

Physikalisches Grundpraktikum

Praktikum für Mediziner		
01 Lichtbrechung und Linsengesetze		
Name:	Versuchsgruppe:	Datum:
Mitarbeiter der Versuchsgruppe:		lfd. Versuchs-Nr:

Aufgaben

Vorbereitungsaufgaben

- 1) Berechnen Sie mithilfe des Snelliusschen Brechungsgesetzes den Brechungswinkel für Licht, das unter einem Winkel von $\alpha = 5^\circ, 45^\circ, 85^\circ$ auf eine Wasseroberfläche trifft ($n=1$ für Luft, $n=1,33$ für Wasser).
- 2) Das menschliche Auge hat unter der stark vereinfachenden Annahme, dass es aus einer einzigen Linse besteht, eine Brechkraft von ca. 59 dpt. Bei Ihrem Professor sind die Augäpfel um 2mm verlängert. Sind seine Kontaktlinsen Sammel- oder Zerstreuungslinsen? Wie groß ist deren Brechkraft (in dpt), um die Brennweite von 17mm auf 19mm zu vergrößern? Welche Brennweite haben die Kontaktlinsen?
- 3) Ein Linsensystem bestehe aus 2 Linsen mit den Brechkraften $D_1 = 5\text{dpt}$ und $D_2 = 3\text{dpt}$. Welche Werte D_{ges} hat das Gesamtsystem, wenn die Linsen im Abstand von $l = 0\text{cm}, 5\text{cm}$ und 10cm angeordnet werden? Welche Werte ergeben sich für zwei Linsen mit $D_1 = 4\text{dpt}$ und $D_2 = -4\text{dpt}$ bei den gleichen Abständen?

Messaufgaben

1. **Brechungsgesetz:** Für vorgegebene Einfallswinkel soll der Brechungswinkel gemessen werden und hieraus der Brechungsindex errechnet werden.
2. **Totalreflexion:** Bestimmung des Grenzwinkels β_{grenz} und Berechnung des Brechungsindex
3. Direkte Bestimmung der **Brennweiten von Sammellinsen**
4. Bestimmung der **Größe der Glühwendel**
5. Bestimmung der **Brennweite einer Zerstreuungslinse**

Geräteliste

Optische Schiene, Halbkreisscheibe mit Aufsatz, gleichseitiges Prisma mit Aufsatz,
Schirm, 5 verschiedene Linsen, Glühlampe mit Stromversorgungsgerät,
Metermass,
Laserpointer in Fassung (ist auszuleihen)

Motivation

Die Brechkraft von Linsen ist durch ihre Krümmungsradien sowie durch die beteiligten Brechungsindex des Linsenmaterials bestimmt. Die Gesamtbrechkraft des menschlichen Auges beträgt etwa 59 Dioptrien (entsprechend einer Brennweite von etwa 17 mm). Beim fernakkommodierten Auge (Ziliarmuskel entspannt) werden Gegenstände, die mehr als ca. 5m („unendlich weit“) vom Betrachter entfernt sind, auf der Netzhaut (Retina) scharf abgebildet, wenn der Abstand zwischen dem vorderen Pol des Auges und der Retina 24 mm beträgt. Refraktionsanomalien des Auges sind meist auf eine von diesem Normalwert abweichende Länge des Augapfels (Bulbus) zurückzuführen (Achsenametropie).

„Kurzichtigkeit“ (Myopie, Bulbus zu lang) kann durch eine Zerstreuungslinse, „Weitsichtigkeit“ (Hyperopie, Bulbus zu kurz) durch eine Sammellinse korrigiert werden. Häufig tritt in der ophthalmologischen Praxis außerdem der Astigmatismus auf, bei dem ein Punkt verzerrt als kurze Linie wahrgenommen wird („Stabsichtigkeit“), weil sich die Brechkraft (z.B. der Cornea) in vertikaler und horizontaler Richtung unterscheidet. Die Korrektur der Fehlsichtigkeit erfolgt in diesem Fall durch Zylinderlinsen.

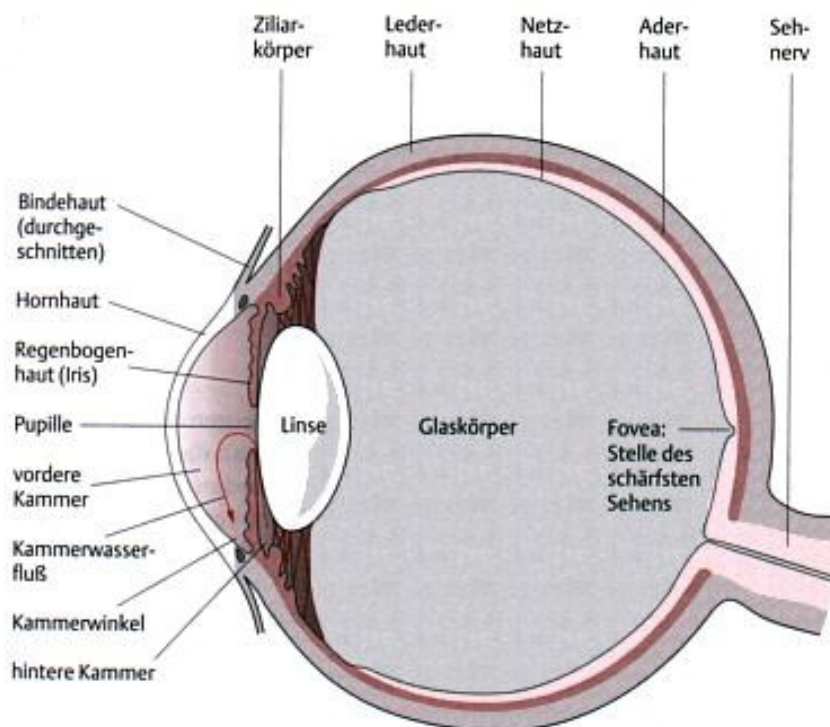


Abbildung: Querschnitt durch ein Auge

Zum Verständnis der Brechungsvorgänge im Auge muss man beachten, dass hier mindestens fünf brechende Medien eine Rolle spielen: Luft, Hornhaut, Kammerwasser, Linse und Glaskörper. Dabei betragen die Brechungsindizes:

Luft	$n = 1$
Hornhaut	$n = 1,376$
Kammerwasser	$n = 1,336$
Glaskörper	$n = 1,336$
Linse an den Polen	$n = 1,386$
Linse am Äquator	$n = 1,357$
Linse im Zentrum	$n = 1,406$

Die optische Achse weicht von der eigentlichen Sehachse ab. Zur Vereinfachung der Vielzahl der optischen Übergänge und zur Berücksichtigung der realen Linseneigenschaften bedient man sich folgenden Modells. Die Strahlengänge werden reduziert auf ein System mit zwei fiktiven brechenden Flächen (zwei Hauptebenen) und zwei Knotenpunkten.

Physikalische Grundlagen

Geometrische Optik

Das Fermatsche Prinzip beschreibt Grundsätze der geometrischen Optik:

Licht, das vom Punkt P_1 ausgesandt wird, erreicht den Punkt P_2 auf dem Weg, auf dem die Lichtlaufzeit minimal ist. Daraus ergeben sich wichtige Folgerungen:

- 1 In einem *homogenen* optischen Medium sind die Lichtstrahlen Geraden.
- 2 Es gelten Reflexions- und Brechungsgesetz.

Bei der **Reflexion** von Licht an einem Spiegel gilt

1. Einfallswinkel α = Reflexionswinkel β
2. Einfallender Strahl, reflektierter Strahl und Einfallslot liegen in einer Ebene

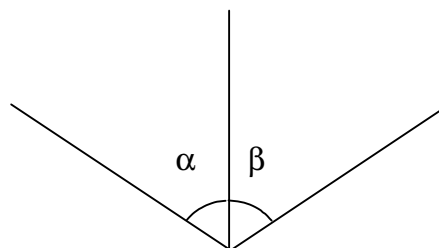


Abb. 1 Reflexionsgesetz

Für die Brechung von Licht beim Übergang vom Medium 1 mit dem Brechungsindex n_1 in ein Medium 2 mit Brechungsindex n_2 , so gilt das **Snellius'sches Brechungsgesetz**

$$\sin\alpha_1/\sin\alpha_2 = n_2/n_1.$$

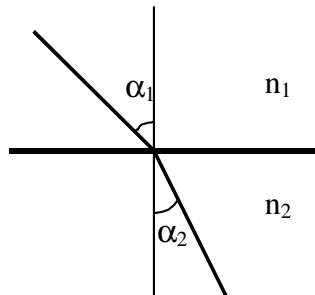


Abb. 2 Brechung eines Lichtstrahls

Totalreflexion

Tritt Licht vom optisch dichteren ins optisch dünnere Medium ein ($n_2 > n_1$), so findet für Winkel $\alpha_2 > \alpha_T$ **Totalreflexion** statt. Der Grenzwinkel α_T ergibt sich aus dem Brechungsgesetz $\sin 90^\circ/\sin \alpha_T = 1/\sin \alpha_T = n_2/n_1$ zu

$$\sin\alpha_T = n_1/n_2.$$

Die Linsengesetze

Die Brennweite f einer Linse ist ein wichtiges Maß für ihre optischen Eigenschaften. Die Beziehungen zwischen der Brennweite einer Linse, der Gegenstandsweite g und der Bildweite b lassen sich für **dünne Linsen** leicht ableiten.

Zur geometrischen Konstruktion der Bilder benutzt man ausgezeichnete Strahlen. In diesem Zusammenhang sind drei Ein- bzw. Austrittsrichtungen der Lichtstrahlen, d.h. der Verlauf von Parallel-, Brennpunkt- und Mittelpunktstrahlen, von Bedeutung.

Eine Linse besitzt zu beiden Seiten einen **Brennpunkt** (F und F'). Der Abstand zwischen Linsenmittelpunkt und Brennpunkt wird als Brennweite f (f') bezeichnet.

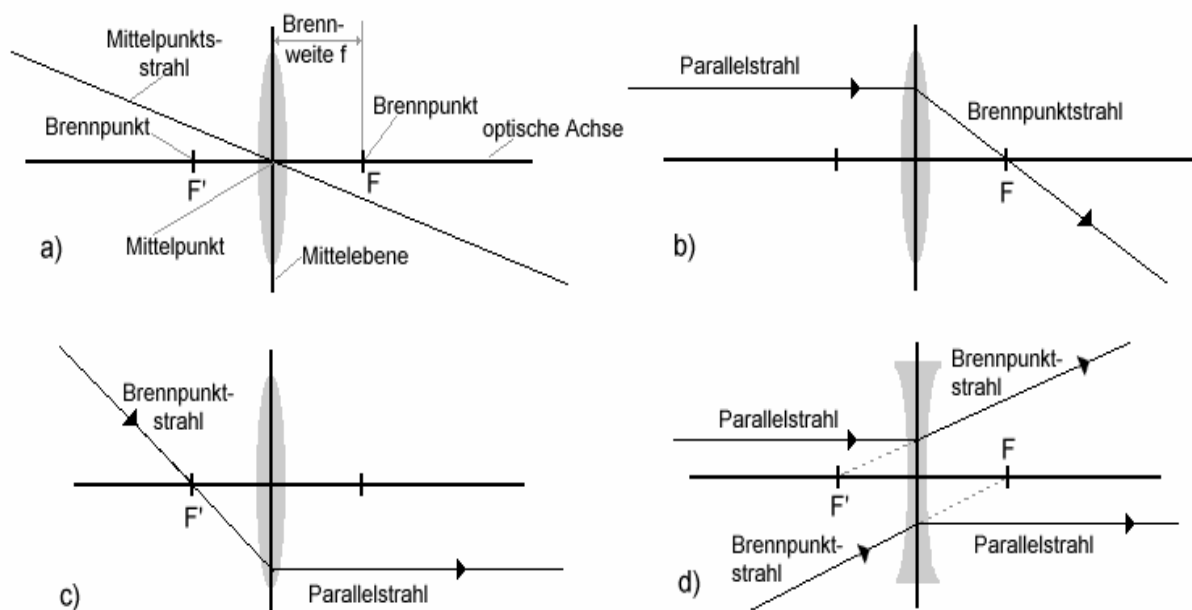


Abb. 3 Hauptstrahlen an Linsen (Strahlen veranschaulichen nur Lichtbündelachsen!)

Parallelstrahlen breiten sich parallel zur optischen Achse aus. Sie werden von einer Sammellinse so gebrochen, dass sie hinter der Linse konvergent im Brennpunkt zusammenlaufen (Abb. 3b). Bei Zerstreuungslinsen verlaufen sie hinter der Linse divergent weiter, so dass sich ihre rückwärtigen Verlängerungen im objektseitigen Brennpunkt schneiden (Abb. 3d).

Alle Strahlen, die durch den Brennpunkt einer Sammellinse treten, heißen **Brennpunktstrahlen** und werden hinter der Linse zu Parallelstrahlen (Abb. 3c). Im Gegensatz dazu verlaufen bei Zerstreuungslinsen die rückwärtigen Verlängerungen der Brennpunktstrahlen durch den Brennpunkt (Abb. 3d).

Ein Lichtstrahl, der durch den Mittelpunkt der Linse verläuft, wird schließlich als **Mittelpunktstrahl** bezeichnet. Dieser erfährt weder bei (dünnen) Sammeln- noch bei Zerstreuungslinsen eine wesentliche Ablenkung (Abb. 3a).

Mit einer Linse kann das Bild eines Gegenstandes erzeugt und u.U. auf einem Schirm sichtbar gemacht werden. Bei der Bildkonstruktion müsste man aus der Menge der von jedem Punkt des Gegenstandes ausgehenden Strahlen einen Parallel-, Mittelpunkt- und Brennpunktstrahl auswählen und deren Verlauf zeichnen. Wählt man als Gegenstand vereinfachend einen Pfeil und legt dessen Fußpunkt auf die optische Achse, so ist davon auszugehen, dass sich auch der Fußpunkt des Bildes auf der optischen Achse befindet. Daher genügt es, allein die Pfeilspitze als repräsentativen Punkt des Gegenstandes auszuwählen und dessen zugehörigen Bildpunkt zu konstruieren (Abb. 4).

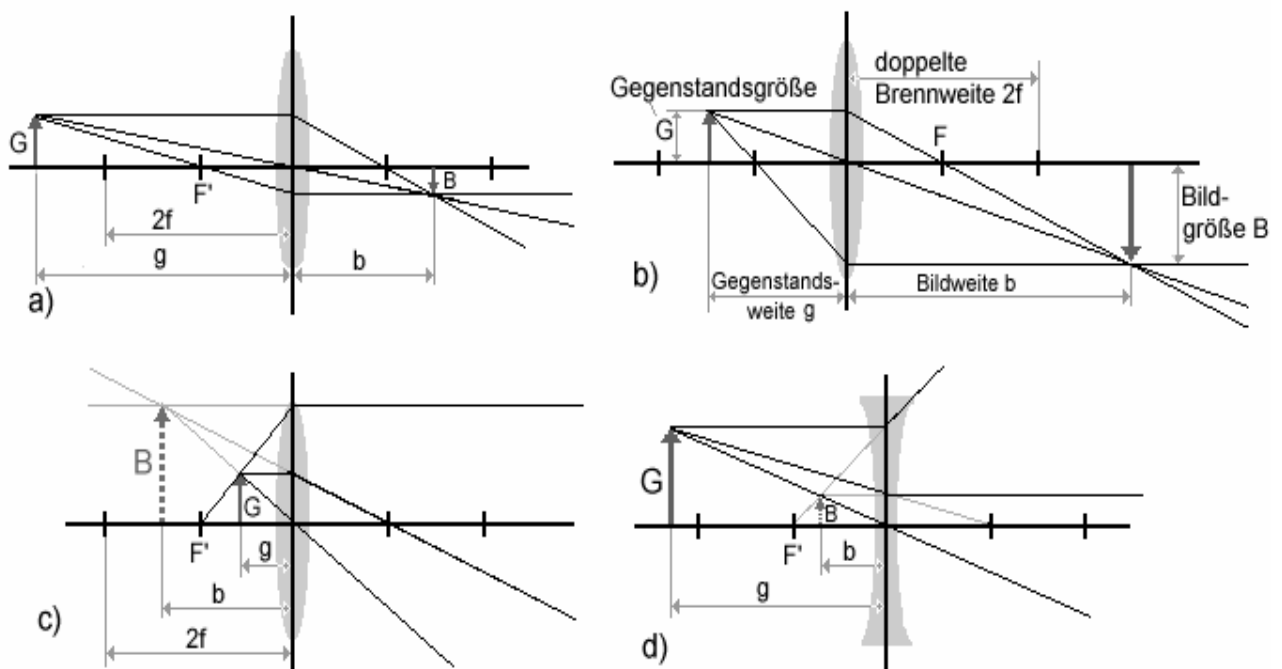


Abb. 4 Bildentstehung an Sammellinsen (a, b, c) und Zerstreuungslinsen (d)

Bei der Bildkonstruktion unterscheidet man zwischen reellen und virtuellen Bildern. Ein **reelles Bild** entsteht dort, wo sich die vom Gegenstand ausgehenden Lichtstrahlen schneiden (Abb. 4a,b). Es ist auf einem Schirm hinter der Linse darstellbar. **Virtuelle Bilder** (scheinbare Bilder) kann man hingegen nur aufgrund der zusätzlichen Linsenwirkung des Auges sehen. Sie erscheinen am Ort der Schnittpunkte von rückwärtigen Verlängerungen der in das Auge treffenden Strahlen und werden deshalb auf derjenigen Seite der Linse wahrgenommen, auf der sich der Gegenstand befindet (Abb. 4c,d).

Aus Abb. 4 folgen einige wesentliche Charakteristika :

- Ist die Gegenstandsweite g größer als die doppelte Brennweite, so entsteht ein verkleinertes, umgekehrtes reelles Bild. (Abb. 4a).
- Ein Gegenstand zwischen einfacher und doppelter Brennweite $2f$ hat ein vergrößertes, umgekehrtes reelles Bild zur Folge (Abb. 4b).
- Befindet sich der Gegenstand innerhalb der einfachen Brennweite f einer Sammellinse, so entsteht ein vergrößertes virtuelles Bild auf der Objektseite der Linse mit gleicher Orientierung wie der Gegenstand (Abb. 4c). (Anwendung bei der Lupe)
- Eine Zerstreuungslinse entwirft schließlich unabhängig von der Gegenstandsweite stets ein verkleinertes virtuelles Bild, das die gleiche Orientierung wie der Gegenstand hat (Abb. 4d).

Einfache geometrische Überlegungen (Vergleich ähnlicher Dreiecke) führen auf die Proportion

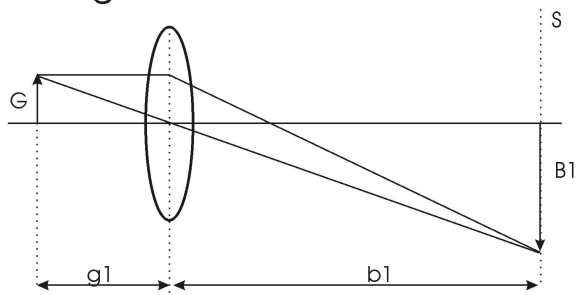
$$\frac{G}{g} = \frac{B}{b}$$

(G – Gegenstandsgröße, g – Gegenstandsweite, B – Bildgröße, b – Bildweite). Unter Verwendung dieser Gleichung folgt ein weiterer wichtiger Zusammenhang zwischen Gegenstands-, Bild- und Brennweite f , der auch als **Linsengleichung** bekannt ist:

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{g} + \frac{1}{b} \quad \rightarrow \quad f = \frac{g \cdot b}{(g + b)}$$

Sind g und b bekannt, so erlaubt die Linsengleichung die Berechnung der Linsenbrennweite. Die Gültigkeit dieser Gleichung bleibt auch dann bestehen, wenn Gegenstands- und Bildweite vertauscht werden, da $g \cdot b = b \cdot g$ und $g + b = b + g$. Das bedeutet, dass es für jeden zwischen Gegenstand und Schirm gegebenen Abstand, wenn nur die Bedingung $g + b > 4f$ erfüllt ist, genau zwei Linsenpositionen gibt, bei denen ein scharfes Bild auf dem Schirm entsteht (Abb. 5). Dies nutzt man bei Anwendung der Besselschen Methode zur Brennweitenbestimmung aus.

Stellung I



Stellung II

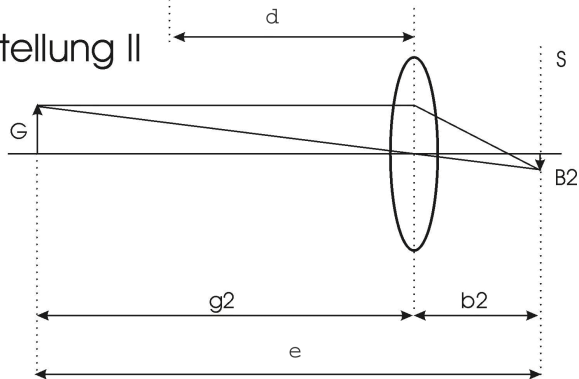


Abb. 5

Bildentstehung bei zwei verschiedenen Linsenpositionen -Verfahren nach **Bessel**: Durch Bestimmung der Größe e (Abstand zwischen Gegenstand und Schirm) und d (Abstand zwischen den beiden Linsenpositionen bei scharfer Abbildung) kann die Brennweite f bestimmt werden.

Aus diesem Grund ist es möglich, die Linsengleichung durch Einführung von zwei neuen Variablen umzuformen (Verfahren nach **Bessel**):

$$e = b + g \quad \text{und} \quad d = b - g \quad \rightarrow \quad f = \frac{1}{4} \left(e - \frac{d^2}{e} \right). \quad (*)$$

Hier ist e der Abstand zwischen Gegenstand und Schirm und d der Abstand der beiden Linsenpositionen, bei denen scharfe reelle Bilder erzeugt werden können.

Werden zwei Linsen zu einem Linsensystem zusammengesetzt, so kann die resultierende Brennweite F des Systems aus den Brennweiten der beiden einzelnen Linsen berechnet werden. Im vorliegenden Versuch ist z.B. eine Sammellinse mit einer Zerstreuungslinse zu kombinieren.

In diesem Fall gilt der Zusammenhang

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f_s} + \frac{1}{f_z} - \frac{D}{f_s f_z}$$

(F - Brennweite des Linsensystems, f_s - Brennweite der Sammellinse, f_z - Brennweite der Zerstreuungslinse, D - Abstand zwischen beiden Linsen). Sind die Brennweiten F des Linsensystems und f_s der Sammellinse z.B. mit einer der oben beschriebenen Methoden bestimmt worden, so ist es möglich, die Brennweite f_z der Zerstreuungslinse zu berechnen. Die Umstellung obiger Gleichung nach der Brennweite der Zerstreuungslinse ergibt

$$f_z = \frac{F (f_s - D)}{(f_s - F)} .$$

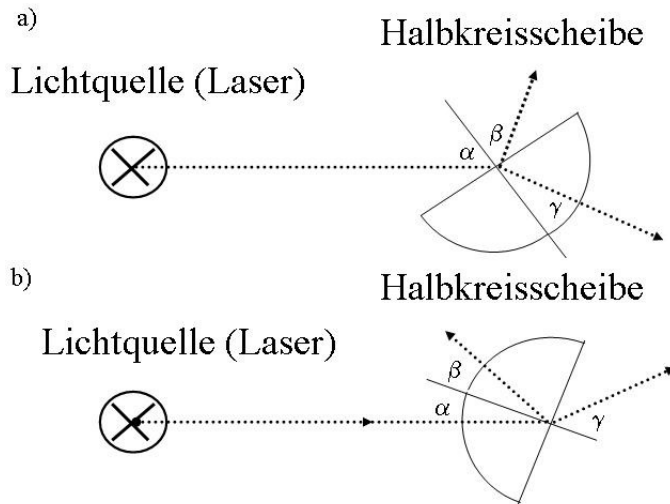


Abb. 6 Brechung eines Lichtstrahls

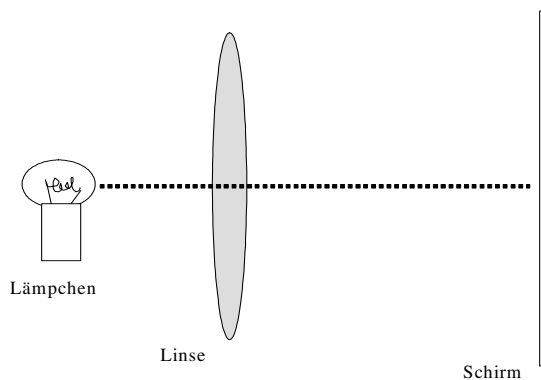


Abb. 7 Bestimmung der Brennweite und Größe der Glühwendel

Licht als elektromagnetische Welle

Licht ist eine elektromagnetische Welle, die durch die Ausbreitung, d. h. durch örtliche und zeitliche Schwingungen, der elektrischen Feldstärke E und der magnetischen Flussdichte B beschrieben werden kann. Elektromagnetische Wellen werden in folgende, hier grob gegliederte Bereiche eingeteilt (\rightarrow elektromagnetisches Spektrum):

λ	f	$h f$	Strahlung
3 m	100 MHz	0,4 μeV	UKW
1 m - 100 μm	300 MHz - 3000 GHz	1,2 μeV - 12 meV	Mikrowellen
5 mm	60 GHz	0,23 meV	3 K - Strahlung
0,3 m - 8 mm	1 GHz - 40 GHz	4 μeV - 160 μeV	RADAR
100 μm - 0,8 μm	3 THz - 375 THz	12 meV - 1,55 eV	Infrarot
0,8 μm - 0,4 μm	375 THz - 750 THz	1,55 eV - 3,1 eV	sichtbares Licht
0,4 μm - 3 nm	$7,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz} - 1,0 \cdot 10^{17} \text{ Hz}$	3,1 eV - 400 eV	Ultraviolett
0,12 μm - 12 pm	$2,4 \cdot 10^{15} - 2,4 \cdot 10^{19} \text{ Hz}$	10 keV - 100 keV	char. Röntgenstrahl.
1,2 nm - 60 fm	$2,4 \cdot 10^{17} - 4,8 \cdot 10^{21} \text{ Hz}$	1 keV - 20 MeV	γ - Strahlung

Der Brechungsindex n hängt von der Wellenlänge des Lichts ab. Bei normaler Dispersion, wie sie für Licht meist vorliegt, wird n mit kleiner werdender Wellenlänge λ , also zunehmender Frequenz f , größer. Die Dispersion des Lichts zeigt sich bei der Brechung im Wasser oder z. B. im Prisma.

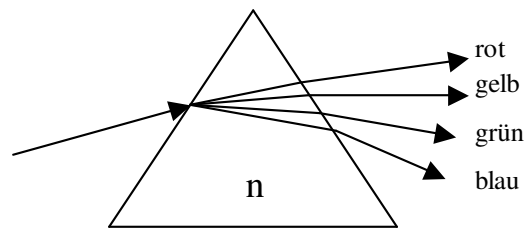


Abb. 8 Dispersion des Lichts im Prisma

Messaufgaben

1. **Brechungsgesetz:** Auf einer optischen Bank wird eine Anordnung aus Laser und einer Halbkreisscheibe aufgebaut (Abb. 6). Das Licht des Lasers wird beim Austritt aus dem Halbglass nicht gebrochen (Warum?). Durch Drehung des Glases lässt sich der Einfallswinkel α variieren (Beachten Sie die richtige Definition des Einfallswinkels). Bestimmen Sie für folgende *Einfallswinkel* α den jeweiligen *Brechungswinkel* γ . Berechnen Sie $\sin \alpha$, $\sin \gamma$ und schließlich den Brechungsindex n . ($\alpha=5^\circ, 15^\circ, 25^\circ, 70^\circ, 80^\circ$)
2. **Totalreflexion:** Bestimmen Sie mit Aufbau nach Abb. 6b den Grenzwinkel β_{grenz} der Totalreflexion zweimal (zu jeder Seite) und errechnen Sie den Brechungsindex der Halbkreisscheibe!
3. **Direkte Bestimmung der Brennweite von Sammellinsen:** Für den Versuch wird eine Winkelschiene als optische Bank benutzt. An ihr ist ein Metermass zur Bestimmung der Abstände befestigt. Sowohl die Linsen als auch das Lämpchen lassen sich auf der Winkelschiene beliebig verschieben. Bauen Sie die Anordnung wie in der Abbildung 7 dargestellt auf und bilden Sie den Glühfaden der Lampe auf dem Schirm ab. Verschieben Sie die Linse **L3** so, dass das Bild des Glühfadens scharf zu erkennen ist. Lesen Sie nun g und b ab und errechnen Sie mit Hilfe der Abbildungsgleichung die Brennweite f . Wiederholen Sie den Vorgang für *drei* verschiedene Abstände s von Gegenstand und Schirm und errechnen Sie für die Brennweite f den Mittelwert. Wiederholen Sie die Messungen für L4, L5 und L2.
4. **Bestimmung der Größe der Glühwendel:** Messen Sie die Gegenstandsweite g , die Bildweite b sowie die Bildgröße B . Bestimmen Sie nun mit der Kenntnis der Brennweiten Ihrer Sammellinsen die Größe der Glühwendel der Lampe.
5. **Bestimmung der Brennweite einer Zerstreuungslinse:** Bestimmen Sie nach der Methode von BESSEL die Brennweite der Kombination aus L1 und L4. Berechnen Sie letztlich die Brennweite f_z der Zerstreuungslinse L1.

Hinweise

- ! **Wichtiger Sicherheitshinweis:** Bei diesem Versuch verwenden Sie einen kontinuierlichen Laser (Laserpointer) mit einer Leistung von <1 mW. Laser werden in die Klassen 1 (ungefährlich) bis 4 (große Gefahr für Auge und Haut) eingeteilt. Der hier verwendete Laser gehört zu der Klasse 2: "Laser dieser Klasse sind zwar nicht wirklich sicher, der Augenschutz ist jedoch durch den Lidreflex und andere Abwehrreaktionen sichergestellt. Schaut man bewusst länger in den Strahl oder wird der Reflex z.B. medikamentös unterdrückt, kann eine Schädigung eintreten." [Jürgen Eichler: Laser und Strahlenschutz, Vieweg 1992, S. 158] Also: schauen Sie niemals direkt in den Laserstrahl!