0\, g} \approx 8\,\mathrm{km}$$

Auftrieb

Archimedisches Prinzip: Die Auftriebskraft an einem Körper ist gleich der Gewichtskraft der verdrängten Flüssigkeit:

$$F_A = V \cdot \rho_{\text{Flü}} \cdot g = m_{\text{Flü}} \cdot g$$



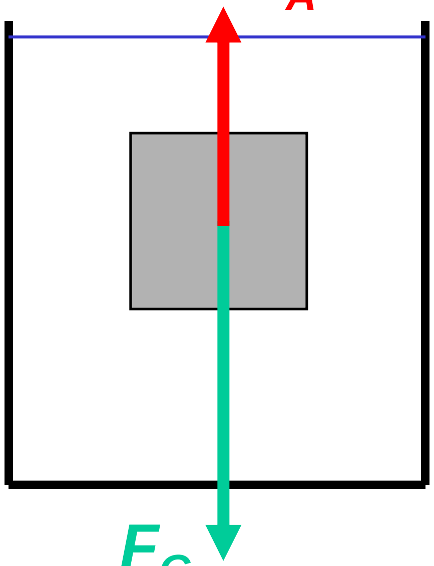
Wieso?
Betrachte Quader:

$$\begin{aligned} F_A &= A \cdot \Delta p \\ &= A \cdot \Delta h \rho_{\text{Flü}} g \\ &= V \rho_{\text{Flü}} g \end{aligned}$$

287-212 v. Chr.

Gilt aber allgemein für alle Formen!

Steigen/Schweben/Sinken



Für die gesamte, am Körper angreifende Kraft erhält man also:

$$
\begin{aligned}
F_{ges} &= F_G - F_A \\
&= mg - m_{\text{Flü}}g \\
&= V\rho g - V\rho_{\text{Flü}}g \\
&= \left(\rho - \rho_{\text{Flü}}\right)\cdot Vg
\end{aligned}
$$

$$F_G < F_A$$
$$mg < m_{\text{Flü}}g$$

Steigen $\rho < \rho_{\text{Flü}}$

$$F_G = F_A$$
$$mg = m_{\text{Flü}}g$$

Schwimmen/Schweben $\rho = \rho_{\text{Flü}}$

Sinken $\rho > \rho_{\text{Flü}}$

$$F_G > F_A$$
$$mg > m_{\text{Flü}}g$$

Auftrieb/Dichtemessungen

Anwendungen in der **Dichtemessung:**

$$G = mg = \rho V g$$

Gewicht ohne Auftrieb

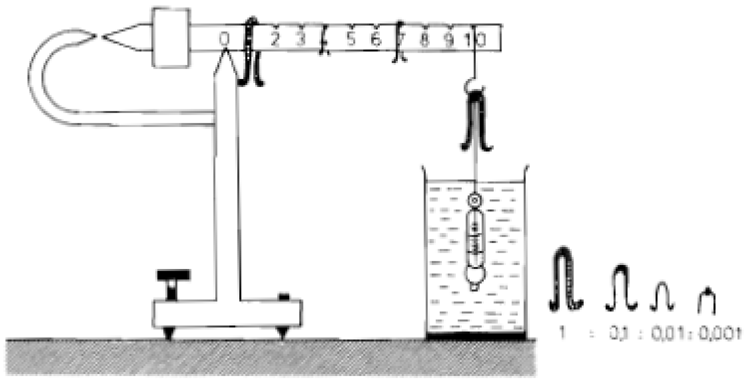
$$A = G - G_{Flü} = \rho_{Flü} V g$$

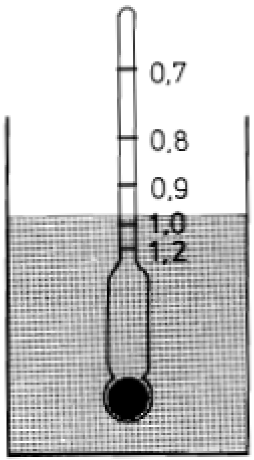
Gewicht in Flüssigkeit

$$\rho = \frac{G}{G - G_{Flü}} \rho_{Flü}$$

Bei Festkörpern:
Messung von „Gewicht“ außerhalb und in Flüssigkeit bekannter Dichte

z.B. Mohrsche Waage





Bei Flüssigkeiten umgekehrt:
Eintauchen eines Festkörpers bekannter Dichte und Messung des verdrängten Volumens der Flüssigkeit

Aräometer, Tauch- oder Senkspindel
(z.B. zur Best. des „Mostgewichts“)

2.5 Mechanik bewegter Flüssigkeiten und Gase (Fluide)

2.5.1 Kontinuitätsbedingung: Prinzip, Anwendung auf Massen-, Stoffmengen- und Volumenstrom

2.5.2 Bernoulli'sche Beziehung: Grundzüge, Begriff des Staudrucks

2.5.3 Viskosität: Begriff der dynamischen Viskosität; Temperatur-abhängigkeit (qualitativ); Charakteristik einer Newton'schen Flüssigkeit

2.5.4 Strömungswiderstand: Definition als Druckdifferenz/Volumen-strom; Strömungsleitwert; Druckdifferenz-Volumenstrom-Diagramm; Serien- und Parallelschaltung von Rohrleitungen, Analogie zu Kirchhoff'schen Regeln (s.a. 4.3.3)

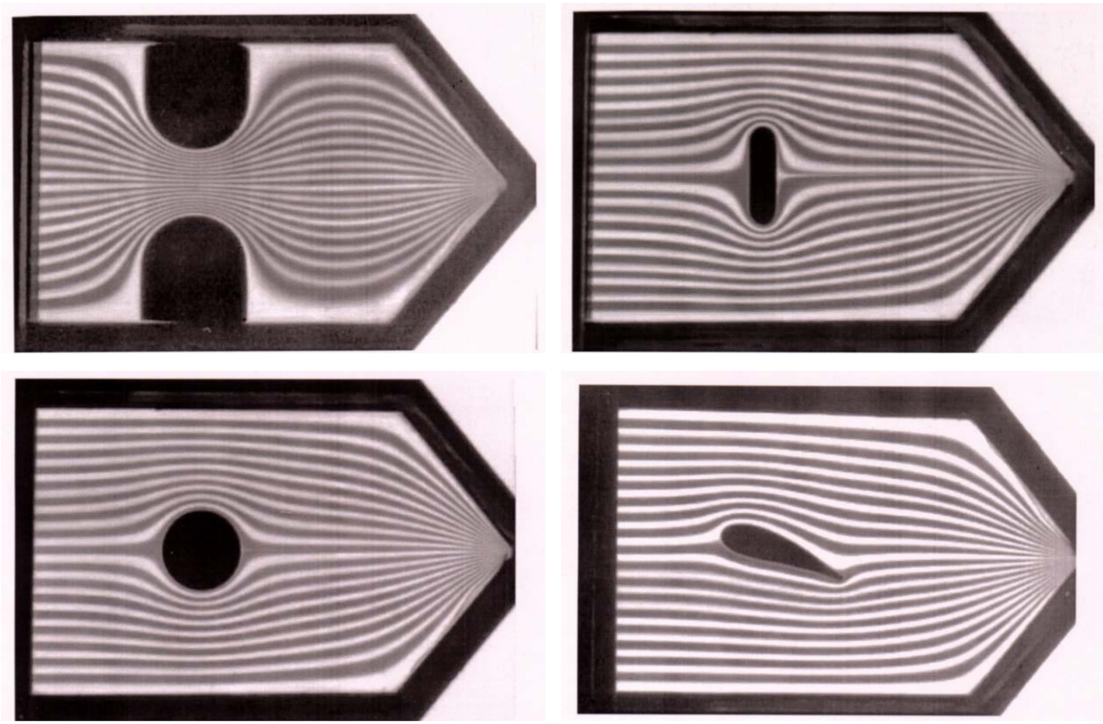
2.5.5 Hagen-Poiseuille'sches Gesetz: Anwendungsvoraussetzungen: laminare Strömung, Newton'sche Flüssigkeit; Zusammenhang mit Abmessungen, Druckdifferenz und Viskosität; Anwendung beim Kapillarviskosimeter

2.5.6 Stokes'sche Beziehung: Zusammenhang zwischen Abmessun-gen, Geschwindigkeit und Reibungskraft einer sinkenden Kugel

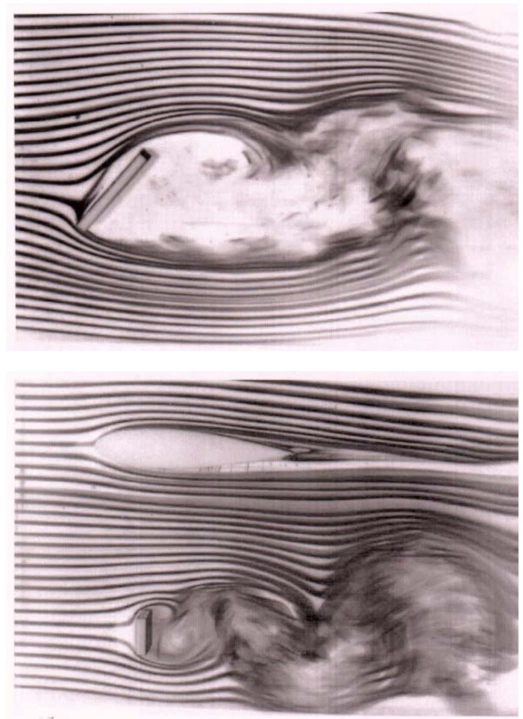
2.5.7 Sedimentation: Sedimentation im Schwerefeld; Wirkung der Zentrifuge (s.a. 2.2.5)

Hydrodynamik

laminare Strömung



turbulente Strömung



Reynoldszahl = Beschleunigungsarbeit / Reibungsarbeit

Turbulenzen ab
$R_{e,krit}$ von etwa 1100
(noch ein bißchen abhängig z.B. von Oberflächeneigenschaften)

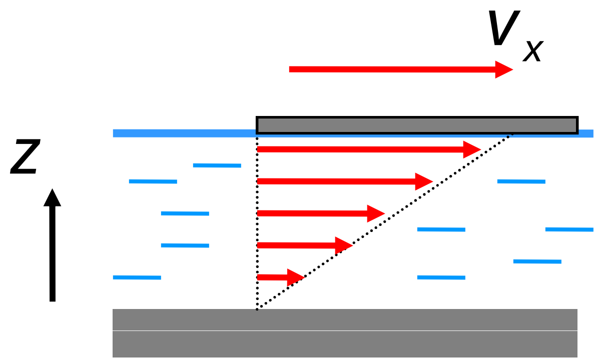
$$R_e < R_{e,\mathrm{krit}} = \frac{\upsilon_{\mathrm{krit}} \rho \, r}{\eta} \qquad \text{laminar}$$

$$R_e > R_{e,\mathrm{krit}} \qquad \text{turbulent}$$

für Rohr mit Radius r

Viskosität 1

Laminares Strömungsprofil
bei einer bewegten Platte



Die Newtonsche Gleichung verknüpft die Viskosität η mit einer tangential angreifenden (inneren) Reibungskraft

$$F = \eta \cdot A \frac{dv_x}{dz}$$

Einheit der Viskosität: $[\eta]$ = 1 Pa·s = 1 N·s/m^2 = 1 kg/(m·s)

veraltet (cgs): Poise mit 1 P = 10^{-1} Pa s = 1 g /(cm s)

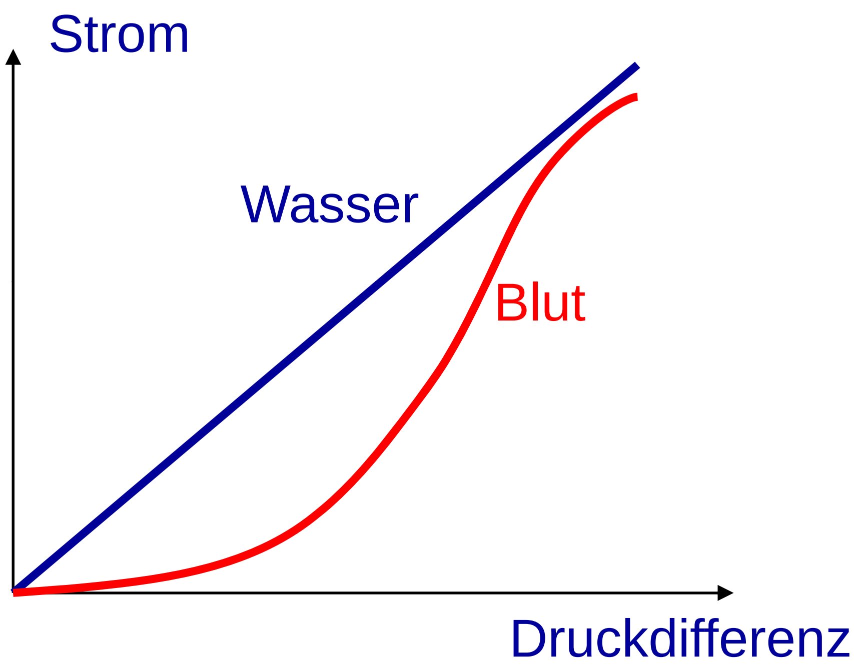
„ideale Flüssigkeiten“: Viskosität η = 0

Newtonsche Flüssigkeiten: η = const.

Viskosität 2

Newtonsche Flüssigkeiten: Viskosität η = const. (Wasser, Hg, Öl)

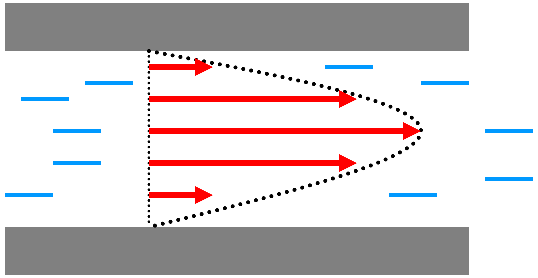
Nicht-Newtonsche Flüssigkeiten:
Viskosität η abhängig von Strömungsgeschwindigkeit *v* (Erythrozythen, Blut)



Substanz	η in Pa s
Öle	um 1
Glyzerin	0.83
Blut (w), Mittelwert	0.0044
Blut (m) Mittelwert	0.0047
Hg	0.0015
Wasser	0.001
Luft	0.000018

Hagen-Poiseuille

Laminares Strömungsprofil
in einem Rohr



Volumenstrom = Transportiertes Flüssigkeitsvolumen pro Zeit

$$I = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Hagen-Poiseuillesches Gesetz:

Laminarer Volumenstrom durch ein Rohr:

$$I = \frac{dV}{dt} = \frac{\pi}{8} \frac{r^4}{\eta\, l} \Delta p$$

$$I = \frac{\pi}{8} \frac{r^4}{\eta\, l} \Delta p = \frac{\Delta p}{R}$$

=> Strömungswiderstand $R = \frac{\Delta p}{I}$

Reihenschaltung (Serien-, hintereinander) von Röhren: $R_{ges} = R_1 + R_2 + \ldots$

Parallelschaltung von Röhren: $\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \ldots$ (Vgl. bei elektr. Strömen: Kirchhoffsche Regeln)

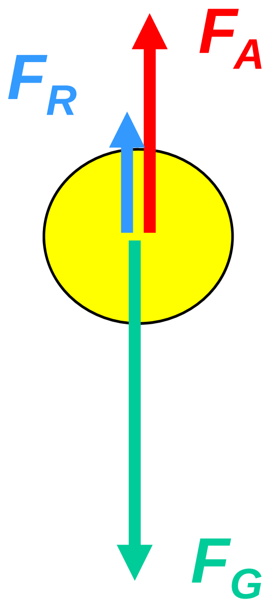
Sedimentation

Konstante Sinkgeschwindigkeit (von Kugeln in Flüssigkeiten),
d.h. Körper im Kräftegleichgewicht:

Stokes

$$F_G = F_A + F_R$$

$$\frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{Kugel} g = \frac{4\pi}{3} r^3 \rho_{Flüssigkeit} g + 6\pi\eta v r$$



Sinkgeschwindigkeit

$$v_S = 2r^2 \left(\rho_{Kugel} - \rho_{Flüssigkeit}\right) \frac{g}{9\eta}$$

Bei „Ultrazentrifugen“

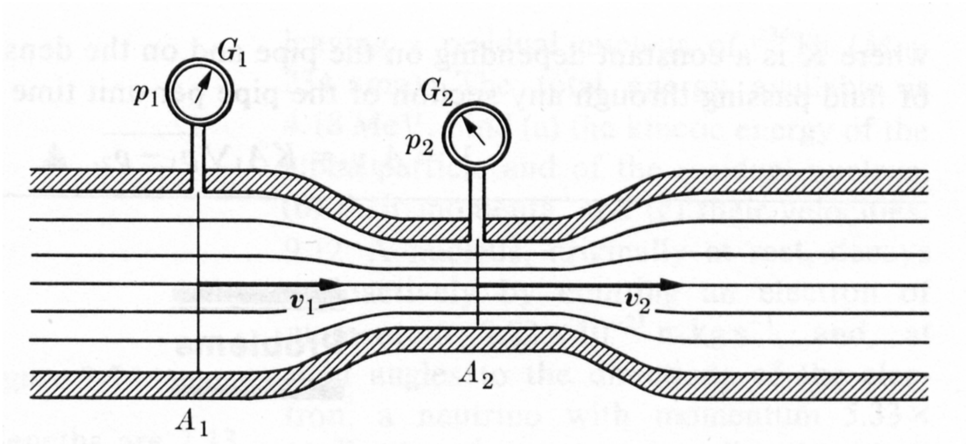
$$a \geq 100\,000\ g$$

Kontinuitätsgleichung, Bernoulli

$$I = \frac{dV}{dt} = \text{const.}$$

$$\boxed{A \cdot v = \text{const.}}$$

Kontinuitätsgleichung



An einer Engstelle ist die Strömungsgeschwindigkeit hoch. Energieerhaltung:

$$pV + \frac{m}{2} v^2 = pV + \frac{\rho}{2} V\, v^2 = \text{const.}$$

daraus folgt:

Bernoulli-Gleichung

$$\boxed{p + \frac{\rho}{2} v^2 = \text{const}}$$

statischer Druck

dynamischer Druck Staudruck

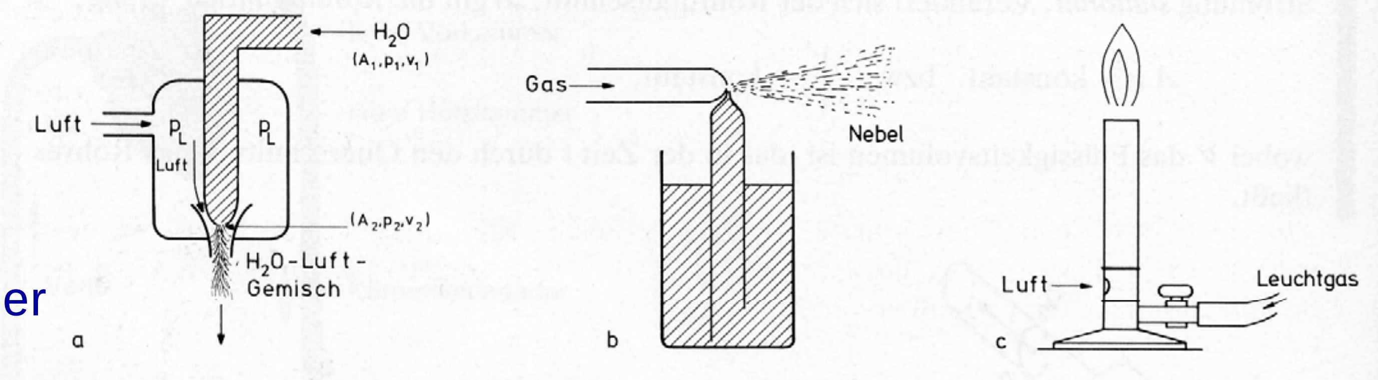


Abb. 5.29 (a) Wasserstrahlpumpe, (b) Zerstäuber, (c) Bunsenbrenner.

Bernoulli-Gleichung

$$p + \rho g h + \frac{\rho}{2} v^2 = \text{const.}$$

Statischer Druck

Schweredruck

Staudruck

An der Engstelle einer Strömung ist der Druck vermindert.

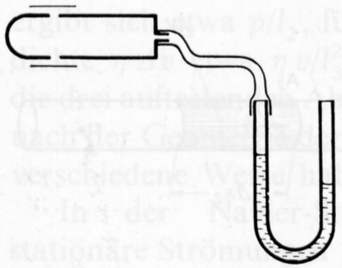


Abb. 3.51. Manometer zur Messung des statischen Druckes p in einem strömenden Gas

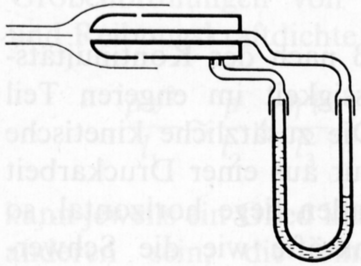
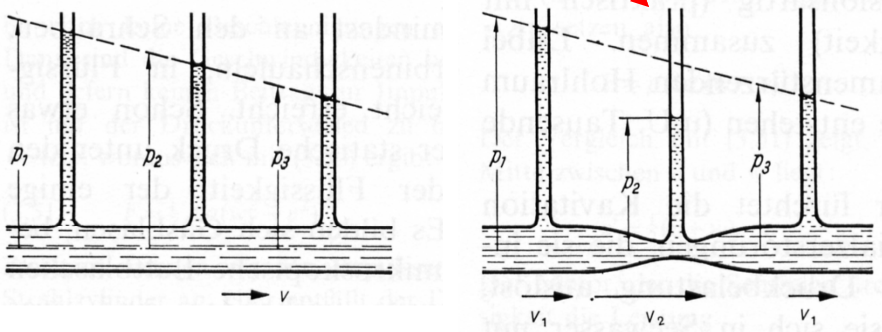
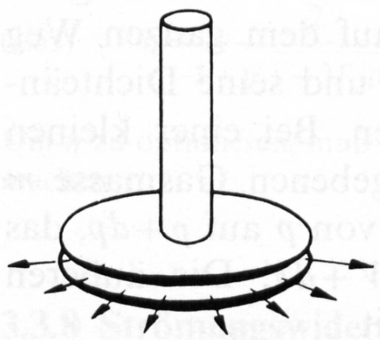


Abb. 3.52. Prandtlsches Staurohr. $\frac{1}{2}\rho v^2 = p_0 - p$ ist gleich der Druckdifferenz der Flüssigkeitssäulen im Manometer



durchströmtes Rohr ohne und mit Einschnürung



hydrodynamisches Paradoxon

2.6 Grenzflächeneffekte

2.6.1 Grenzflächenspannung: Oberflächenspannung, Darstellung als Flächendichte der Grenzflächenenergie und als Kraft pro Länge an einer Berandung; Temperaturabhängigkeit (qualitativ); Wirkung von Tensiden

2.6.2 Zwischenmolekulare Kräfte: Zusammenhang mit Grenzflächen-effekten (qualitativ), Kohäsion, Adhäsion, Benetzung, Spreitung, Adsorption, Desorption, Adsorptions- und Desorptionswärme

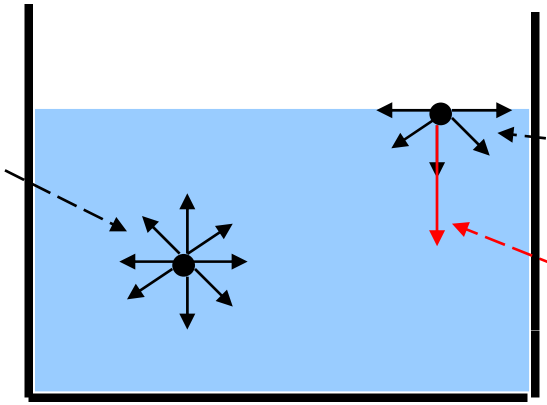
2.6.3 Grenzflächeneffekte flüssig/fest: Kapillarität, Zusammenhang von Aszension oder Depression mit Oberflächen- und Grenzflächenenergie, Randwinkel (Benetzungswinkel) und seine Abhängigkeiten (qualitativ)

2.6.4 Bestimmung der Grenzflächenspannung: Abreißmethode (Tensiometer), Stalagmometer, Kapillarmethode

2.6.5 Adsorption an festen Grenzflächen: Feststoff/Gas-Grenzfläche, Feststoff/Flüssigkeit-Grenzfläche, Adsorptionsisothermen: Langmuir, Freundlich (qualitativ); Chromatographie (s. PhAna 13), Bestimmung spezifischer Oberflächen, z.B. an Suspensionen

Oberflächenspannung σ

anziehende Kräfte
von Nachbarteilchen
im Volumen



anziehende Kräfte
von Nachbarteilchen
an der Oberfläche

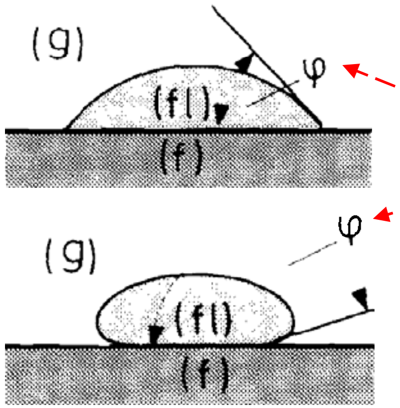
resultierende Kraft

Änderung der Oberflächenenergie
durch Änderung der Oberfläche $\sigma = \frac{\Delta E_{Ob}}{\Delta A}, \quad [\sigma] = J/m^2$

Kohäsion: zwischen gleichartigen Molekülen
Adhäsion: zwischen verschiedenen Molekülen

benetzende Flüssigkeiten:
Adhäsion > Kohäsion

nicht-benetzende Flüssigkeiten:
Kohäsion > Adhäsion



Kontakt-
winkel

Kapillarität/Normaltropfenzähler

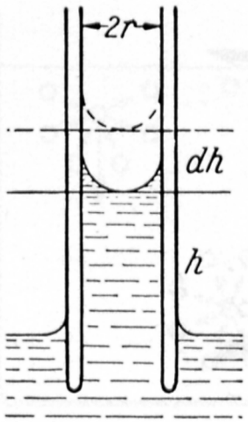


Abb. 3.26. Steighöhe einer benetzenden Flüssigkeit in einem engen Rohr

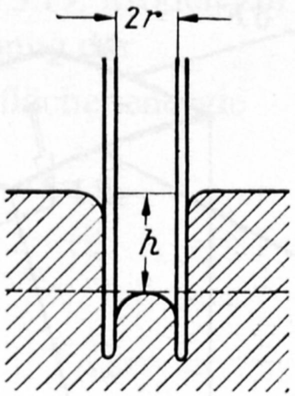


Abb. 3.27. Kapillardepression für eine nichtbenetzende Flüssigkeit

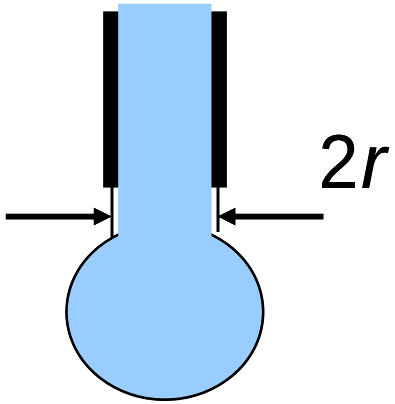
Steighöhe *h* (Meniskus):

$$h = \frac{2\sigma\cos\varphi}{r\rho_{\text{Flü}}g} \approx \frac{2\sigma}{r\rho_{\text{Flü}}g}$$

für Kontaktwinkel 0°
(vollst. benetzend)

$\rho_{\text{Flü}}$: Dichte der Flüssigkeit

Normaltropfenzähler
(Stalagmometer):



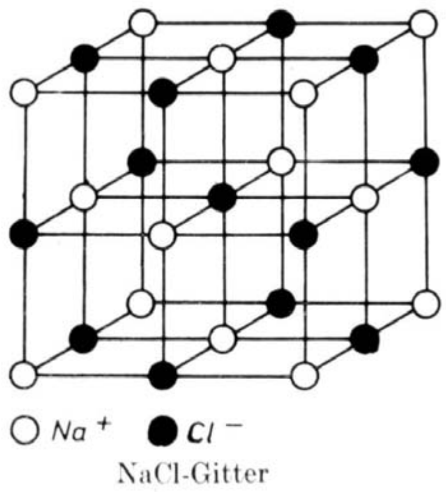
Tropfen reißt ab, wenn
Schwerkraft = Kraft aufgrund der Oberflächenspannung

$$mg = 2\pi r\sigma$$

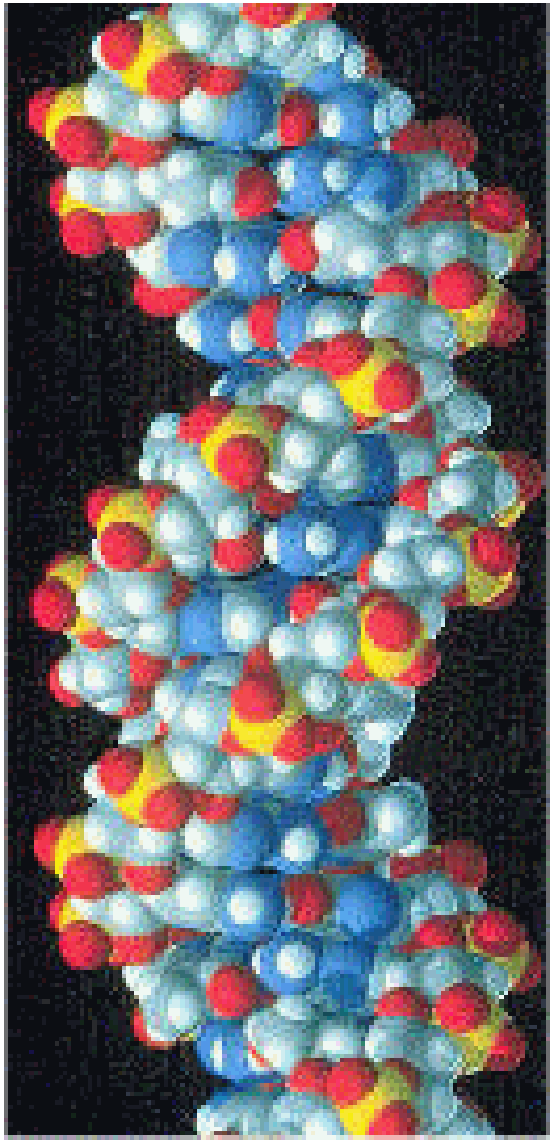
$$\rightarrow \quad m = \rho V = \frac{2\pi r\sigma}{g}$$

Vorsicht:
σ ist i. Allg. temperaturabh.

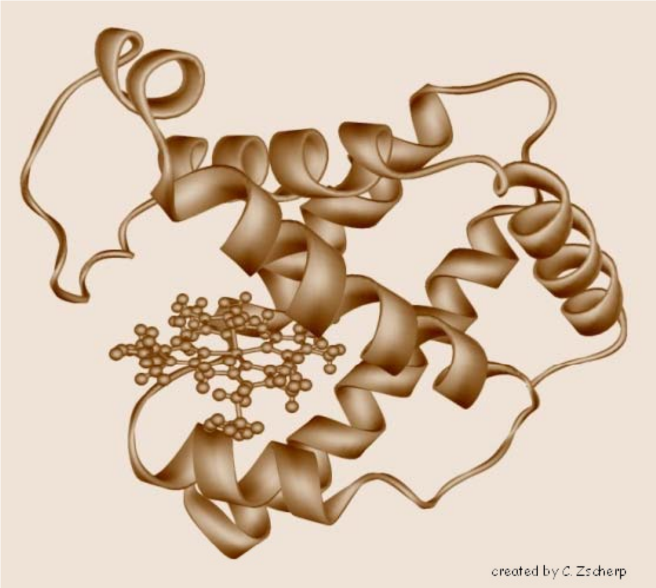
Mechanische Eigenschaften von Stoffen



Einfacher, periodischer Aufbau des NaCl-Kristalls

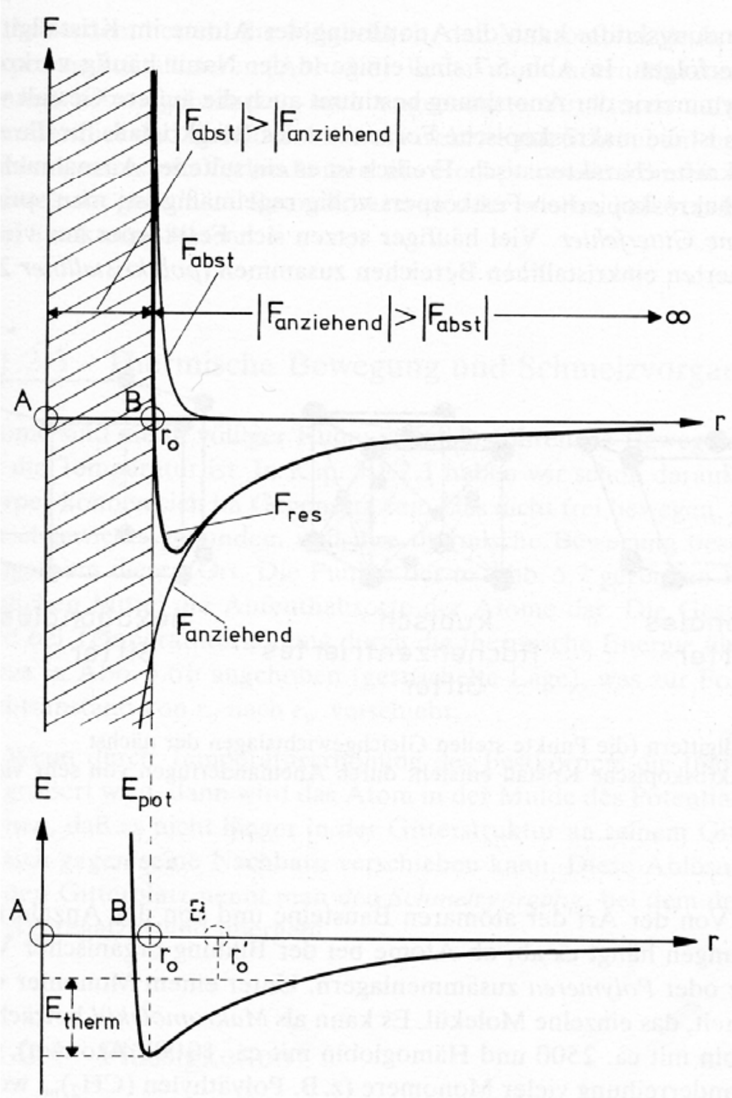


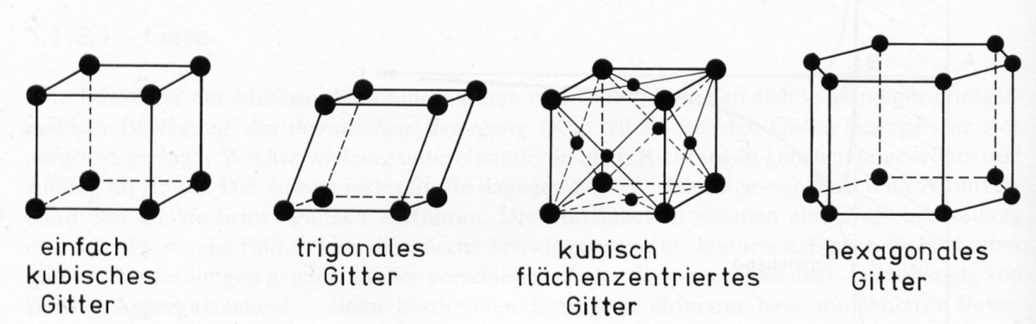
Doppelhelix-struktur der DNS



Myoglobin

Festkörper





Geordnete Strukturen von Festkörpern (ungeordnet = „amorph“)

Erklärung der Ausdehnung bei Temperaturzunahme

Aggregatzustände

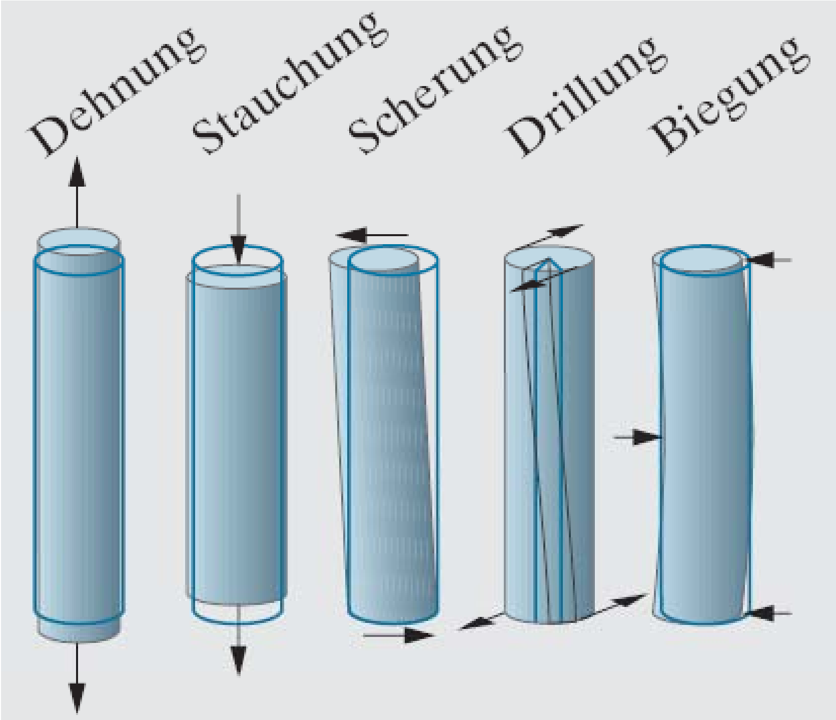
	Festkörper	Flüssigkeit	Gas	Plasma
Struktur	Struktur	Nahordnung	keine	keine
Formbeständigkeit	ja	schwach	keine	keine
Energie	$E_{th} << E_{Bindung}$	$E_{th} \sim E_{Bindung}$	$E_{th} > E_{Bindung}$	$E_{th} >> E_{bindung}$

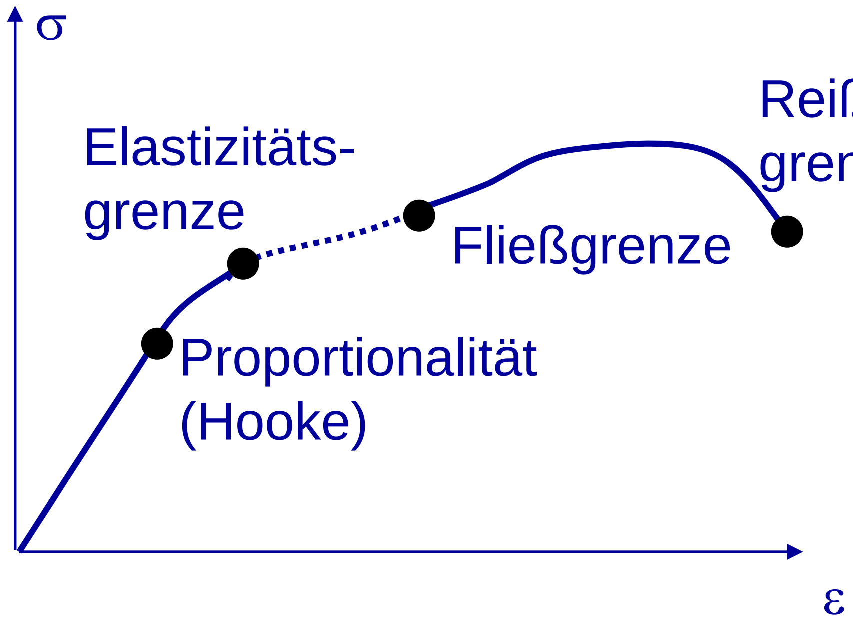
T=300 K T=100.000 K

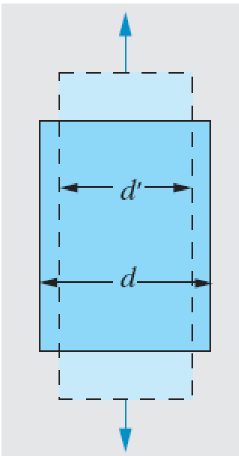
Man spricht auch von verschiedenen Zustandsformen oder „Phasen“ der Materie. Dies ist aber ein allgemeinerer Begriff.

Deformationen, Dehnung

Deformationstypen:







Querkontraktion bei elastischer Dehnung

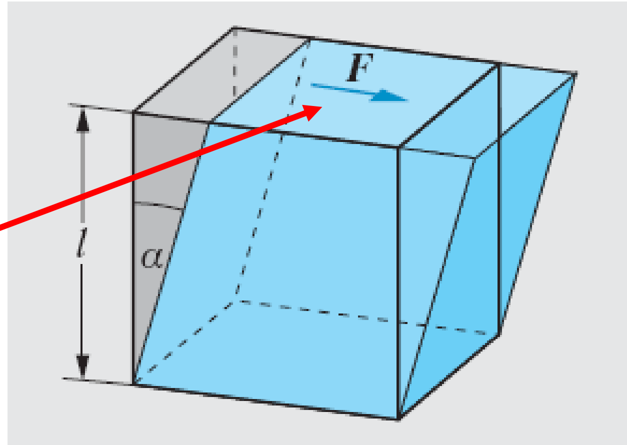
Hookesches Gesetz:
Die Spannung $\sigma=F/A$ ist der Dehnung $\varepsilon=\Delta l/l$ proportional

$$\sigma = E \cdot \varepsilon \qquad \varepsilon = \frac{1}{E}\sigma$$

E ist der Elastizitätsmodul.

Scherung und Torsion

Scherung:
Kraft *F*
parallel zur
Fläche *A*

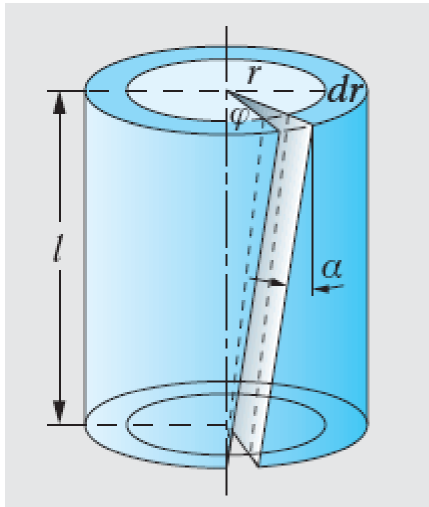


Hookesches Gesetz für Scherung:
Die Schubspannung $\sigma = F/A^2$ ist proportional zum Winkel α

$$\tau = G \cdot \alpha$$

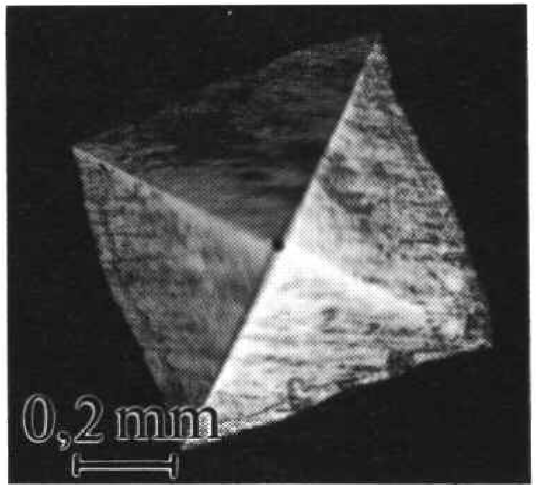
G ist der Schub- oder Scherungsmodul.

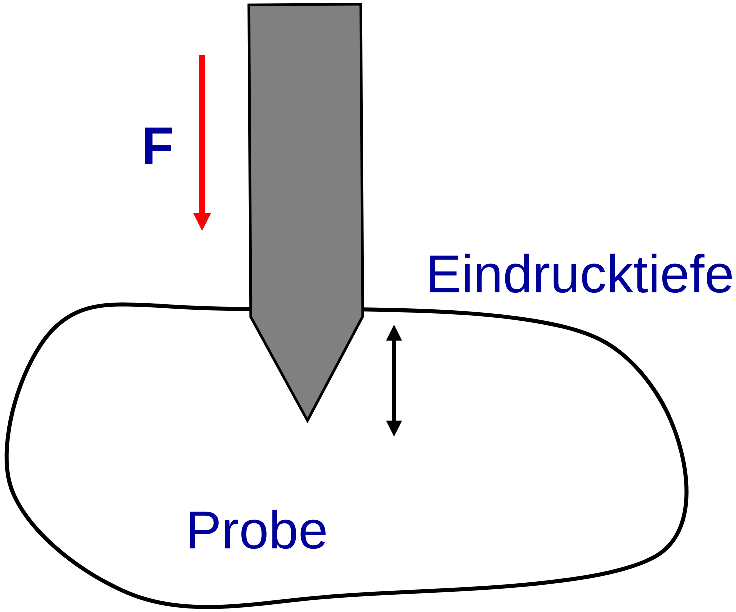
Beschreibung der Torsion
analog zur Scherung



Härte

Härte: Widerstand eines Körpers gegen Eindringen eines Probekörpers





Mikrohärteprüfung nach Vickers:
Diamantpyramide mit quadratischer Grundfläche
Man misst unter dem Mikroskop die Länge der Diagonale
HV=0.1891 F/d^2 (in N/mm^2)

Ende des Mechanik-Teils der Vorlesung

Aber nicht Ende

der verschiedenen Aspekte

der Mechanik

und ihrer Anwendungen!

=> Siehe Lehrbücher