

## Physikalisches Grundpraktikum

Praktikum für Mediziner		
E2 Bauelemente im Wechselstromkreis		
Name:	Versuchsgruppe:	Datum:
Mitarbeiter der Versuchsgruppe:		lfd. Versuchs-Nr:

### Vorbereitungsaufgaben

1. Eine Spule sei mit einem Wechselstromgenerator verbunden, der bei einer Frequenz von 60 Hz eine Spannung von 100 V liefert. Bei diesen Betriebsbedingungen hat die Spule die Impedanz  $10\Omega$  und den Blindwiderstand  $8\Omega$ . Berechnen Sie den Spulenstrom.
2. Berechnen Sie für obige Aufgabe die Phasenverschiebung zwischen Strom und angelegter Spannung.
3. Welche Kapazität muss in Aufgabe 1 in Reihe geschaltet werden, damit Strom und Spannung in Phase sind? Wie groß ist dann die Spannung über dem Kondensator?
4. Zwischen 2 Elektroden der Fläche  $A$  liegen eine Schicht Fettgewebe und eine Schicht Muskelgewebe gleicher Dicke. Ein HF-Strom durchsetzt die Gewebeschichten und führt zu deren Erwärmung (Abb.4). Bestimmen Sie das Verhältnis der in den beiden Schichten freigesetzten Wärmeenergien  $W_{\text{Fett}}/W_{\text{Muskel}}$  sowohl für den Fall kleiner Frequenzen ( $\omega \rightarrow 0$ ) als auch für den Fall hoher Frequenzen ( $\omega \rightarrow \infty$ )!

### Messaufgaben

1. Bestimmen Sie das Windungszahlverhältnis zwischen Primär- und Sekundärseite eines Transformators!
2. Nehmen Sie die Entladungskurve eines Kondensators auf und bestimmen Sie die Kapazität des Kondensators  $C_1$ !
3. Bestimmen Sie das Durchlassverhalten eines RC Hochpasses im Frequenzbereich 1 kHz bis 50kHz; bestimmen Sie die Kapazität des Kondensators  $C_2$ !
4. Bestimmen Sie das Durchlassverhalten eines RC Tiefpasses im Frequenzbereich 1 kHz bis 50kHz; bestimmen Sie die Kapazität des Kondensators  $C_2$ !

## Motivation

Fließt durch Gewebe ein Wechselstrom, so beobachtet man, dass der Widerstand stark frequenzabhängig ist. In Abbildung 1 ist der spezifische Widerstand von Muskelgewebe als Funktion der Frequenz bestimmt worden (Impedanz)

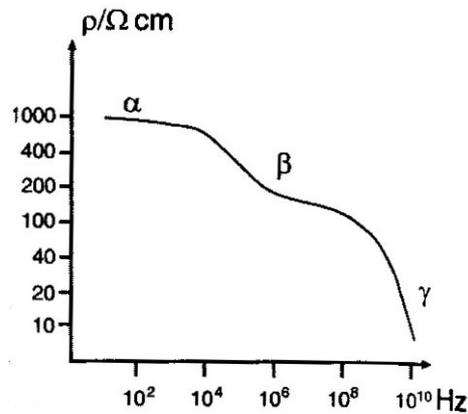
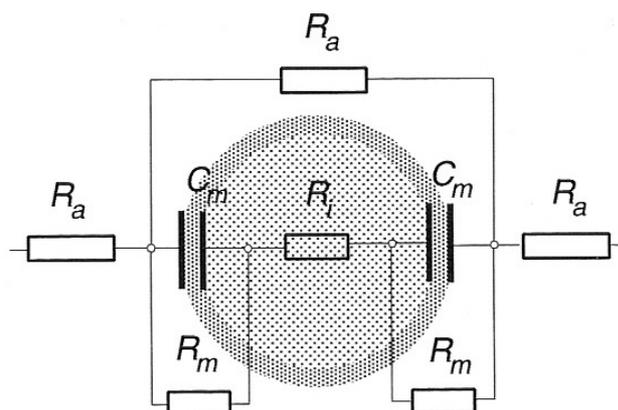


Abbildung 1: spezifischer Widerstand von Muskelgewebe

Zu erkennen sind drei typische Bereiche, die  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Dispersion. Für die  $\alpha$ -Dispersion sind Ionenbewegungen im extrazellulären bzw. im intrazellulären Raum verantwortlich, für die  $\beta$ -Dispersion sind Relaxationsphänomene an der Zelle (Abb. 2) und für die  $\gamma$ -Dispersion sind Relaxationsprozesse an den Makromolekülen verantwortlich. Hauptverantwortlich für die Frequenzabhängigkeit des Widerstandes sind die Membranen.

Eine Zellmembran stellt einen Kondensator dar, die in einem Stromkreis zu einem Blindwiderstand (Reaktanz) führt und deren elektrische Leitfähigkeit folglich mit steigender Frequenz zunimmt. Die Ionenkanäle können durch einen Wirkwiderstand (Resistanz) parallel zur Membrankapazität repräsentiert werden. Wegen der im Allgemeinen größeren Querschnittsfläche des interzellulären Raums verbunden mit der etwas niedrigeren Resistivität der intrazellulären Flüssigkeit (siehe Aufgabe Gleichstromkreis) beginnt damit ein Strom zu dominieren, der weitgehend unabhängig von der Zellstruktur verläuft. Abbildung 2 zeigt die Darstellung eines einfachen Anlogschaltbildes für den Stromfluss durch und um eine kugelförmige Zelle in homogenem Medium.  $R_a$  Widerstand des Außenmediums,  $R_i$  Widerstand des Zellplasmas,  $R_m$  Membranwiderstand,  $C_m$  Membrankapazität

Abbildung 2:  
Ersatzschaltbild einer  
kugelförmigen Zelle



Der Stromfluss durch ein Gewebe wird sich aus zwei Anteilen zusammensetzen, einem Blindwiderstand, hervorgerufen durch die Kapazität der Membranen und einem Wirkwiderstand. Das Ersatzschaltbild für eine solche Struktur kann durch eine Parallelschaltung von Blind- und Wirkwiderstand (Reihenschaltung der Leitwerte) dargestellt werden.

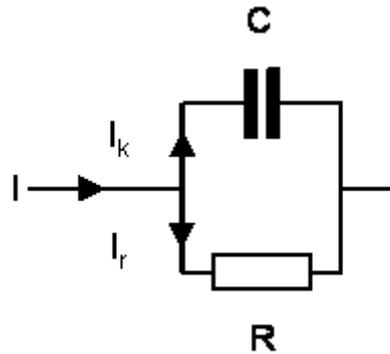


Abbildung 3: Ersatzschaltbild für den Stromfluss durch eine Gewebeschicht

Verfolgt man den Stromfluss durch unterschiedliche Gewebe, so teilt sich dieser gewebespezifisch in eine Wirk- und eine Blindkomponente auf (Abb. 4).

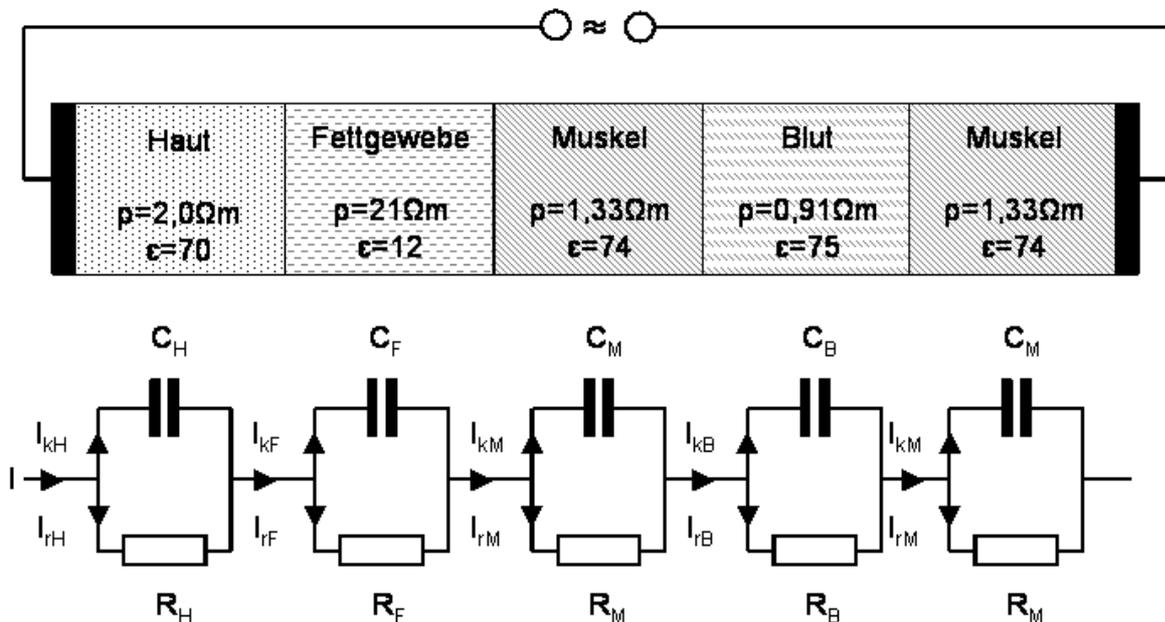


Abbildung 4

$\rho$  ist der spezifische Widerstand,  $\epsilon$  die relative Dielektrizitätskonstante des Gewebes.

Zwanglos lässt sich z.B. aus Abb.4 verstehen, dass sich eine effektive Erwärmung des Muskelgewebes mittels HF-Therapie erst bei höheren Frequenzen erzielen lässt.

## Hinweise:

- Bauen sie die Schaltungen, welche unter dem Punkt „Messaufgaben“ beschrieben werden exakt nach Vorgabe auf. Während des Umbaus der Schaltung ist die Platine grundsätzlich von der Eingangsspannung zu trennen. Das Oszilloskop kann dabei angeschaltet bleiben.
- Stellen Sie sicher, dass Sie vor dem Benutzen des Multimeters den höchsten Messbereich und die richtige Messgröße eingestellt haben. Nach dem Anschließen können Sie den Messbereich dann bis zum gewünschten Bereich herunterschalten. Schalten Sie zur Schonung der Batterie das Multimeter aus, wenn sie es nicht benutzen.
- Alle angegebenen Spannungen sind entweder als „Spitze-Spitze“-Werte oder als Effektivwert anzugeben. „Spitze-Spitze“ („Peak to Peak“) bedeutet hierbei die Differenz zwischen Minimum und Maximum der Spannung.

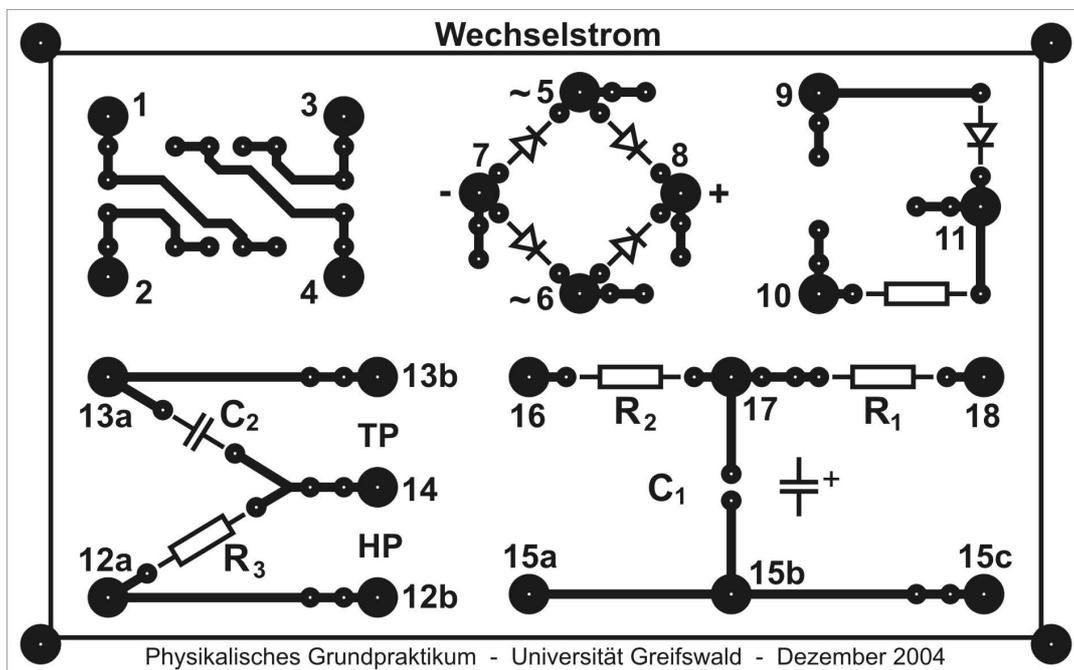


Abb. 5 Steckplatine zum Versuch „E2-Wechselstromkreis“

Auf der Steckplatine sind separat ein Transformator, eine Gleichrichter-Brücken-Schaltung, eine Diode mit Vorwiderstand, ein Hoch-Tiefpass sowie eine Widerstands-Kondensatorkombination aufgebaut. Entsprechend der Aufgabenstellung sind die einzelnen Module zusammenzufügen.

## Messaufgaben

### Zu 1. Bestimmung des Windungszahlverhältnisses zwischen Primär- und Sekundärseite eines Transformators

Hierzu legen sie an den Punkten (1) und (2) eine Erregerspannung an (Abb.5). Die von Ihnen zu verwendende Erregerspannung ist ein Sinussignal des Frequenzgenerators, welches in der Amplitude und Frequenz verändert werden kann. Wählen Sie eine Frequenz im 1kHz-Bereich (0,1-1kHz) und legen Sie 5 verschiedene Spannungen an. Messen Sie das Ausgangssignal an den Punkten (3) und (4). Ihr Ein- und Ausgangssignal stellen sie mit Hilfe des Oszilloskop im „Dual-Mode“ dar und lesen die jeweiligen Spannungen ab.

Fertigen Sie eine Tabelle (Eingangssignal, Ausgangssignal, Windungsverhältnis) an, und ermitteln Sie hieraus den Mittelwert des Windungsverhältnisses  $N_S/N_P$ .

### Zu 2. Entladekurve eines Kondensators

Um einen Kondensator aufladen zu können, benötigt man eine Gleichspannung, die mittels einer Brückenschaltung von Gleichrichterdioden aus der angelegten Wechselspannung erzeugt wird. (Abb. 6)

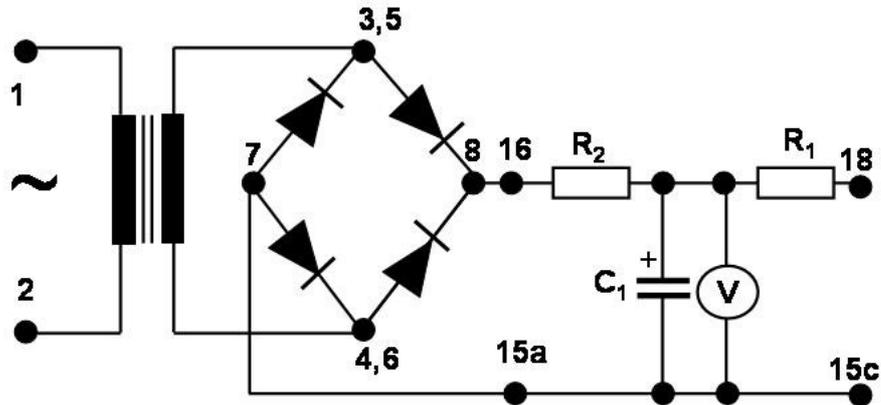


Abb.6 Messaufbau zur Bestimmung der Entladekurve des Kondensators

Zum Aufladen des Kondensators wird der Gleichrichterausgang ((8) und (7)) mit der Widerstands-Kondensatorkombination ( $R_1$ ,  $R_2$  und  $C_1$ ) gemäß Abb.6 verbunden. Achten Sie darauf, dass der Kondensator einen vorgeschriebenen Pluspol besitzt.

Laden Sie zunächst den Kondensator über  $R_2$  auf. Sie können den Ladezustand an einem parallel zum Kondensator geschalteten Voltmeter verfolgen! Nachdem der Kondensator aufgeladen ist, trennen Sie die Verbindung zum Gleichrichter. Jetzt entladen Sie den Kondensator über den Widerstand  $R_1$  und messen den zeitlichen Verlauf der Spannung über dem Kondensator. In den ersten 10 Sekunden bestimmen Sie alle 2 Sekunden die Kondensatorspannung, später alle 5 Sekunden. (Tabelle: Zeit  $t$ ,  $U(t)$ ). Tragen Sie nun  $\ln(U(t)/U(t=0))$  gegen  $t$  auf und bestimmen Sie die RC- Zeitkonstante dieser Schaltung.

( $R_1=200\text{k}\Omega$ ; Beachten Sie, dass das Voltmeter einen Innenwiderstand von  $1\text{M}\Omega$  besitzt!)

Wie groß ist die Kapazität des Kondensators?

### Zu 3. Messung des Durchlassverhaltens eines RC Hochpasses

Legen Sie eine Eingangswchselspannung  $U_E$  an die Punkte (13a) und (12a) an und greifen Sie die Ausgangsspannung  $U_A$  an den Punkten (12b) und (14) ab. Stellen Sie beide Spannungen mit dem Oszilloskop dar. Messen Sie für 20 Frequenzwerte aus dem Bereich 1kHz...50kHz jeweils die Spannungen  $U_E$  und  $U_A$  und stellen Sie das Verhältnis  $U_A/U_E$  als Funktion der Frequenz grafisch in doppeltlogarithmischem Maßstab dar. Bestimmen Sie aus dem Diagramm die Grenzfrequenz und die Kapazität des Kondensators  $C_2$  ( $R_3$  ermitteln Sie mit einem Multimeter)

### Zu 4. Messung des Durchlassverhaltens eines RC Tiefpasses

Realisieren Sie mit Hilfe der Steckplatine einen Tiefpass! Bestimmen Sie für 20 unterschiedliche Frequenzen im Bereich von 1kHz bis 50 kHz das Verhältnis von Eingangs- und Ausgangsspannung und fügen Sie die Ergebnisse der Grafik aus 3. hinzu. Bestimmen Sie über die ermittelte Grenzfrequenz die Kapazität des Kondensators  $C_2$

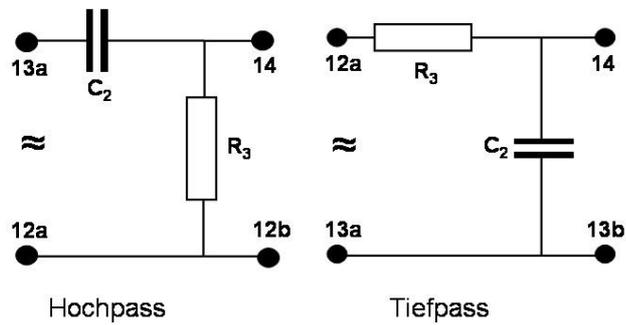


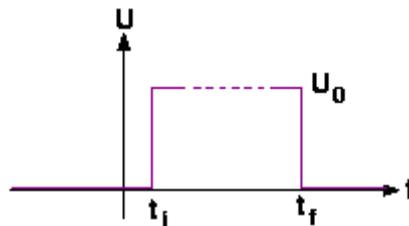
Abb.7 Messaufbau zur Bestimmung des Durchgangsverhaltens von Hochpass und Tiefpass

### Zusammenfassung der physikalischen Grundlagen

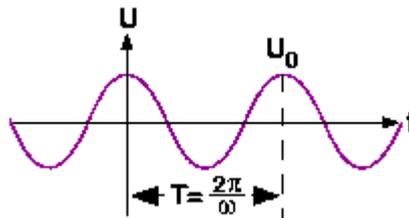
Ein geschlossener Leiterkreis mit einer Wechselspannungsquelle bildet einen Wechselstromkreis. Die Wechselspannung ist eine zeitlich veränderliche Spannung  $U = U(t)$ , also ist auch der im Kreis fließende Wechselstrom zeitlich veränderlich  $I = I(t)$ . Das internationale Symbol für eine Wechselspannung ist:



Wir verstehen hier unter einer Wechselspannung jede zeitlich nicht konstante Spannung, etwa eine Spannungsimpuls



Die geläufigste Änderung einer Spannung ist eine harmonische Änderung  $U(t) = U_0 \cos \omega t$ , die gemeinhin als Wechselspannung bezeichnet wird.



Das Verhalten von Wechselspannung und Wechselstrom wird durch die *Kirchhoff'schen Regeln* bestimmt:

Maschensatz:

In einer unverzweigten Masche ist die Summe der eingepprägten Spannungen gleich der Summe der Spannungsabfälle über den Widerständen

$$\sum_l U_l(t) = I(t) \cdot \sum_k R_k = \sum_k U_k(t)$$

und somit für eine Spannungsquelle mit der Spannung  $U_1(t)$

$$U_1(t) = \sum_k U_k(t)$$

Knotensatz:

Die Summe der in einen Knoten (Verzweigungspunkt) fließenden Ströme ist gleich der Summe der aus dem Knoten fließenden Ströme. Ist die Richtung der Ströme vorzeichenbehaftet, gilt

$$\sum_k I_k(t) = 0$$

### 1. An- und Ausschaltvorgänge

In dem in Abb. 8 gezeichneten Wechselstromkreis befinden sich alle uns bisher bekannten Komponenten

- Gleichspannungsquelle  $U$  mit Schalter
- Ohm'scher Widerstand  $R$
- Spule mit Selbstinduktivität  $L$
- Kondensator mit Kapazität  $C$

Die Kirchhoff'schen Regeln für die Leitermasche verlangen  $U_R + U_S + U_K - U = 0$  mit den entsprechenden Einschalt- und Ausschaltbedingungen.

Fließt durch die Leitermasche ein Strom  $I$ , so ergeben sich folgende Teilspannungen:

$$U_R = I \cdot R \quad U_K = \frac{1}{C} \int I \cdot dt \quad U_S = L \cdot \frac{dI}{dt}$$

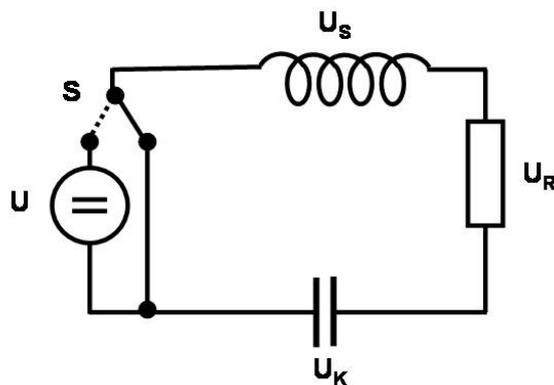


Abb. 8

Wird der Kondensator in unserer Schaltung über eine Gleichspannungsquelle aufgeladen, so kann man nach Entfernung der Stromquelle (Umlegen des Schalter S), bei einem zu vernachlässigenden

ohmschen Widerstand ( $R_{\Omega} \rightarrow 0$ ) eine ungedämpfte periodische Änderung des Stromes (unge-  
dämpfte elektrische Schwingung) mit der Frequenz  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$  beobachten:

$$I(t) = I_0 \cos(\omega \cdot t),$$

bei einem endlichen ohmschen Widerstand hingegen eine gedämpfte periodischen Änderung des  
Stromes (gedämpfte elektrische Schwingung) in der Form:

$$I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{R}{2L} \cdot t\right) \cos(\omega \cdot t).$$

Ist  $\frac{R}{L} > 2\sqrt{\frac{1}{LC}}$ , so beobachtet man lediglich einen aperiodischen Stromverlauf, der Strom nimmt  
exponentiell mit der Zeit ab.

$$I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L} \cdot t\right)$$

Eine aperiodische Stromänderung beobachtet man auch beim Fehlen einer Induktivität in Abb.8 :  
Ein Kondensator wird über einen den Strom begrenzenden Widerstand aufgeladen bzw. entladen.

$$I(t) = I_0 \exp\left(-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t\right) = I_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right),$$

wobei  $\tau = RC$  die Zeitkonstante für den Aufladevorgang bzw. für den Entladevorgang ist. Der  
Spannungsverlauf beim Entladevorgang ergibt sich zu:

$$U(t) = U_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$$

## 2. Reihenschwingkreis mit Wechselspannungsquelle

Wird anstelle der Gleichspannungsquelle in Abb. 8 eine Wechselspannungsquelle mit der Span-  
nung

$$U = U_0 \cos(\omega \cdot t)$$

verwendet, so erhalten wir einen Wechselstrom,

$$I = I_0 \cos(\omega \cdot t - \varphi),$$

der allerdings gegenüber der Spannung um den Winkel  $\varphi$  phasenverschoben ist.

Ursache für die Phasenverschiebung sind die Blindwiderstände  $X_L$  und  $X_C$ .

Die Phasenverschiebung ergibt sich zu:

$$\tan \varphi = \frac{X_L - X_C}{R}$$

wobei  $X_L = \omega \cdot L$  der induktive Widerstand und  $X_C = \frac{1}{\omega \cdot C}$  der kapazitive Widerstand ist. Die Pha-  
senverschiebung bewirkt, dass der Gesamtwiderstand der Reihenschaltung sich nicht als Summe  
der Widerstände ergibt, sondern als Scheinwiderstand oder Impedanz

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\omega \cdot L - \frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}.$$

Die Differenz aus induktivem und kapazitivem Widerstand wird als Gesamtblindwiderstand oder  
als Reaktanz bezeichnet, R als Wirkwiderstand oder Resistanz.

Der Scheitelwert des Stromes ergibt sich zu

$$I_0 = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}} = \frac{U_0}{Z} \quad \text{Ohmsches Gesetz für den Wechselstromkreis}$$

und für  $I(t)$

$$I(t) = \frac{U_0}{Z} \cdot \cos(\omega \cdot t - \varphi)$$

Für praktische Belange ist es häufig günstiger, einen Effektivwert des Stromes einzuführen, der über die an einem ohmschen Widerstand umgesetzte Wärmeenergie festgelegt wird. Für einen sinusförmigen Strom erhält man

$$I_{eff} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

Die Wirkleistung in einem Wechselstromkreis ergibt sich zu

$$P = I_{eff} \cdot U_{eff} \cdot \cos \varphi$$

Da reine Blindwiderstände Phasenverschiebungen von  $\varphi = \pm 90^\circ$  hervorrufen, ist die umgesetzte Wirkleistung null. Die elektrische Energie wird im elektrischen oder magnetischen Feld gespeichert, jedoch nicht in andere Energieformen umgewandelt.

Von besonderer Bedeutung in einem Wechselstromkreis ist die Situation, dass  $(X_L - X_C) = 0$  ist. Diesen Zustand bezeichnet man als Resonanz, der bei der Resonanzfrequenz

$$\omega = 2\pi \cdot f = \sqrt{\frac{1}{L \cdot C}}$$

beobachtet wird.

### 3. Parallelschwingkreis mit Wechselspannungsquelle

Für eine Schaltung, in der Ohmscher Widerstand, Spule und Kondensator parallel geschaltet sind, erhält man für den Scheitelwert des Stromes gemäß dem Ohmschen Gesetz

$$I_0 = \frac{U_0}{Z}$$

jedoch mit dem Leitwert (reziproker Wert des Widerstandes )

$$\frac{1}{Z} = \sqrt{\left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L} - \frac{1}{X_C}\right)^2}$$

## 4. Hoch- und Tiefpass

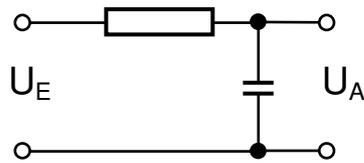


Abb. 9a

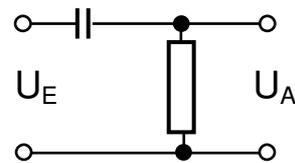


Abb. 9b

Die Schaltungen in Abb. 9a, 9b stellen frequenzabhängige Spannungsteiler dar. Es gilt:

$$U_A = I \cdot X_C = \frac{U_E}{Z} \cdot X_C = \frac{U_E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}} \cdot \frac{1}{\omega \cdot C} = \frac{U_E}{\sqrt{\omega^2 R^2 C^2 + 1}}$$

Solange  $\omega^2 R^2 C^2 \ll 1$  ist (entspricht kleinen Frequenzen), registriert man  $U_A = U_E$ . Mit steigender Frequenz nimmt die Ausgangsspannung stetig ab. Da Signale mit kleinen Frequenzen diese Widerstandskombination ohne Amplitudenverlust passieren, nennt man sie Tiefpass (Abb. 9a).

Vertauscht man Widerstand und Kapazität, so ändert sich das Verhalten des Spannungsteilers

$$U_A = I \cdot R = \frac{U_E}{Z} \cdot R = \frac{U_E}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega \cdot C}\right)^2}} \cdot R = \frac{\omega \cdot R \cdot C}{\sqrt{\omega^2 R^2 C^2 + 1}} \cdot U_E$$

In diesem Fall ist die Ausgangsspannung für kleine Frequenzen sehr klein und erst für die Bedingung  $\omega^2 R^2 C^2 \gg 1$  bleibt die Amplitude konstant und es gilt  $U_A = U_E$ . Signale mit hoher Frequenz können die Schaltung ohne Amplitudenverlust passieren – daher nennt man die Schaltung in Abb. 9b einen Hochpass.

Als Grenzfrequenz  $f_G$  beim Tiefpass bzw. Hochpass definiert man die Frequenz, bei der die Ausgangsspannung gegenüber der Eingangsspannung auf den Bruchteil  $\frac{U_A}{U_E} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$  gesunken ist.

## 5. Transformator

Ein Transformator (Abb.10) kann praktisch verlustfrei eine gegebene Eingangswchselspannung auf eine gewünschte Ausgangsspannung umsetzen. Der Transformator nutzt die Tatsache aus, dass das durch den primären Wechselstrom erzeugte Magnetfeld auch die Sekundärspule durchsetzt und dort eine Spannung induziert.

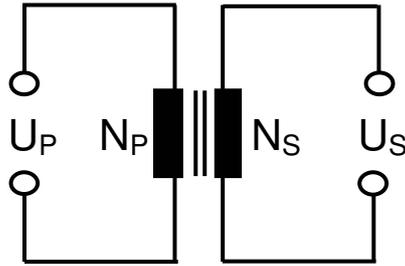


Abb. 10 Prinzipschaltbild eines Transformators

Die an der Primärspule induzierte Spannung ist

$$U_P = N_P \cdot \frac{d\Phi_m}{dt}$$

wobei  $N_P$  die Windungszahl der Primärspule und  $\Phi_m$  der magnetische Fluss ist, der den Eisenkern durchsetzt. Folglich erhält man für die an der Sekundärspule induzierte Spannung

$$U_S = -N_S \cdot \frac{d\Phi_m}{dt}$$

und

$$U_S = -U_P \cdot \frac{N_S}{N_P}$$

Das negative Vorzeichen spiegelt die Phasenverschiebung zwischen Primär- und Sekundärspannung um  $180^\circ = \pi$  wieder. Wird der Sekundärkreis mit einem Widerstand  $R$  belastet, so fließt ein Strom im Sekundärkreis und es gilt:

$$N_P \cdot I_P = -N_S \cdot I_S$$

und für die Leistung

$$U_{P,eff} \cdot I_{P,eff} = U_{S,eff} \cdot I_{S,eff}$$

.

## Kondensator

Ein Kondensator ist ein elektrisches Bauteil, das in der Lage ist, elektrische Ladung zu speichern. Im einfachsten Fall besteht er aus zwei Metallplatten, die einander gegenüber stehen. Schließt man die beiden Platten an eine Spannungsquelle mit der Spannung  $U$  an, dann fließt eine positive Ladung  $Q_+$  auf die mit dem Pluspol verbundene Platte. Von der anderen Platte fließt dagegen eine gleich große Ladung  $Q_-$  in den Minuspol. Insgesamt wird dabei die Ladungsmenge  $Q$  von einer Kondensatorplatte zur anderen verschoben und der Kondensator mit der Ladung  $Q$  geladen. Zwischen den Kondensatorplatten bildet sich ein elektrisches Feld  $E$  der Feldstärke  $E = U/d$  aus. Die auf einem Kondensator gespeicherte Ladung ist proportional zur Plattenfläche  $A$  und zur Spannung  $U$  und umgekehrt proportional zum Plattenabstand  $d$

$$Q = \epsilon \cdot \epsilon_0 \cdot \frac{A}{d} \cdot U \quad ,$$

mit einer Proportionalitätskonstanten  $\epsilon$ , der relativen Dielektrizitätskonstanten sowie der Dielektrizitätskonstanten des Vakuums  $\epsilon_0 = 8,855 \cdot 10^{-12} \text{ As/(Vm)}$ . Zur Abkürzung schreibt man auch

$$Q = C \cdot U$$

und nennt die Konstante  $C$  die Kapazität des Kondensators mit der Einheit  $[C] = 1 \text{ Farad (F)} =$

$1 \text{ As/V} = 1 \text{ C/V}$ . In dieser Einheit ist die Kapazität von Kondensatoren in technischen Anwendungen oder Zellmembranen sehr klein. Daher sind Angaben der Kapazität in  $\mu\text{F}$ ,  $\text{nF}$ ,  $\text{pF}$  üblich.

### Entladevorgang am Kondensator

Lade- und Entladevorgänge von Kondensatoren finden nie instantan statt, da die Ladeströme (Entladeströme) stets über (Leitungs) Widerstände fließen. Der Entladevorgang soll anhand von Abb. 8 ohne Spule beschrieben werden. Der Kondensator der Kapazität  $C$ , der auf eine Spannung  $U_0$  aufgeladen ist, sei zunächst ( $t < 0$ ) durch den offenen Schalter  $S$  abgetrennt. Die auf ihm gespeicherte Ladung  $Q_0$  kann daher nicht abfließen. Zum Zeitpunkt  $t = 0$  werde der Schalter  $S$  geschlossen. Es kann nun ein Entladestrom  $I$  fließen, der von der Zeit abhängt. Die Kirchhoffschen Regeln gelten zu jedem Zeitpunkt. Nach der Maschenregel ist die Summe der Spannungen gleich null,

$$U_C(t) + U_R(t) = 0$$

mit der Bestimmungsgleichung der Kapazität  $Q = C U_C$  und dem Ohmschen Gesetz  $U_R = R I$  erhält man

$$\frac{Q(t)}{C} + R \cdot I(t) = 0$$

Der Strom durch den Widerstand entlädt den Kondensator und führt in einer kurzen Zeitspanne  $\Delta t$  zu einer Ladungsänderung  $\Delta Q = I \Delta t$  am Kondensator. Damit erhält man die Differentialgleichung

$$\frac{Q(t)}{C} + R \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} = 0 \quad \text{bzw.} \quad Q(t) + RC \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta t} = Q(t) + RC \cdot \dot{Q}(t) = 0$$

$$\text{mit der Lösung} \quad Q(t) = Q_0 \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

Daraus folgt, dass die Ladung und damit auch die Spannung  $U = Q/C$  exponentiell mit der Zeit abklingen. Das Produkt  $RC$  nennt man Zeitkonstante  $\tau = RC$  des Abklingvorganges. Innerhalb der Zeitkonstante fällt die Anfangsspannung auf einen Wert von  $1/e \approx 37\%$  des Anfangswertes.