

# Physikalisches Grundpraktikum

|                                       |                 |                   |
|---------------------------------------|-----------------|-------------------|
| Praktikum für Mediziner               |                 |                   |
| <b>W1</b> Wärmekapazität von Metallen |                 |                   |
| Name:                                 | Versuchsgruppe: | Datum:            |
| Mitarbeiter der Versuchsgruppe:       |                 | lfd. Versuchs-Nr: |

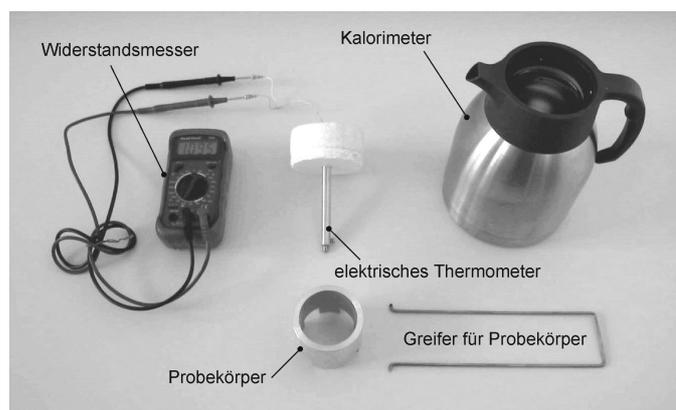
## Aufgaben

### Vorbereitungsaufgaben

1. Welche molaren Wärmekapazitäten  $C_v$  und  $C_p$  erwartet man für ein ideales einatomiges Gas?
2. Berechnen und vergleichen Sie die molaren Wärmekapazitäten von Eisen, Silber und Wolfram aus den angegebenen Materialeigenschaften! (siehe unten)
3. Ein Bleikörper der Masse  $m = 1$  kg sei in einem Wasserbad von 500 ml bei einer Temperatur  $T_1 = 90^\circ\text{C}$ . Nach Zugabe von 500 ml Wasser der Temperatur  $T_2 = 30^\circ\text{C}$  ergibt sich eine Mischungstemperatur von  $T_m = 60,9^\circ\text{C}$ .
  - a) Welchen Wert hat die daraus bestimmte spezifische Wärmekapazität von Blei?
  - b) Welcher Wert ergibt sich für die molare Wärmekapazität?

### Messaufgaben

1. Kalibrierung des elektrischen Thermometers
2. Bestimmung der Wärmekapazität  $W$  des Kalorimeters
3. Messen Sie die Massen  $m_{Al}$  und  $m_{Cu}$  der Probekörper aus Aluminium und Kupfer!
4. Messen Sie die Wärmekapazitäten  $W_{Al}$  und  $W_{Cu}$  der Probekörper!



### Geräteliste

Thermoskanne mit Widerstandstemperatursensor, Wasserkocher, Messbecher, Probekörper (Aluminium, Kupfer, Messing), Greifer für Probekörper, Waage, Multimeter

# Motivation

Wärme ist eine subjektive Empfindung, die auf der Erregung von punktförmig auf der Körperoberfläche lokalisierten Rezeptoren beruht. Wärmerezeptoren gibt es nur in der Haut, deshalb ist die Dosierung der Wärmetiefentherapie (Diathermie) problematisch. Bei konstanter Temperatur adaptieren Wärme- und Kälterezeptoren rasch, zwischen 20°C und 40°C kommt es zu einer raschen Adaption, Wasser von 25°C wird nur anfangs als kalt empfunden. Zwei Hände, die vorher in kaltem bzw. warmen Wasser verweilten, empfinden Wasser mit Zimmertemperatur deshalb gleichzeitig als kalt (erwärmte Hand) und als warm (gekühlte Hand). Die richtige Unterscheidung von kalt und warm gelingt deshalb mit Hilfe der Sinnesrezeptoren schlechter als meist vermutet, aber Temperaturunterschiede (kalte bzw. warme Stirn) sind durch raschen Vergleich gut feststellbar. Auch der Grad der Miterregung von Kälterezeptoren, die viel zahlreicher und anders verteilt als Wärmerezeptoren vorkommen, ist für die Gesamtempfindung wichtig. Es gibt z.B. eine paradoxe Miterregung von Kälterezeptoren bei sehr hohen Temperaturen (z.B. Badewasser von 45°C). Notwendigerweise hat die Wärmeleitfähigkeit von Materie großen Einfluss auf die Geschwindigkeit der Abkühlung bzw. Erwärmung der tastenden Haut an den Fingerspitzen und damit auf die subjektive Wärmeempfindung.

Ein Stück Metall von gleicher Temperatur wie Holz ist "kühler", weil Metall Wärme besser leitet und so die Haut rascher als Holz abkühlt.

Zur Temperaturmessung, die in der Medizin einen hohen Stellenwert hat (Fieber), sind objektive Methoden erforderlich. Die Temperatur ist eine für die Wärmelehre eingeführte spezielle Zustandsgröße (ein Maß für den Gehalt an Wärmeenergie), zu deren Messung die menschliche Sinnesempfindung ungeeignet ist. Exakte Messungen lassen sich im Prinzip mit allen Eigenschaften von Stoffen oder Systemen durchführen, die in physikalisch gesetzmäßiger Weise von der Temperatur abhängen. Hierzu eignen sich z.B. Volumenänderungen von Flüssigkeiten, Volumen oder Druck eines (idealen) Gases, elektrischer Widerstand u.v.a.. Die mittlere Körpertemperatur (Körperkerntemperatur) ist eine ... quasi konstant (isotherm) gehaltene Größe. Der angeborene Sollwert der Normaltemperatur wird vom Hypothalamus, dem Temperaturregulationszentrum des Gehirns, zur Regelung der Wärmeproduktion und der Wärmeabgabe des Körpers verwendet. Dieser Sollwert ist aber individuell verschieden. 95% aller Gesunden haben eine Körpertemperatur bei rektaler Messung im Bereich von 36.8-37.6°C; 37°C gilt als Normaltemperatur. Aber 5% aller Gesunden liegen außerhalb dieses Normbereiches. Nur die rektale Messung der Körpertemperatur gibt die Körperkerntemperatur hinreichend exakt wieder, orale Temperaturmesswerte sind meist 0.5°C zu niedrig, die subaxilläre Temperaturmessung ist medizinisch unsinnig, weil zu ungenau. Aber auch die Körperkerntemperatur ist ein vereinfachender Begriff, denn bei 37°C beträgt die Bluttemperatur im Herz 38.7°C, in der Leber 41.3°C und in der Haut 22~33°C. Körperkerntemperaturen über 41°C, die längere Zeit bestehen, führen bereits zu zerebralen Schäden, über 43°C führen sie zu Tod durch Hitzeschlag. Ein Anstieg oder Abfall der Körperkerntemperatur um 1°C bewirkt eine 10%ige Änderung der Stoffwechselrate. Bei 41°C ist die Stoffwechselrate fast um die Hälfte (ca. 46%) größer und bei Absenkung auf 33°C fast halbiert. Die Überlebensdauer von Gewebe bei Sauerstoff- bzw. Blutmangel ist durch die Reduktion des Stoffwechsels bei 33°C fast verdoppelt.

Bei Entzündungen im Körper ist das Fieber wahrscheinlich nur eine Nebensache; die Temperatur- und Stoffwechselsteigerung ist für die spezifische Bekämpfung der Infektion oder die Steigerung der Immunabwehr nicht erforderlich. Aber Bakterien und Viren können aus weißen Blutzellen endogene Pyrogene freisetzen, die den Temperatursollwert im Gehirn in Richtung höherer Sollwerte verstellen. Der Fieberbeginn hat somit alle Zeichen der Unterkühlung (blasse, schlecht durchblutete, trockene Haut, manchmal "Gänsehaut", "Schüttelfrost", Tonussteigerung der Muskulatur).“

Aus: Tritthart: Medizinische Physik und Biophysik, Schattauer (2001)

# Physikalische Grundlagen

## Temperaturmessung

Die Atome und Moleküle eines Körpers befinden sich im Allgemeinen in ständiger ungeordneter Bewegung. Die damit verbundene kinetische Gesamtenergie aller Teilchen entspricht der Wärmemenge  $Q$ . Zur Charakterisierung des Wärmezustandes dient die Temperatur  $T$ , welche die mittlere kinetische Energie der sich bewegenden Teilchen widerspiegelt. In der Praxis sind verschiedene Temperaturangaben gebräuchlich. So unterscheiden sich zum Beispiel die Kelvin-Skala (absolute Temperatur) und die Celsius-Skala durch die Wahl des Nullpunktes. Die Kelvin-Skala ist so aufgebaut, dass  $T = 0 \text{ K}$  der absolute Nullpunkt ist, an der jegliche Teilchenbewegung erlischt. Als Temperatureinheit wird das Kelvin definiert:

**Das Kelvin (K) ist der 273,16te Teil der Temperatur des Tripelpunktes von reinem Wasser.**

Zwischen der Celsius-Skala ( $t$ ) und der Kelvin-Skala ( $T$ ) besteht der Zusammenhang

$$t \text{ [in Grad Celsius, } ^\circ\text{C]} = T \text{ [in Kelvin, K]} - 273,15 \text{ [K]}$$

$T = 273,15 \text{ K}$  ist der Schmelzpunkt des Wassers.

Die Messung der Temperatur  $T$  beruht auf der Temperaturabhängigkeit physikalischer und chemischer Stoffeigenschaften. Neben der thermischen Ausdehnung von Flüssigkeiten (Flüssigkeitsthermometer) spielen in der Praxis elektrische Thermometer eine wichtige Rolle. Diese beruhen auf der Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes  $R$  von Metallen und Halbleitern. Wird eine konstante Spannung  $U_0$  (Einheit Volt - V) an einen metallischen Widerstand  $R$  (Einheit Ohm -  $\Omega$ ) angelegt, so verringert sich bei Erwärmung der ihn durchfließende elektrische Strom  $I$  (Einheit Ampere - A). Strommessgeräte, die über eine interne Spannungsquelle (Batterie) verfügen, können den elektrischen Widerstand im Gerätemodus „Widerstandsmessung“ direkt anzeigen:

$$R(T) = \frac{U_0}{I(T)} \quad .$$

Für kleine Temperaturintervalle kann für die Temperaturabhängigkeit eines elektrischen Widerstandes ein linearer Zusammenhang angenommen werden:

$$R(T) = R_0(1 + \beta(T - T_0)) \quad .$$

Die Parameter  $R_0$  (Einheit  $\Omega$ ) und  $\beta$  (Temperaturkoeffizient, Einheit  $\text{K}^{-1}$ ) lassen sich aus zwei Widerstandsmessungen  $R_0, R_{100}$  bei verschiedenen Temperaturen  $T_0$  und  $T_{100}$  gewinnen:

$$R_0 = R(T_0) \text{ und } \beta = \frac{R_{100} - R_0}{R_0(T_{100} - T_0)} \quad .$$

Bei der Wahl von  $T_0$  und  $T_{100}$  bieten sich der Schmelzpunkt von Eis ( $273,15 \text{ K} = 0^\circ\text{C}$ ) und der Siedepunkt von Wasser an. (Unter Standardbedingungen liegt letzterer bei  $373,15 \text{ K}$  ( $100^\circ\text{C}$ ); beachten Sie aber die (geringe) Luftdruckabhängigkeit der Siedetemperatur, die eine entsprechende Korrektur erfordert; Tabelle im Praktikum.)

Nach der Kalibrierung des Thermometers ist die Ermittlung beliebiger Temperaturwerte zwischen den beiden Phasenumwandlungspunkten durch Messung des elektrischen Widerstandes aufgrund der folgenden Beziehung möglich:

$$T = T_0 + \frac{1}{\beta} \left( \frac{R(T)}{R_0} - 1 \right) \quad (*)$$

Beachten Sie: Praktische Temperaturmessungen erfordern die Berücksichtigung der Trägheit des Sensors: Es vergeht eine bestimmte Zeit, bis sich die Temperatur des Sensors an die des zu messenden Körpers angeglichen hat. Verfolgen Sie daher bei den ersten Messungen die Temperaturangaben des Sensors (d.h. die Widerstandswerte) als Funktion der Zeit. (Bemerkung: Ändern sich Temperaturen zu schnell, kann die Anzeige des Thermometers nicht mehr folgen.)

### Spezifische Wärmekapazität und Molwärme

Zahlreiche Aufgabenstellungen der Wärmelehre erfordern die Kenntnis der spezifischen Wärmekapazität  $c$  verschiedener Materialien. Sie ist eine physikalische Größe, die angibt, welche Wärmemenge (Energie) 1 kg des Stoffes zugeführt werden muss, damit sich seine Temperatur um 1 K ändert. Sie besitzt die Dimension **Wärmemenge** · **Masse**<sup>-1</sup> · **Temperatur**<sup>-1</sup>. Unter Berücksichtigung der Energieeinheit **1 Joule (J) = 1 Wattsekunde (Ws) = 1 Newtonmeter (Nm)** hat  $c$  demzufolge die Einheit **1 J · kg<sup>-1</sup> · K<sup>-1</sup>**.

Im Allgemeinen muss man zwischen der spezifischen Wärmekapazität bei konstantem Druck  $c_p$  bzw. bei konstantem Volumen  $c_v$  unterscheiden. Für Festkörper gilt wegen ihrer geringfügigen thermischen Ausdehnung meist mit hinreichender Genauigkeit

$$c_p \approx c_v = c$$

Bei den molaren Wärmekapazitäten oder Molwärmern  $C$  (bei Gasen wiederum  $C_p$  und  $C_v$ ) wird die Wärmemenge nicht auf die Masse, sondern die Stoffmenge (nämlich jeweils ein mol) bezogen, d.h. die spezifische Wärmekapazität wird mit der Molmasse (Atomgewicht) multipliziert:

$$C = m_{mol} c \quad (**)$$

( $m_{mol}$  – molare Masse, Einheit kg mol<sup>-1</sup>).

Nach der **Regel von Dulong und Petit** ist die molare Wärmekapazität  $C$  für viele Festkörper, insb. Metalle, bei hohen Temperaturen eine Konstante. Auf jeden Freiheitsgrad der Atome bzw. Moleküle eines Stoffes entfällt ein Beitrag zur molaren Wärmekapazität von  $\frac{1}{2} R$  (klassischer Gleichverteilungssatz, wobei  $R \approx 8,3 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$  die universelle Gaskonstante ist). Dies hat z.B. zur Folge, dass sich für die Molwärme einatomiger Gase ein Wert von  $C_v = \frac{3}{2} R \approx 12,5 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}$  ergibt, da die Teilchen 3 Translationsfreiheitsgrade besitzen. Festkörper bestehen aus gebundenen Atomen, die in 3 Dimensionen um ihre Gleichgewichtslage schwingen, wobei bei jeder Schwingungsrichtung sowohl die kinetische als auch die potentielle Energie zur Wärmekapazität beitragen. Damit ergibt sich für die Molwärme eines Festkörpers unabhängig von seinen Materialeigenschaften der Wert

$$C_v = 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} R = 3 R \approx 24,9 \text{ J K}^{-1} \text{ mol}^{-1}.$$

Im Rahmen des Praktikums soll die Gültigkeit der Dulong-Petitschen Regel bestätigt werden. Dazu werden die zwischen Körpern unterschiedlicher Temperatur ausgetauschten Wärmemengen bestimmt. Die dabei betrachteten Prozesse gehorchen den Hauptsätzen der Wärmelehre. Nach dem

1. **Hauptsatz der Wärmelehre** (Energieerhaltungssatz) sind die Beträge der von den beteiligten Körpern in einem Prozeß abgegebenen und aufgenommenen Wärmemengen identisch, sofern keine anderen Energiearten dabei Änderungen erfahren.

Weiter erfolgt aufgrund der Gültigkeit des

2. **Hauptsatzes der Wärmelehre** der Wärmeübergang von selbst stets von Körpern höherer Temperatur auf Körper tieferer Temperatur, und zwar so lange, bis sich die Mischungstemperatur eingestellt hat.

### Wärmeaustauschbilanz

Wärmemengen werden experimentell in Kalorimetern bestimmt. Das sind Gefäße, die mit einer Flüssigkeit bekannter spezifischer Wärmekapazität (z.B. Wasser) gefüllt und so gestaltet sind, dass sie einen Wärmeaustausch mit der Umgebung verhindern. Die zu bestimmenden Größen ergeben sich aus einer Bilanz der im Inneren des Kalorimeters ausgetauschten Wärmemengen.

Tauscht ein Probekörper der Masse  $m$  und spezifischen Wärmekapazität  $c$  mit seiner Umgebung die Wärmemenge  $\Delta Q$  aus, so ändert sich seine Temperatur um den Betrag  $\Delta T$ . Dabei gilt die Beziehung

$$\Delta Q = c m \Delta T .$$

Zu Beginn des Experimentes möge sich im Kalorimeter (Wärmekapazität  $W_{Kal}$ ) ein Probekörper der Masse  $m$  in warmem Wasser der Masse  $m_w$  befinden. Das Kalorimeter, das Wasser im Kalorimeter und die Probemasse im Kalorimeter haben die gleiche Temperatur  $T_w$ . Wird daraufhin kaltes Wasser der Masse  $m_k$  mit der Temperatur  $T_k$  in das Kalorimeter gegossen, so stellt sich nach dem Wärmeaustausch eine Mischungstemperatur  $T_m$  ein.

Aufgrund der Gültigkeit des Energieerhaltungssatzes müssen die vom Kalorimeter, dem warmen Wasser und dem warmen Probekörper abgegebenen Wärmemengen vom kalten Wasser aufgenommen werden, wobei sich die kalte Wassermenge auf die Mischungstemperatur erwärmt und die anderen Komponenten sich auf diese abkühlen. Unter Berücksichtigung von  $T_k < T_m < T_w$  gilt die folgende Bilanzgleichung:

$$\begin{aligned} \Delta Q_{abgegeben} &= \Delta Q_{aufgenommen} \\ \Rightarrow (W_{Kal} + c_{Wasser} m_w + c m)(T_w - T_m) &= c_{Wasser} m_k (T_m - T_k) . \end{aligned}$$

Die Wärmekapazität des Kalorimeters  $W_{Kal}$  wird in einem Vorversuch (ohne Probekörper) ermittelt. In diesem Fall gilt

$$W_{Kal} = c_{Wasser} \left[ m_k \frac{T_m - T_k}{T_w - T_m} \right] - c_{Wasser} m_w . \quad (***)$$

Für die spezifische Wärmekapazität des Körpers  $c$  bzw. seine Molwärme  $C$  resultiert

$$c = \frac{c_{Wasser}}{m} \left[ m_k \frac{T_m - T_k}{T_w - T_m} - m_w \right] - \frac{W_{Kal}}{m} \quad \text{bzw.} \quad C = m_{mol} c \quad (***)$$

Zur Ermittlung der Zahlenwerte ist die Kenntnis aller anderen Größen erforderlich. Die Massen des warmen und kalten Wassers  $m_w$  und  $m_k$  können z.B. durch Messung der jeweiligen Volumina  $V_w$  und  $V_k$  mittels Messzylinder und Berücksichtigung der bekannten Dichte des Wassers ermittelt werden.

$$\begin{aligned} m_{w/k} &= \rho_{Wasser} V_{w/k} \\ \rho_{Wasser} &= 0,9982 \cdot 10^{-3} \text{ kg ml}^{-1} \quad \text{für } 293,15 \text{ K (bzw. } 20^\circ\text{C)} \end{aligned}$$

Die Temperaturen  $T_k$ ,  $T_w$  und  $T_m$  werden im Versuch mit dem Widerstandsthermometer und Zuhilfenahme von Gleichung (\*) bestimmt.

# Versuchsdurchführung

## Wichtige Hinweise:

- Der Messbecher besteht aus Kunststoff. Füllen Sie kein kochendheißes Wasser in den Messbecher!
  - Zum besseren Durchmischen der Wassermengen unterschiedlicher Temperatur muss das Kalorimeter leicht geschwenkt werden, da keine Rührvorrichtung eingebaut ist!
1. Kalibrieren Sie das elektrische Thermometer! Dies geschieht durch Messung des elektrischen Widerstandes des Thermometers am Schmelzpunkt von Eis ( $\approx 0^\circ\text{C}$ ) und am Siedepunkt von Wasser ( $\approx 100^\circ\text{C}$ ) (Korrektur der Siedetemperatur unter Beachtung des Luftdruckes, siehe Tabelle im Praktikum)!
  2. Bestimmen Sie die Wärmekapazität  $W_{\text{Kal}}$  des Kalorimeters! Füllen Sie hierzu die Menge Wasser ab, für die der Messbecher kalibriert wurde (Markierung am Messbecher) und bringen Sie es zum Sieden! (Stellen Sie einen Verlust durch Verdampfen von ca. 3ml in Rechnung, d.h. korrigieren Sie vor den Berechnungen die Masse  $m_w$ .) Gießen Sie das heiße Wasser in das Kalorimeter und messen Sie nach erfolgtem thermischen Ausgleich die Temperatur  $T_w$  im Kalorimeter! Gießen Sie anschließend die gleiche Menge kaltes Leitungswasser der Temperatur  $T_k$  hinzu (Temperatur  $T_k$  vorher messen!) und messen Sie die sich einstellende Mischtemperatur  $T_m$ ! Benutzen Sie dann Gleichung (\*\*\*) . Führen Sie dieses Experiment dreimal durch und bilden Sie für  $W_{\text{Kal}}$  den Mittelwert.
  3. Messen Sie die Massen  $m_{\text{Al}}$  und  $m_{\text{Cu}}$  der Probekörper aus Aluminium und Kupfer!
  4. Messen Sie die Wärmekapazitäten  $W_{\text{Al}}$  und  $W_{\text{Cu}}$  der Probekörper! Nachdem Sie einen der Probekörper in das Kalorimeter gestellt haben, gehen Sie dazu wie bei der Bestimmung der Wärmekapazität des Kalorimeters vor (1. heißes Wasser zugeben, 2.  $T_w$  bestimmen, 3. kaltes Wasser ( $T_k$ ) zugeben, 4. Mischtemperatur  $T_m$  bestimmen)! Berechnen Sie aus den Wärmekapazitäten  $W_{\text{Al}}$  bzw.  $W_{\text{Cu}}$  (Gleichung (\*\*\*)) und den Massen  $m_{\text{Al}}$  bzw.  $m_{\text{Cu}}$  der Probekörper die spezifischen und molaren Wärmekapazitäten ( $c_{\text{Al}}$ ,  $c_{\text{Cu}}$  bzw.  $C_{\text{Al}}$ ,  $C_{\text{Cu}}$ ) von Al und Cu nach Gl.(\*\*) und vergleichen Sie diese! Vergleichen Sie die Werte auch mit denen von Eisen, Silber, Wolfram und Blei (siehe Vorbereitungsaufgaben)!

## Naturkonstanten/Materialeigenschaften:

Wasser: spezifische Wärmekapazität  $c_{\text{H}_2\text{O}} = 4187 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ,  
Schmelzwärme  $Q_{\text{Schm}} = 3,35 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1}$ ,  
Verdampfungswärme  $Q_{\text{Verd}} = 22,6 \cdot 10^5 \text{ J kg}^{-1}$ .

Spez. Wärmekapazitäten: Eisen  $c_{\text{Fe}} = 460 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ,  
Silber  $c_{\text{Ag}} = 234 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$ ,  
Wolfram  $c_{\text{W}} = 134 \text{ J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$

Molare Massen (Masse  $m$  / Stoffmenge  $n$ ):  $m_{\text{Cu}} = 0,06355 \text{ kg/mol}$ ,  $m_{\text{Al}} = 0,02698 \text{ kg/mol}$ ,  
 $m_{\text{Fe}} = 0,05585 \text{ kg/mol}$ ,  $m_{\text{Ag}} = 0,1079 \text{ kg/mol}$ ,  
 $m_{\text{W}} = 0,1839 \text{ kg/mol}$ ,  $m_{\text{Pb}} = 0,2072 \text{ kg/mol}$

(Bsp. 1 mol Kupfer hat eine Masse von 0,06355 kg bzw. 63,55 g)