

Fragen an die Thermodynamik

- **Wesen der Wärmelehre**
 - Was ist Wärme
 - Was ist Temperatur
 - Wie kann man Temperaturen messen?
- **Thermische Eigenschaften von Stoffen**
 - Wie verhalten sich Körper bei Wärmezufuhr
 - Wieviel Wärme kann ein Stoff aufnehmen
- **Phasenumwandlungen**
 - Was ist eine Phase
 - Wodurch wird ein Phasenübergang charakterisiert
- **Hauptsätze der Wärmelehre**
 - Welche Energieumwandlungen sind möglich
 - In welcher Richtung verlaufen Prozesse
 - Wie verhält sich Materie am absoluten Nullpunkt
- **Wärmetransport**
 - Wodurch wird Wärmetransport verursacht
 - Auf welche Art kann Wärmeenergie transportiert werden
- **Diffusion und Osmose**
 - Welche Ursachen führen zu Teilchentransport
 - Welche Größen beeinflussen den Transport

Experimente:

- Ausdehnung fester, flüssiger und gasförmiger Körper bei Erwärmung
- Bimetallthermometer
- Thermoelement (Sensor für Temperaturmessung)
- Boyle-Mariotte
- Kalorimeter: 2 Körper gleicher Masse aus Messing und Aluminium mit derselben Temperatur werden in Alkohol abgekühlt, jeweils Messen der Mischungstemperatur

3 Wärmelehre

3.1 Grundbegriffe

3.1.1 Temperatur: Temperatur als eine den Zustand der Materie kennzeichnende Größe; Skalen: absolute Temperatur, Celsius-Temperatur, Umrechnung zwischen Temperaturwerten dieser Skalen (s.a. 1.1.2)

3.1.2 Temperaturmessung: Ausdehnungsthermometer (Flüssigkeitsthermometer, Bimetallanordnung); Thermoelement, Aufbau, Schaltung und Funktionsweise (Grundzüge); Widerstandsthermometrie mit Metall oder Halbleiter-Fühlern (Grundzüge)

3.1.3 Wärme: Wärme als Form der Energie

3.2 Thermische Eigenschaften der Materie

3.2.1 Thermische Dehnung: Lineare Darstellung für Längen- und Volumenausdehnung

3.2.2 Materialeigenschaften: Temperaturabhängigkeit (qualitativ) von: Dichte (auch Anomalie des Wassers), Viskosität (s.a. 2.5.3), elektrischem Widerstand von Metallen, Halbleitern und wässrigen Elektrolyten (s.a. 4.4.1, 4.4.2, 4.4.3)

3.2.3 Ideale Gase: Allgemeine thermische Zustandsgleichung; Spezialfälle: Boyle-Mariotte'sches Gesetz (Anwendung insbesondere bei Druckgaszylinder und bei der Druckerniedrigung in geschlossenen Gefäßen, Bedeutung des Produktes Druck mal Volumen); Gay-Lussac'sche Gesetze; Isotherme, Isobare, Isochore (Adiabate s. 3.3.4)

3.2.4 Reale Gase: Abweichung vom Modell des idealen Gases, Begründung (qualitativ)

3.3 Wärme und Wärmekapazität der Materie; Thermodynamik (s.a. Chem 1.9)

3.3.1 Wärmekapazität: Wärmekapazitäten, spezifische Wärmekapazität; molare Wärmekapazität C_{mp} und C_{mv} , Bedeutung der Differenz ($C_{mp} - C_{mv}$), Wert für ideale Gase

3.3.2 Messung von Wärme: Kalorimetrische Bestimmung; Messung der spezifischen Wärmekapazität

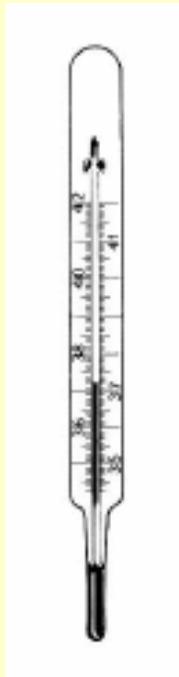
3.3.3 1 . Hauptsatz: Inhalt (quantitativ) sowie Bedeutung als Form des Energieerhaltungssatzes; Begriff der inneren Energie als Zustandsfunktion; Anwendung auf ideale Gase: Allgemeine (kalorische) Zustandsgleichung

3.3.4 Adiabatischer Prozess: Grundzüge; unterschiedliches Verhalten idealer Gase bei einfachen adiabatischen und isothermen Prozessen

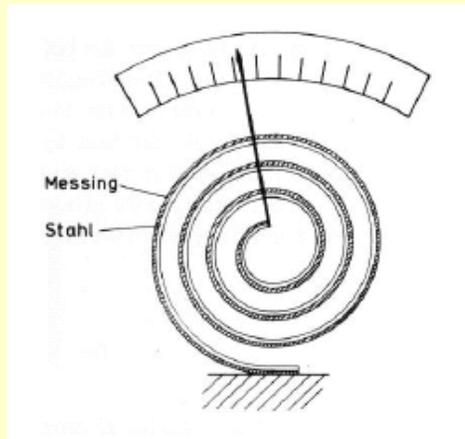
Temperaturmessung

Prinzip: Messung von Stoffeigenschaften, die sich mit der Temperatur ändern.

Beispiel 1: Länge bzw. Volumen von Körpern



1a) Flüssigkeitsthermometer



1b) Bimetallthermometer

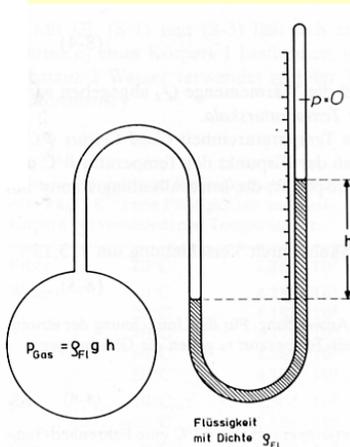
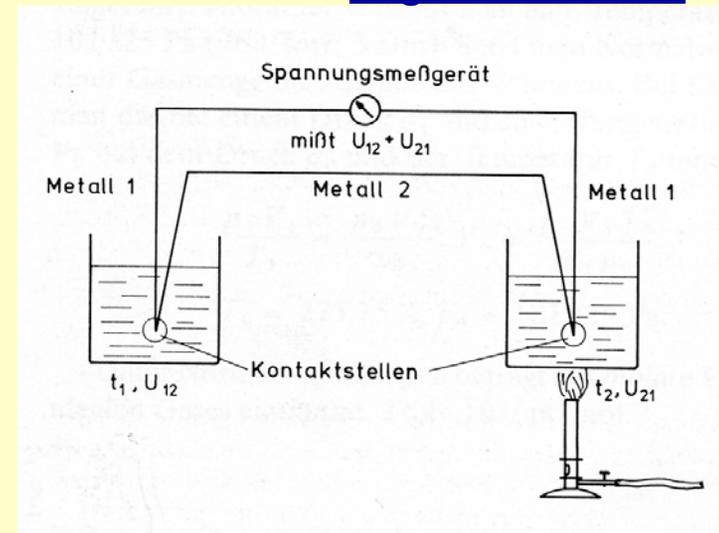


Abb. 8.1 Gasthermometer.

1c) Gas-thermometer

Beispiel 2: Elektrische Eigenschaften



2a) Thermoelement

2b) Widerstandsthermometer

Beispiel 3: Wärmestrahlung (Plancksches Strahlungsgesetz)

Temperaturskalen

Celsius: 100 Teile zwischen Gefrier- und Siedepunkt von Wasser bei Normaldruck (1013 hPa),

Fahrenheit: 100 Teile

zwischen 37.7°C und -17.8°C

$$t^{\circ}\text{F} = 9/5 t^{\circ}\text{C} + 32$$

In der Physik am sinnvollsten:

Absolute thermodynamische Temperaturskala in Kelvin:

273.16 Teile zwischen dem absoluten Nullpunkt

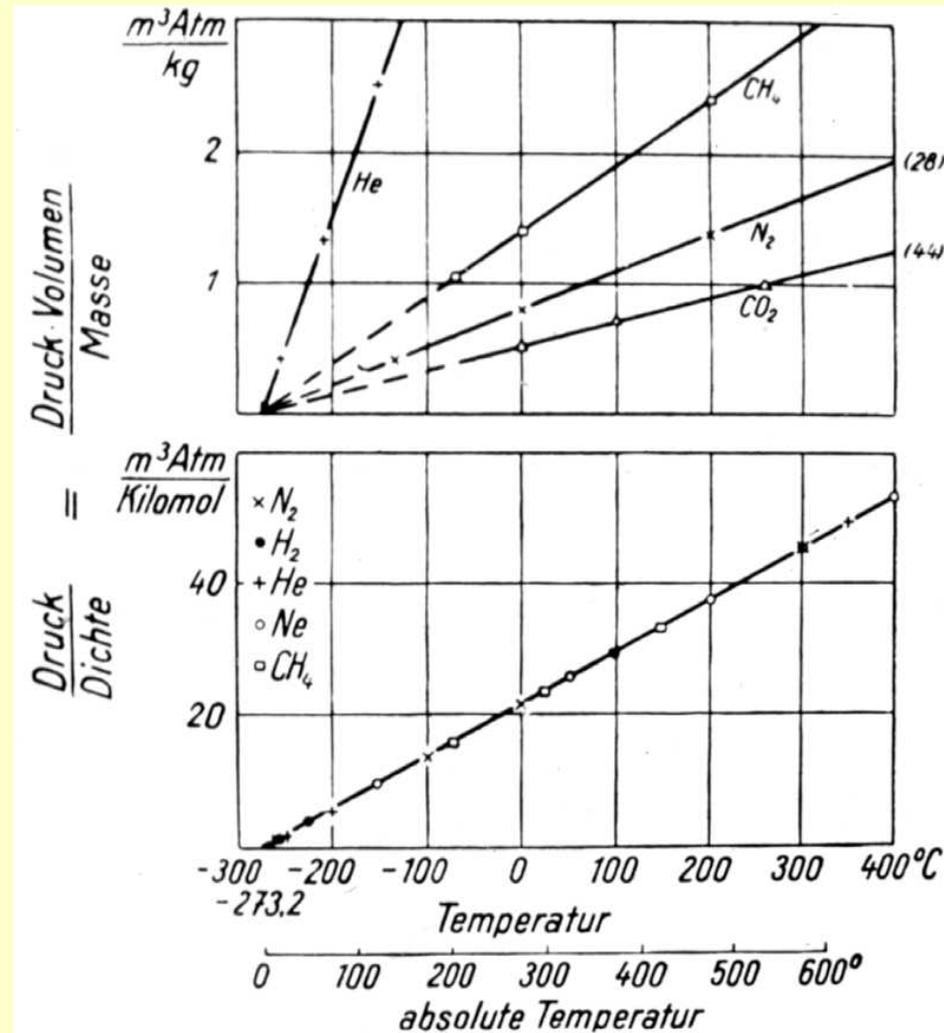
(bei -273.15°C) und

dem Tripelpunkt des Wassers

(Bem.: $p_T = 613 \text{ Pa}$)

Einheit $[T] = \text{K}$

(Bei anderen Temp.-Skalen werden üblicherweise andere Symbole verwendet, z.B. t oder θ .)



Thermische Ausdehnung

Festkörper: $l(T) = l_0(1 + \alpha(T - T_0))$ Längenausdehnung
 $V(T) = V_0(1 + \gamma(T - T_0))$ Volumenausdehnung

$$\gamma \approx 3\alpha$$

l_0, V_0 : Länge, Volumen bei $T_0 = 273,15 \text{ K}$
(d.h. 0 °C)

Einheit: $1/\text{K}$

Stoff	α in 10^{-6}K^{-1}	Dentalmaterial	α in 10^{-6}K^{-1}
Aluminium	22.8	Amalgam	25.0
Kupfer	16.8	Zahnschmelze	11.4
Thüringer Glas	8.5	Silikatzement	7.6
Quartzglas	0.5	Porzellan	4.1

Flüssigkeiten: wie Festkörper

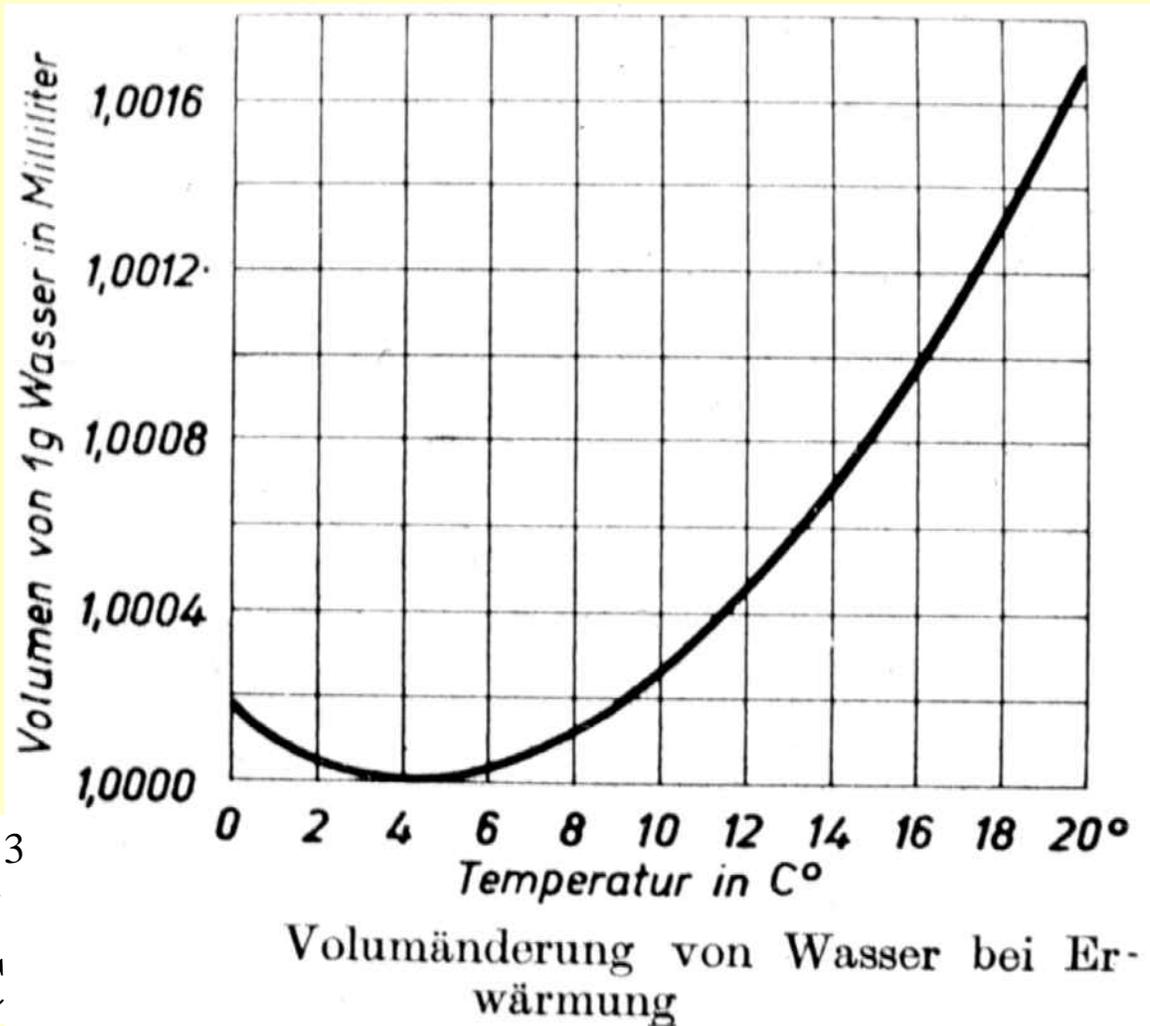
$$\rho(T) = \frac{\rho_0}{1 + \gamma t}$$

d.h. Temperaturangabe
in Celsius

Im Allg. Dichteabnahme mit steigender Temperatur

Ausnahme: Anomalie des Wasser

Dichteanomalie des Wassers



$$\rho_{\max} = 1000 \text{ kg/m}^3$$

bei 4°C

Eis hat geringere Dichte als Wasser
(nahe dem Gefrierpunkt).



Eis schwimmt auf Wasser.

Gay-Lussac und Boyle-Mariotte

Für **isobare Zustandsänderungen** (d.h. bei konstantem Druck) findet man für Gase das (1.) **Gay-Lussacsche Gesetz**:

$$V(t) = V_0(1 + \gamma t)$$

$$\gamma = 1/273.15 \text{ K}^{-1}$$

d.h.

$$\frac{V(T)}{V_0} = \frac{T}{T_0}$$

Analog für **isochore Zustandsänderungen** ($V = \text{const.}$) das (2.) **Gay-Lussacsche Gesetz**:

$$p(t) = p_0(1 + \gamma t)$$

$$\gamma = 1/273.15 \text{ K}^{-1}$$

d.h.

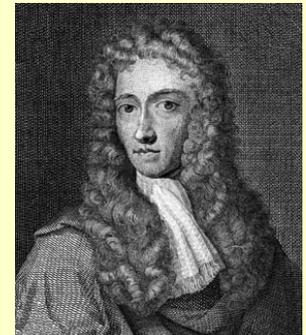
$$\frac{p(T)}{p_0} = \frac{T}{T_0}$$

Für **isotherme Zustandsänderungen** (d.h. bei konstanter Temperatur) das **Boyle-Mariottesches Gesetz**:

$$p \cdot V = \text{const.}$$



Gay-Lussac
1778-1850



Boyle
1627-1691

Zusammengefasst ergibt sich die

Zustandsgleichung idealer Gase:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

p : Druck (Pa)

V : Volumen (m³)

n : Stoffmenge (mol)

R : Gaskonstante=8.314 J/ (mol K)

T : **absolute** Temperatur (K)

Die Gesetze von Gay-Lussac und Boyle-Mariotte sind darin enthalten!

Dalton'sches Gesetz: In einer Mischung aus idealen Gasen übt jedes den anteiligen Druck (Partialdruck p_i) aus, der auftreten würde, wenn es allein anwesend wäre.

(Die Gase beeinflussen sich gegenseitig nicht.)

$$p = \sum_i p_i$$

Norm(al)bedingungen

Norm(al)temperatur

$$T_0 = 273,15 \text{ K}$$

Norm(al)druck

$$p_0 = 1013,22 \text{ hPa}$$

Für ein ideales Gas ergibt sich unter diesen Bedingungen ein molares Volumen von

$$V_{m,0} \approx 22,4 \text{ dm}^3/\text{mol}$$

(STPD = Standard Temperature and Pressure, Dry)

Physiologisch wichtig:

BTPS = Body Temperature and Pressure, Saturated:

$$310,15 \text{ K}$$

$$1013,22 \text{ hPa} = 760 \text{ Torr}$$

wassergesättigt

(Bem.: Der Wasserdampfdruck bei 37 °C ist 47,06 Torr.)

- Ideale Gase:**
- kein Eigenvolumen
 - keine Wechselwirkung untereinander (außer elastischen Stößen)

Für reale Gase gilt die **van-der-Waals-Gleichung** für $n = 1$ mol:

$$\left(p + \frac{a}{V^2} \right) \cdot (V - b) = RT$$

Eigenvolumen : b

Kohäsionsdruck: a/V^2

a und b sind Materialkonstanten des betrachteten Gases.

Allg. bei Stoffmenge n :

$$\left(p + \frac{a \cdot n^2}{V^2} \right) \cdot (V - n \cdot b) = n \cdot R \cdot T$$

bzw. bei Verwendung
des „molaren Volumens“ V/n :

$$\left(p + \frac{a}{(V/n)^2} \right) \cdot [(V/n) - b] = R \cdot T$$

Geplante Experimente:

- Kalorimeter, Richmannsche Mischungsregel
- Phasenumwandlungen
 - Umwandlungswärme des Eisens (Ausdehnung bei Abkühlung bei einer bestimmten Temperatur)
 - Curie-Temperatur des Eisens
 - Supraleitung (Keramik wird diamagnetisch bei Unterschreiten der Sprungtemperatur)
- Verdunstungswärme (Verdunsten von Alkohol)
- Lösungswärme (Lösen von Ammoniumnitrat in Wasser)
- Sieden unter vermindertem Druck und Modell eines Geysirs
- Heißluftmotor
- Dampfmaschine
- Wärmeleitung (Drahtnetz und Bunsenbrenner)
- Modell einer Davylampe
- Wärmeströmung (Modell einer Schwerkraftheizung)
- Wärmeleitung von Luft und Erdgas
- Diffusion von Erdgas durch einen Tonzylinder

Wärmekapazität

$$Q = C \cdot \Delta T$$
$$= m \cdot c \cdot \Delta T$$

$$\Delta T = T_2 - T_1$$

Q: Wärmemenge

C: Wärmekapazität

c: spezifische Wärmekapazität

Festkörper	c in kJ/(kg K)	Flüssigkeiten	c in kJ/(kg K)
Fett	1.95	Wasser	4.1
Glas	0.8	Äthanol	2.43
Stahl	0.4	Äther	2.2
Gold	0.23	Olivenöl	1.97
Blei	0.13	Benzol	1.74
		Quecksilber	0.14

Alt: 1 cal ist die Energie, die man benötigt, um 1g Wasser von 14.5°C auf 15.5°C zu erwärmen:

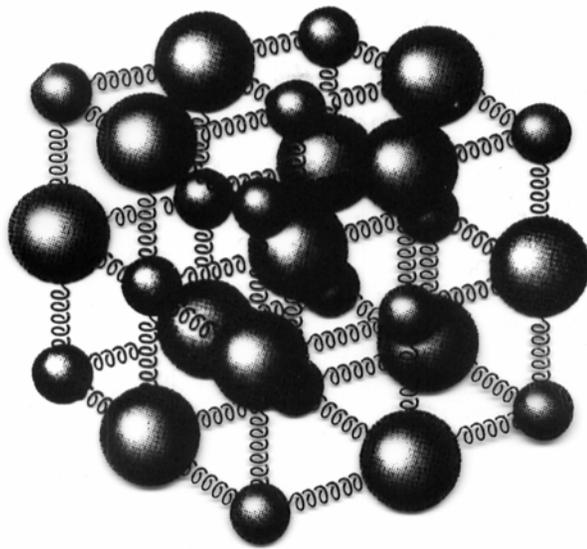
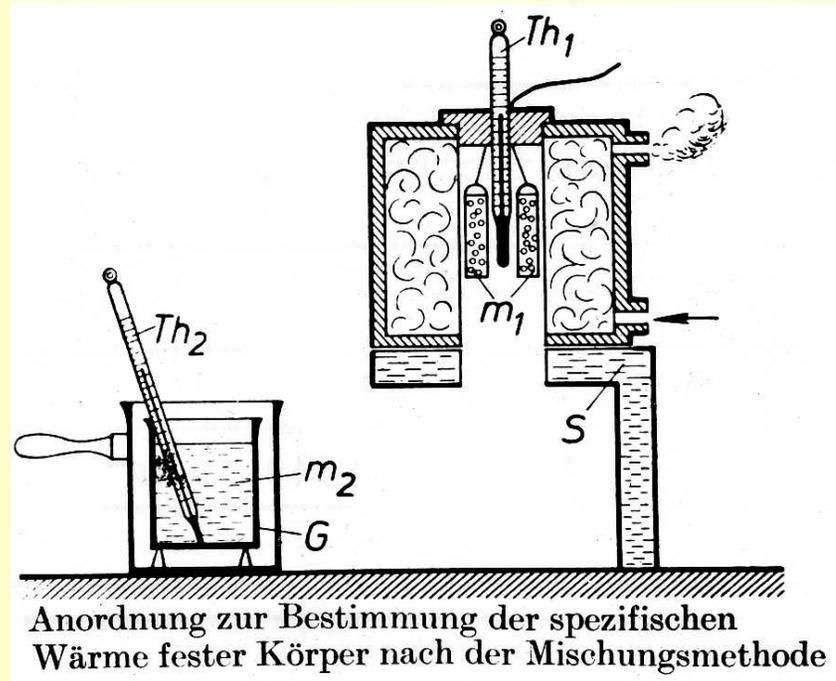
$$1 \text{ cal} = 4,186 \text{ J}$$

Mischungskalorimeter

Richmannsche Mischungsregel:

$$c_1 = c_2 \frac{m_2(T_m - T_2)}{m_1(T_1 - T_m)}$$

T_m : Mischungstemperatur



Modell eines Festkörpers, bei dem die Atome untereinander mit Federn verbunden sind, die die Kräfte zwischen den Atomen symbolisieren.

Wärmeenergie wird in **Festkörpern** als Schwingungen der Atome gespeichert!

Dulong-Petit-Regel:

Molare Wärmekapazität meist um:

$$C_m = c \cdot M \approx 25 \text{ J/mol K}$$

M : Molmasse in kg/mol

Spezifische Wärmekapazität von Gasen

c_p : Spezifische Wärmekapazität bei konstantem **Druck**

c_v : Spezifische Wärmekapazität bei konstantem **Volumen**

$$\kappa = \frac{c_p}{c_v} > 1 \quad \text{hängt vom Aufbau der Gasmoleküle ab!}$$

Atomigkeit	κ	Gas	c_p in J/(kg K)	c_v in J/(kg K)
1	5/3	He	5.23	3.21
		Ar	0.523	0.317
2	7/5	O ₂	0.917	0.657
		N ₂	1.038	0.741
3	8/6	CO ₂	0.837	0.647

Phasen und Phasenübergänge

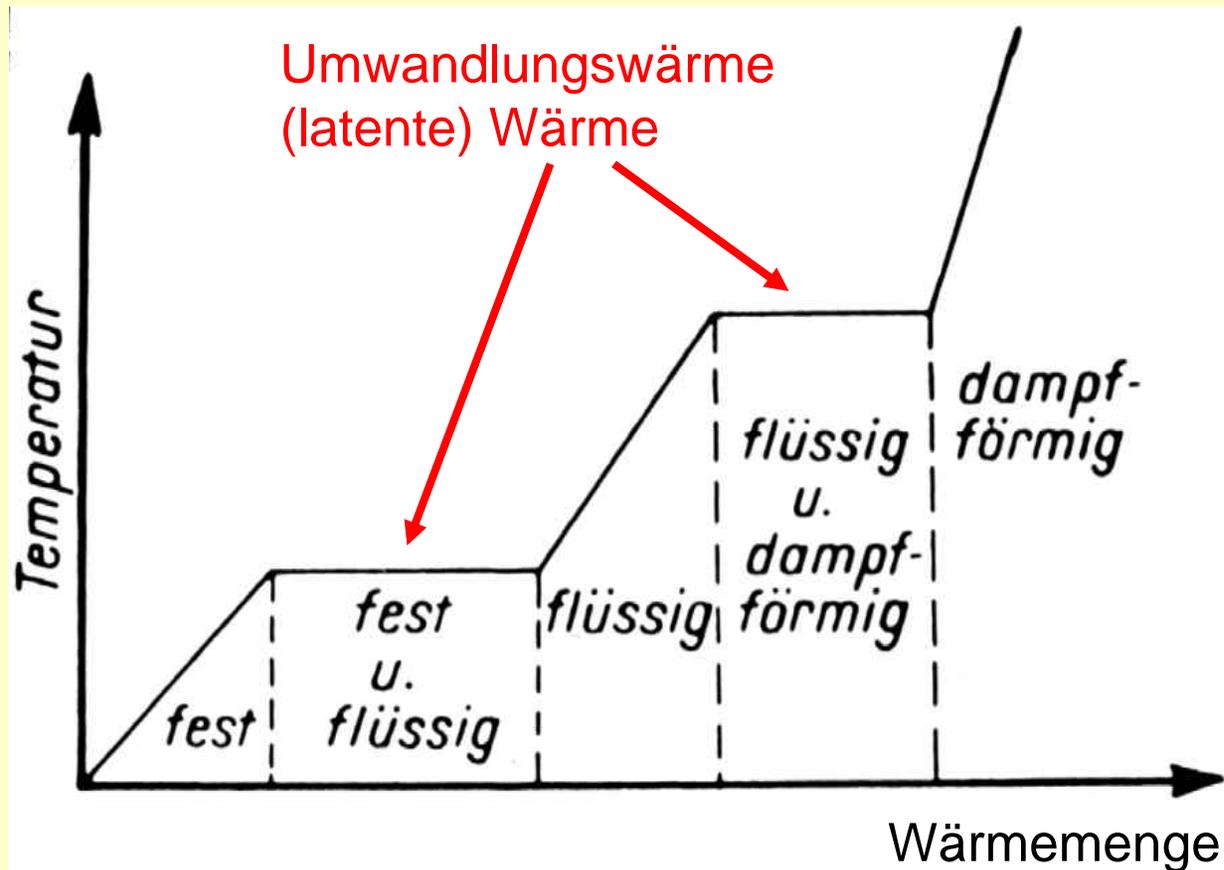
Phase: räumlich begrenztes, physikalisch homogenes System

Es können mehrere feste bzw. flüssige Phasen nebeneinander existieren, jedoch wegen der Mischbarkeit nur eine gasförmige

Phasenübergänge 1. Art: sind mit einer sprunghaften Änderung der Entropie und der Volumina verbunden, d.h. der Übergang ist mit einer Umwandlungswärme verknüpft
(Aggregatzustandsänderungen, Änderungen der kristallinen Struktur...)

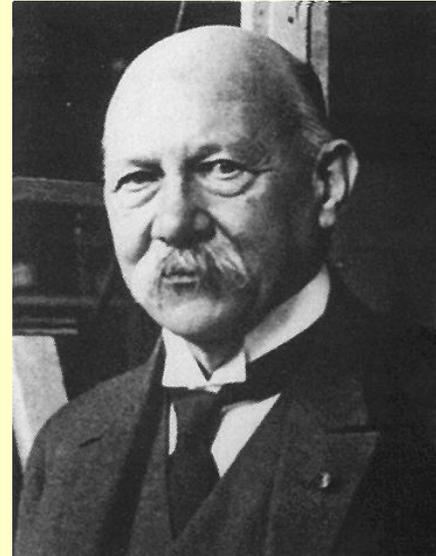
Phasenübergänge 2. Art: sind mit einer sprunghaften Änderung der Molwärme verbunden, jedoch nicht mit einer Umwandlungswärme
(Übergang Ferro-Paramagnetismus, Normal-Supraleitung)

latente Wärme

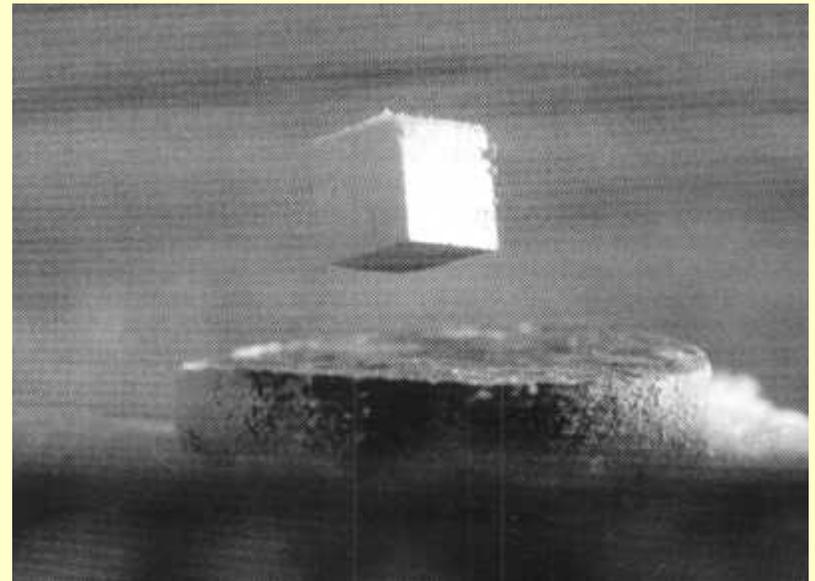
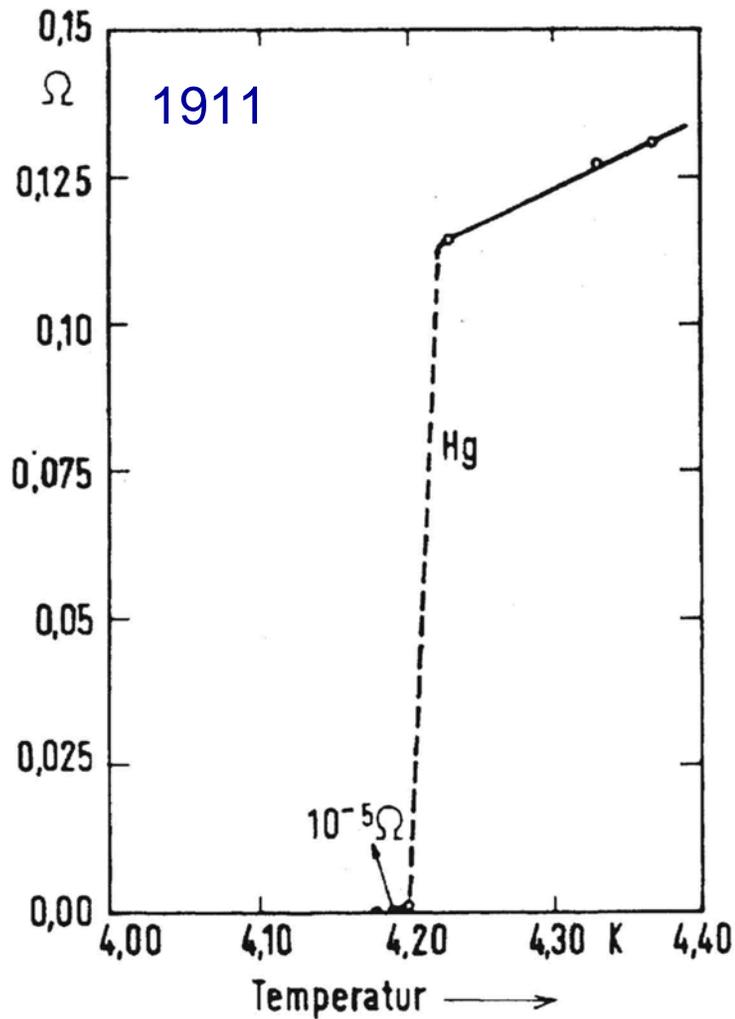


Schematischer Verlauf der Temperatur bei Änderung des Aggregatzustandes

Supraleitung



Heike
Kamerlingh
Onnes



Dampfdruckkurve

Clausius-Clapeyron- Beziehung

$$\frac{dp}{dT} = \frac{n \cdot Q_m}{T(V_D - V_F)}$$

n : Stoffmenge

Q_m : molare Umwandlungswärme

T : Temperatur

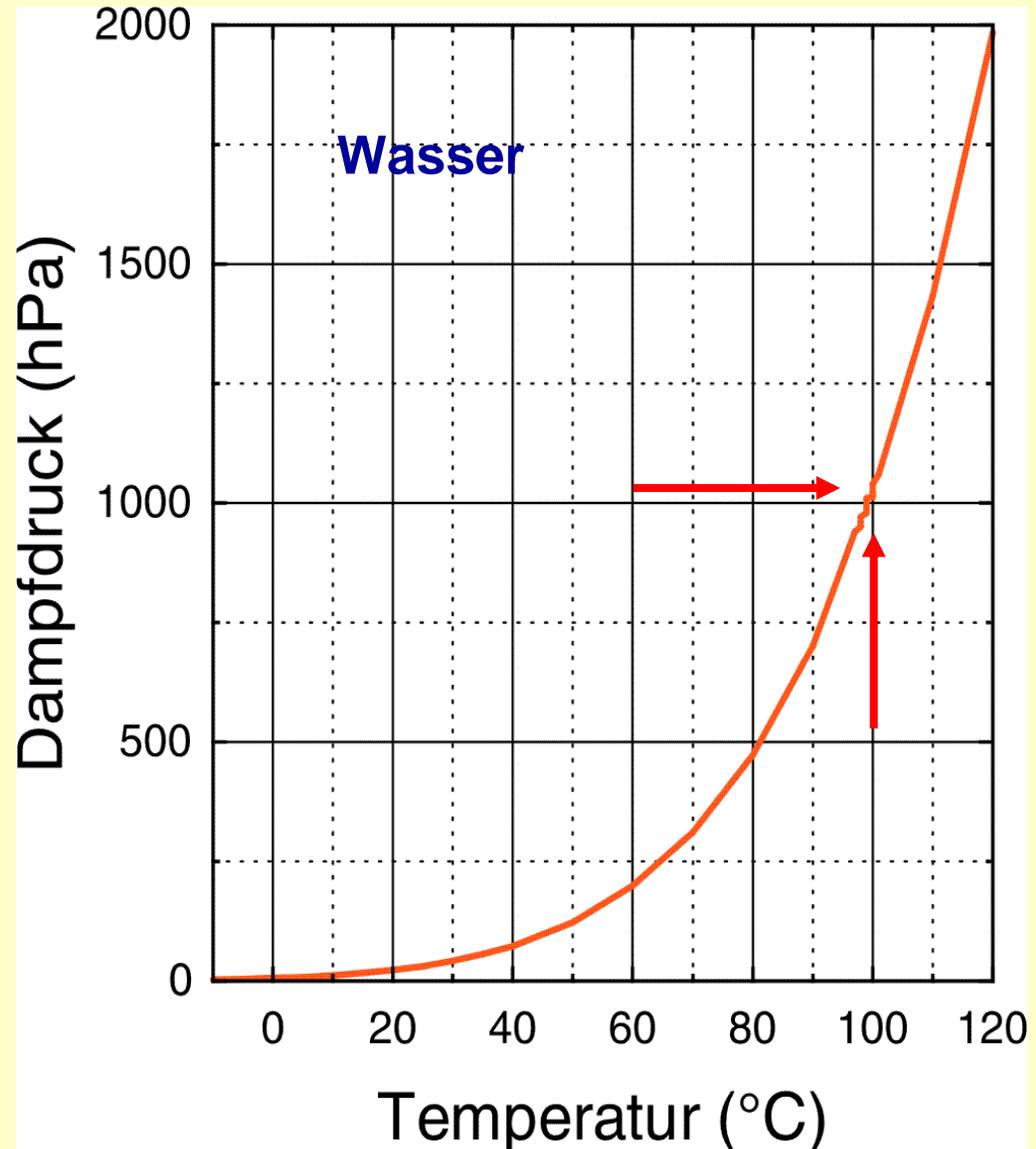
V_D, V_F : Molvolumen Dampf
bzw. Flüssigkeit

Sieden:

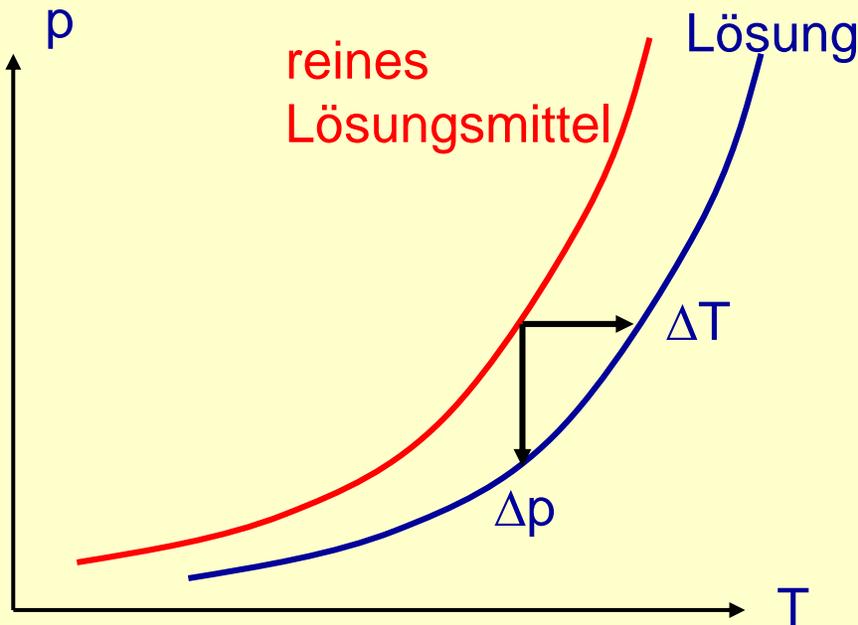
Dampfdruck = äußerer Luftdruck

Verdunsten:

Energie aus Energievorrat der
Flüssigkeit (Verdunstungskälte)



Raoult'sches Gesetz



Dampfdruckerniedrigung
bei Lösungen:

$$\frac{\Delta p}{p_0} = -\frac{n_1}{n_0 + n_1} \approx -\frac{n_1}{n_0}$$

$$n_1 \ll n_0$$

n_1 : Stoffmenge d. gelösten Stoffs
 n_0 : Stoffmenge d. Lösungsmittels

Siedepunktserhöhung:

$$\Delta T_S = 0.513\text{K} \cdot \frac{c}{\text{mol/l}}$$

(für Wasser)

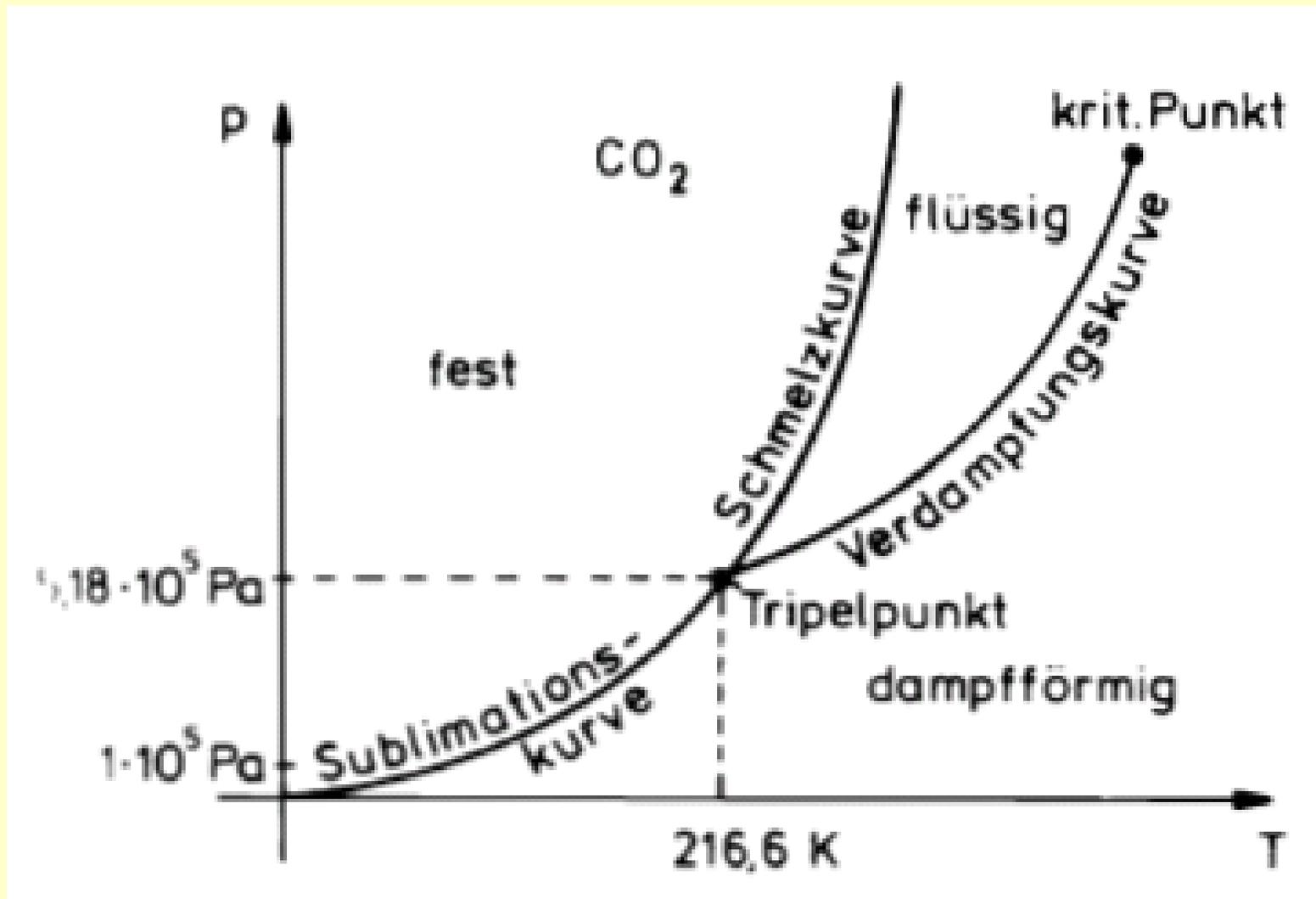
Gefrierpunktserniedrigung:

$$\Delta T_E = 1.86\text{K} \cdot \frac{c}{\text{mol/l}}$$

(für Wasser)

c : Konzentration des gelösten Stoffs
in mol pro Liter des Lösungsmittels

Phasenumwandlungen



Für Wasser

Tripelpunkt

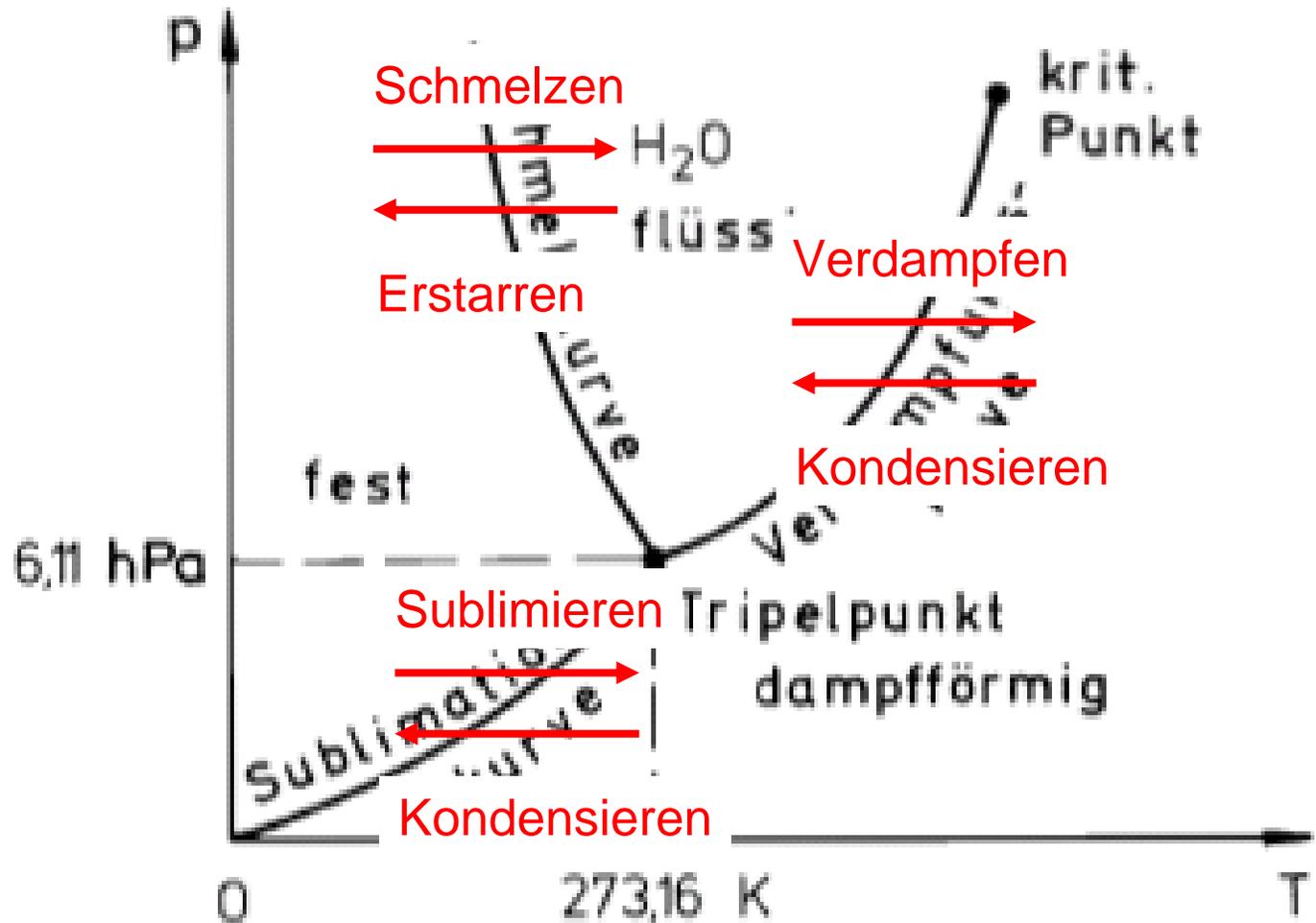
$T = 273.16 \text{ K}$

$p = 613.2 \text{ Pa}$

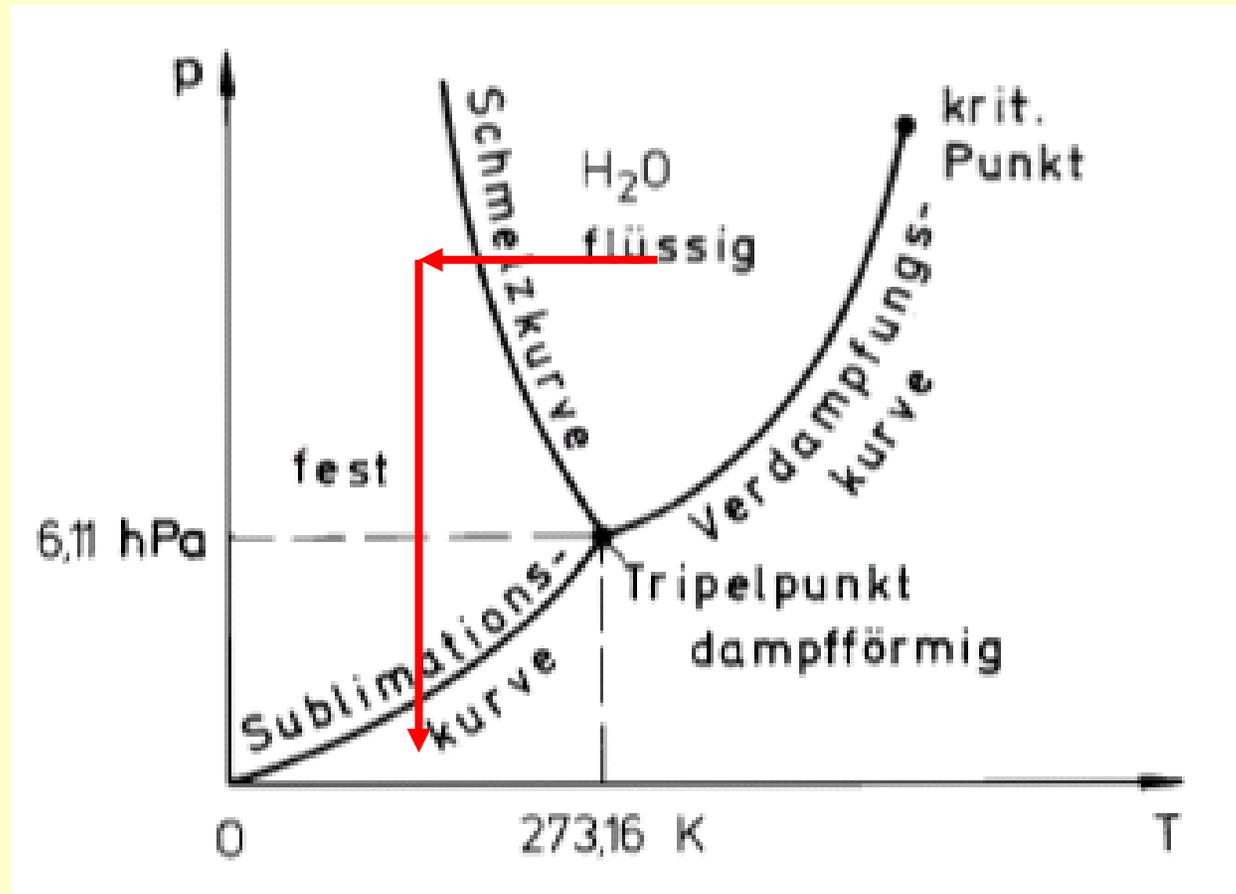
Kritischer Punkt

$T = 647.3 \text{ K}$

$p = 22.14 \text{ MPa}$



Gefriertrocknen

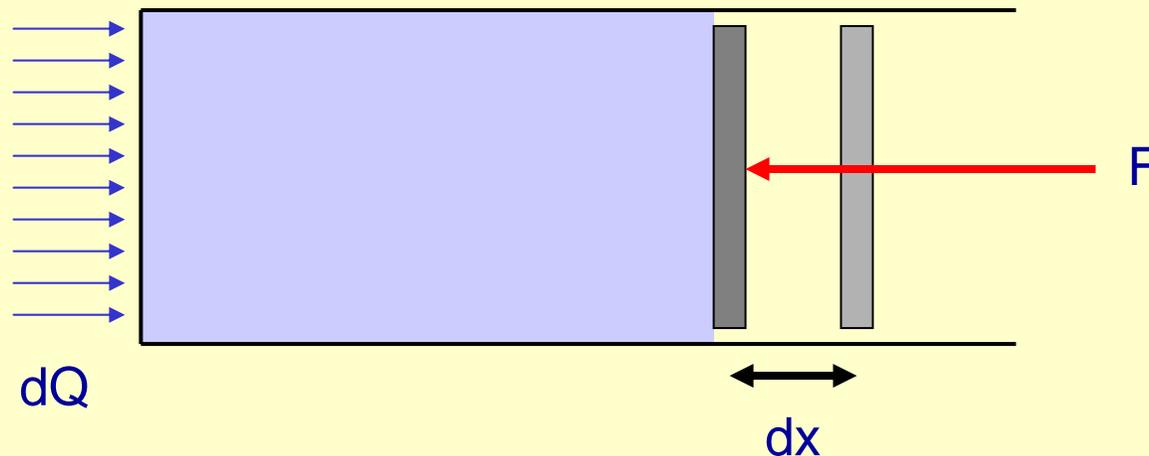


1. schnelles Einfrieren
2. Verdampfen durch Druckerniedrigung

Erster Hauptsatz der Wärmelehre

1. Hauptsatz: $dU = dQ + dA = dQ - p dV$

Innere Energie U : gesamte gespeicherte Energie der Mikroteilchen, also kinetische, potentielle, magnetische, elektrische ... Energie



Es gibt kein perpetuum mobile 1. Art

Energiesatz

Kreisprozesse

Oft im pV -(Zustands-)Diagramm (aber auch andere Variablen möglich)

Spezielle Kurven:

Isotherme: T konstant

Isobare: p konstant

Isochore: V konstant

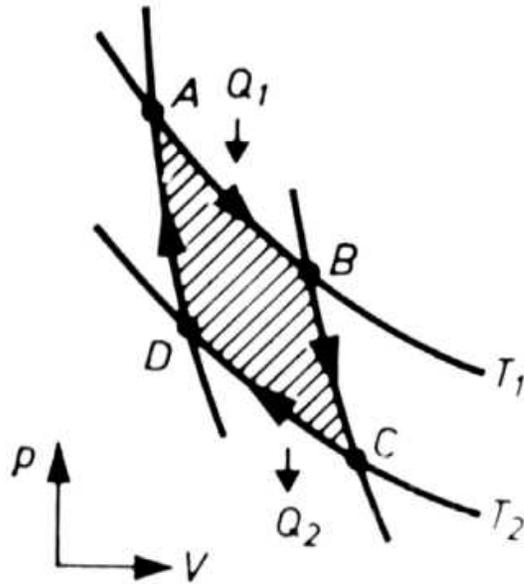
Adiabate: Q konstant

Beispiel: **Stirling-Maschine** mit **Isothermen** und **Isochoren**.

Eingeschlossene **Fläche** entspricht der vom System abgegeben (Uhrzeigersinn) bzw. am System geleisteten **Arbeit**.

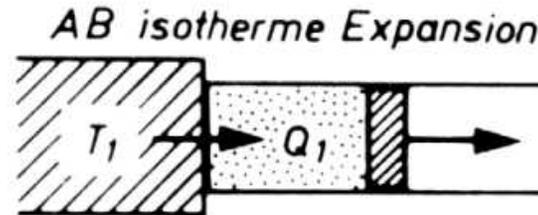
Fragestellung aus der Dampfmaschinen-Zeit (aber immer noch aktuell):
Wie kann die Arbeit von Wärmekraftmaschinen optimiert werden?

Carnotscher Kreisprozeß

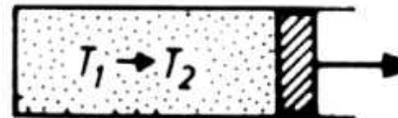


Der Carnot-Prozeß

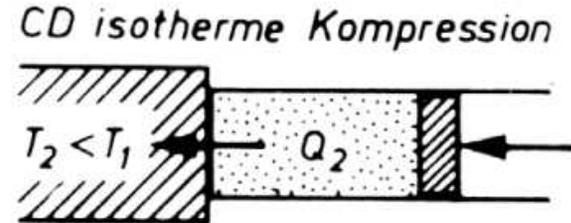
Maschine leistet Arbeit



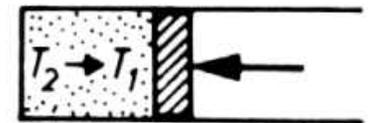
BC adiabatische Expansion



Arbeit wird an Maschine geleistet



DA adiabatische Kompression



$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T$$

T konstant: **Isothermischer** Prozeß

$$p \cdot V^\kappa = \text{const.}$$

Q konstant (kein Wärmeaustausch mit der Umgebung): **Adiabatischer** Prozeß

Wärmekraftmaschine

Carnotprozeß
im Uhrzeigersinn:
Wärme wird entzogen,
Arbeit wird geleistet
Wärmekraftmaschine
z.B. Verbrennungsmotor

$$\eta_{rev} = \frac{\Delta W}{\Delta Q} = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{T_{hoch} - T_{tief}}{T_{hoch}} < 1$$

Wirkungsgrad des Carnot-Prozeß
höchst-möglicher Wirkungsgrad
beliebiger Wärmekraftmaschine!

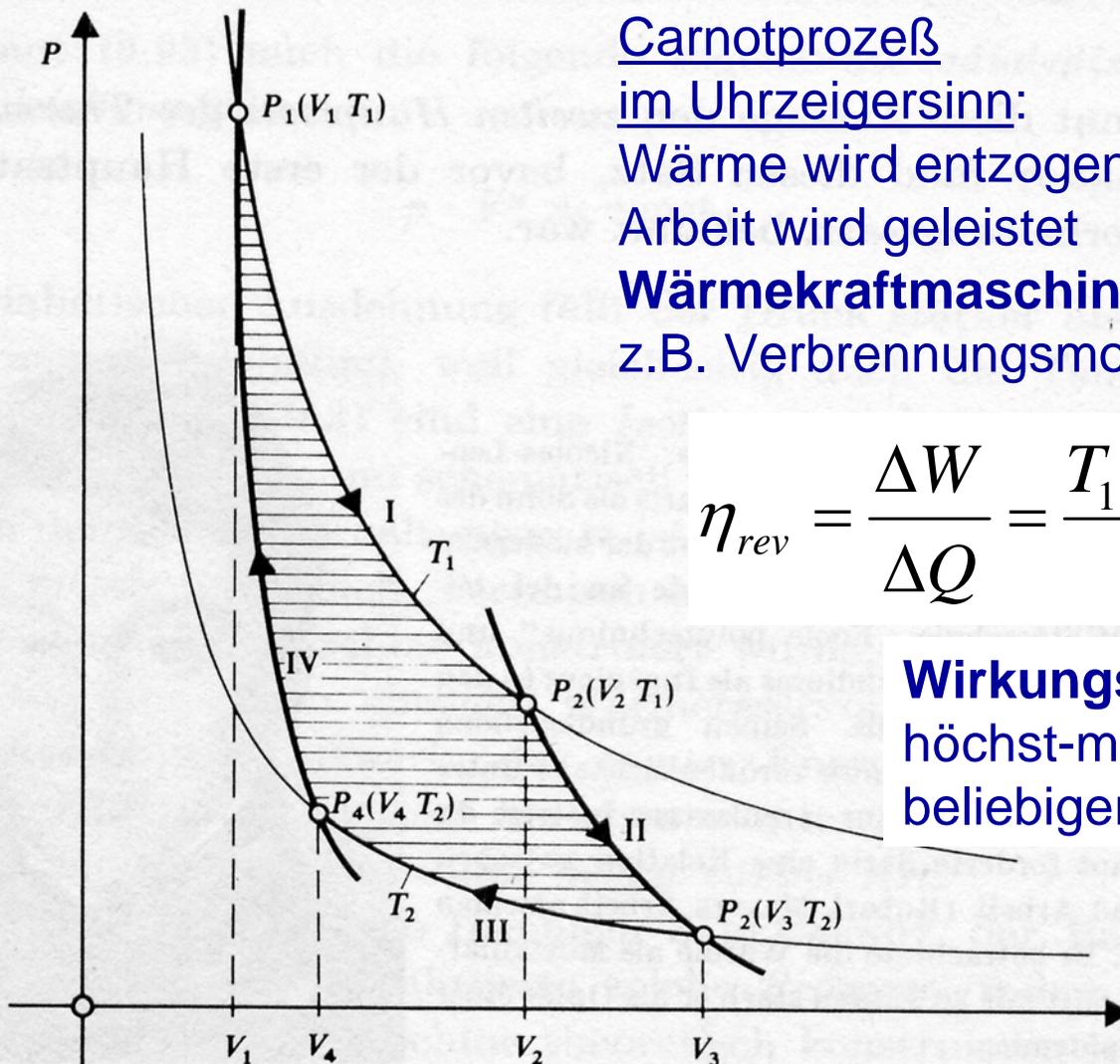


Abb. 9.32 Darstellung des Carnot-Kreisprozesses im (V—p)-Diagramm

Kältemaschine und Wärmepumpe

Carnotprozeß gegen den Uhrzeigersinn:

Arbeit wird geleistet, um dem heißen System weitere Wärme zuzuführen:

Wärmepumpe (Kraftwärmemaschine):

$$\eta_{\text{Wärmepumpe}} = \frac{\text{bei } T_{\text{hoch}} \text{ abgegebene Wärme}}{\text{dazu zugeführte Arbeit}} \\ = \frac{\Delta Q}{\Delta W} = \frac{T_{\text{hoch}}}{T_{\text{hoch}} - T_{\text{tief}}} = \frac{1}{\eta_{\text{rev}}} > 1$$

bzw. um ein System abzukühlen: **Kältemaschine** z.B. Kühlschrank

„Kühlfaktor“

$$\eta_{\text{Kältemaschine}} = \frac{\text{bei } T_{\text{tief}} \text{ aufgenommene Wärme}}{\text{dazu zugeführte Arbeit}} = \frac{\Delta Q}{\Delta W} = \frac{T_{\text{tief}}}{T_{\text{hoch}} - T_{\text{tief}}}$$

Vorsicht! Hier wird der Wirkungsgrad jeweils anders definiert als beim üblichen Carnot-Prozess!

Hauptsätze der Wärmelehre

2. Hauptsatz:

Es gibt keine periodisch arbeitende Maschine, die nichts anderes bewirkt als die Erzeugung mechanischer Arbeit unter Abkühlung eines Wärmereservoirs (*perpetuum mobile 2. Art*)

Quantitativ beschrieben mit weiterer Zustandsgröße:

Entropie $dS = \frac{dQ}{T}$ „reduzierte Wärme“

In einem abgeschlossenen System bleibt bei reversiblen Zustandsänderungen die Entropie konstant: $\Delta S=0$, bei irreversiblen Änderungen wächst die Entropie stets an: $\Delta S>0$

3. Hauptsatz:

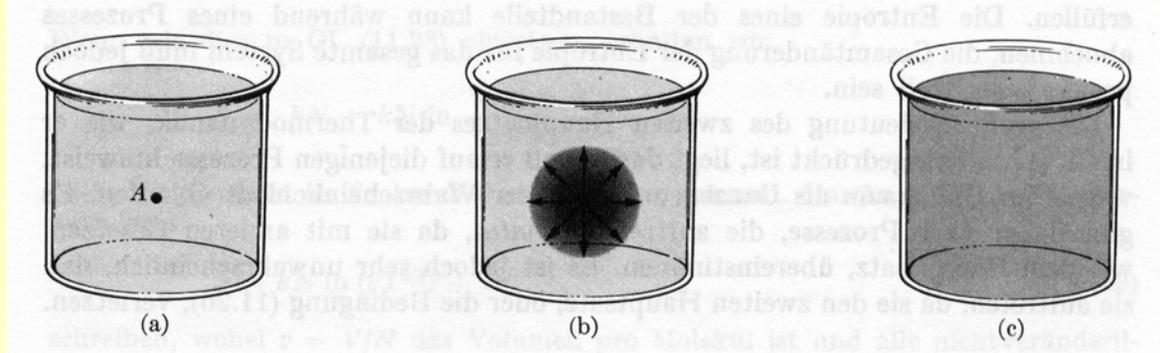
Der absolute Nullpunkt kann nicht erreicht werden.

$$\lim_{T \rightarrow 0} S = \lim_{T \rightarrow 0} c = 0$$

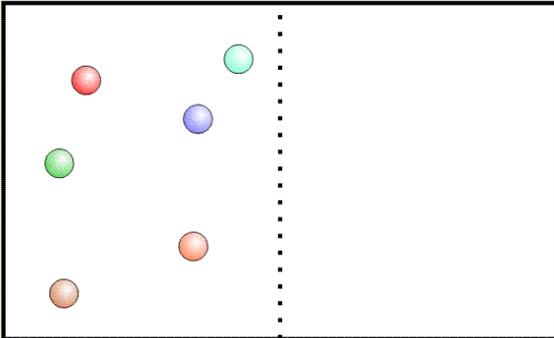
Entropie und Wahrscheinlichkeit

In einem abgeschlossenen System streben alle thermodynamischen Prozesse einem Maximum an Entropie zu!

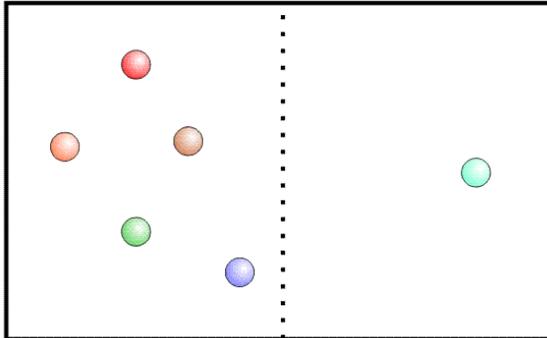
Ordnung \rightarrow Unordnung,
Abbau von
Strukturen



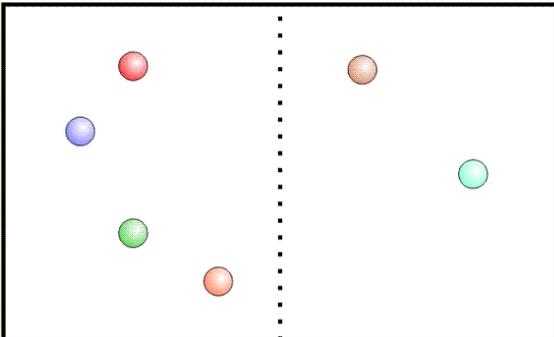
Zahl der mögl. Zustände: 1



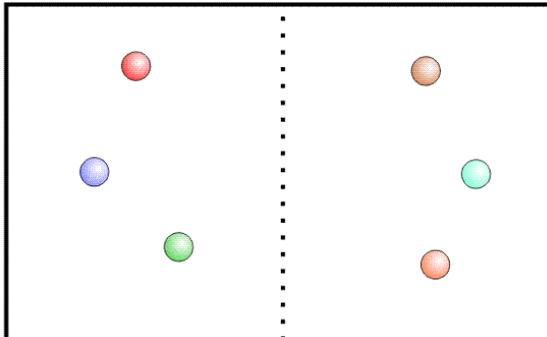
Zahl der mögl. Zustände: 6



Zahl der mögl. Zustände: 15



Zahl der mögl. Zustände: 20



Beispiel: Diffusion von
Tinte in Wasser

$$S = k \cdot \ln W$$

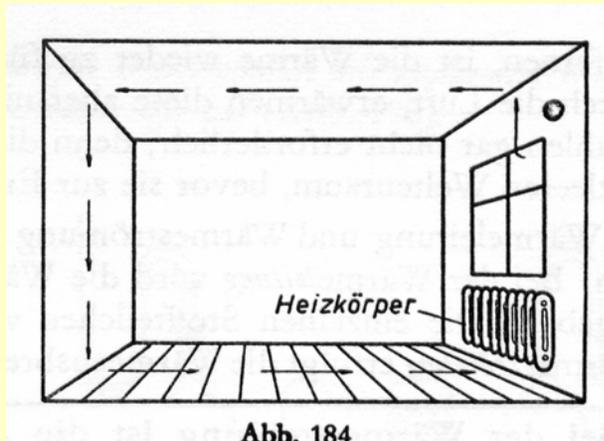
W: Zahl der möglichen
Zustände des Systems

Hier insgesamt $2^6 = 64$ Zustände:
6 Teilchen jeweils rechts oder links;
 $64 = 1 + 6 + 15 + 20 + 15 + 6 + 1$

Wärmetransport 1: Konvektion

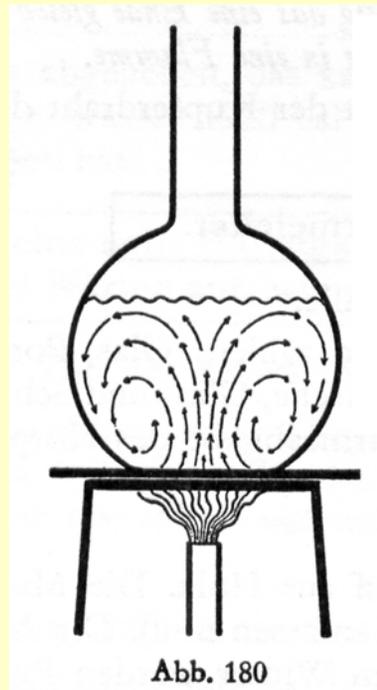
1. Konvektion
2. Wärmeleitung
3. Wärmestrahlung

Konvektion: Stoff, der Wärmemenge Q aufgenommen hat, wird makroskopisch transportiert



Schutz vor Auskühlung durch Konvektion:

- Kleidung
- Taucheranzug



Strukturbildung:
Konvektionszellen
(Bénard-Zellen)
z.B. Öl auf Herd

Wärmetransport 2: Wärmeleitung

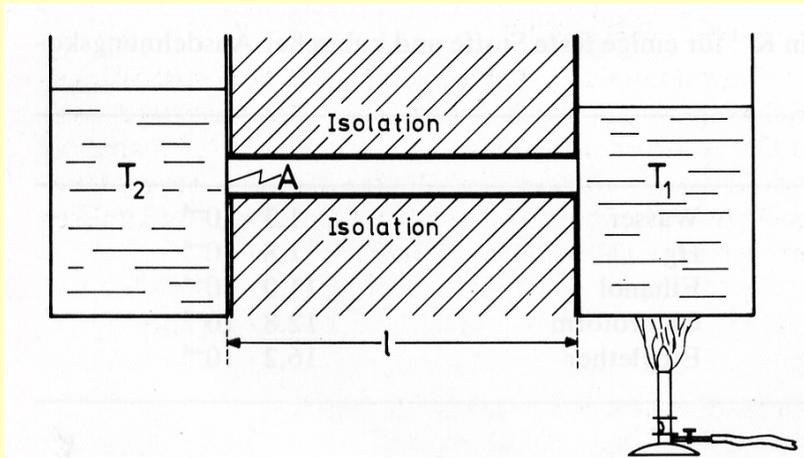
1. Konvektion
2. **Wärmeleitung**
3. Wärmestrahlung

Wärmeleitung: Wärmetransport innerhalb der Materie

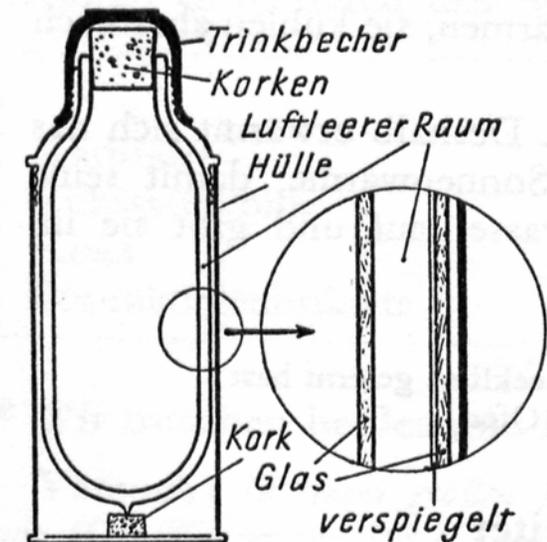
Wärmestrom Φ

$$\Phi = \frac{dQ}{dt} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{dT}{dx} = -\lambda \cdot A \cdot \frac{\Delta T}{l}$$

λ : Wärmeleitfähigkeit ΔT : Temperaturdifferenz
 A : Querschnittsfläche l : Länge der Verbindung



Zur Isolation:



Dewar-Gefäß, „Thermos-Kanne“

Wärmetransport 3: Wärmestrahlung

1. Konvektion
2. Wärmeleitung
3. **Wärmestrahlung**

1844-1906

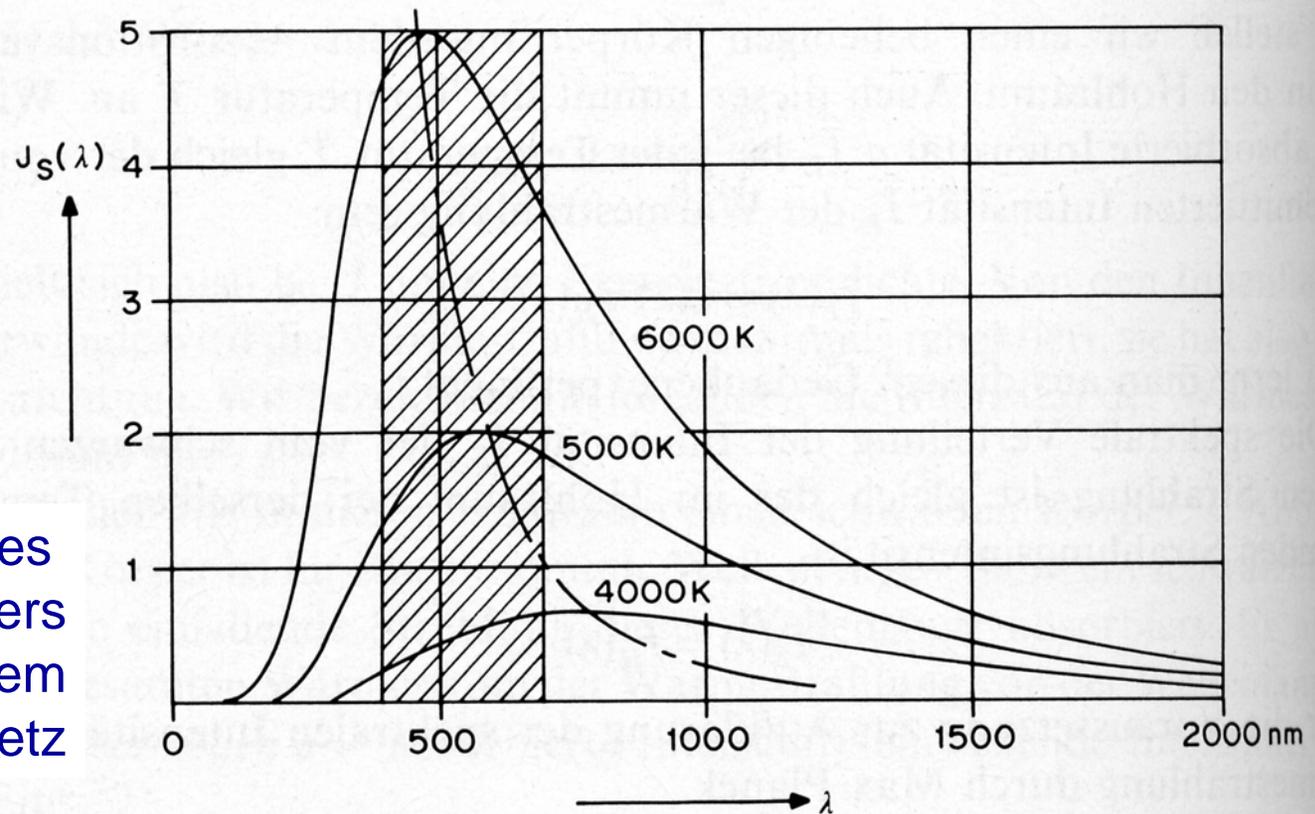


Stefan-Boltzmann-Strahlungsgesetz

$$P = \sigma \cdot T^4$$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

Strahlung eines schwarzen Körpers folgt Planckschem Strahlungsgesetz



Mikro- vs. Makroskopische Betrachtung

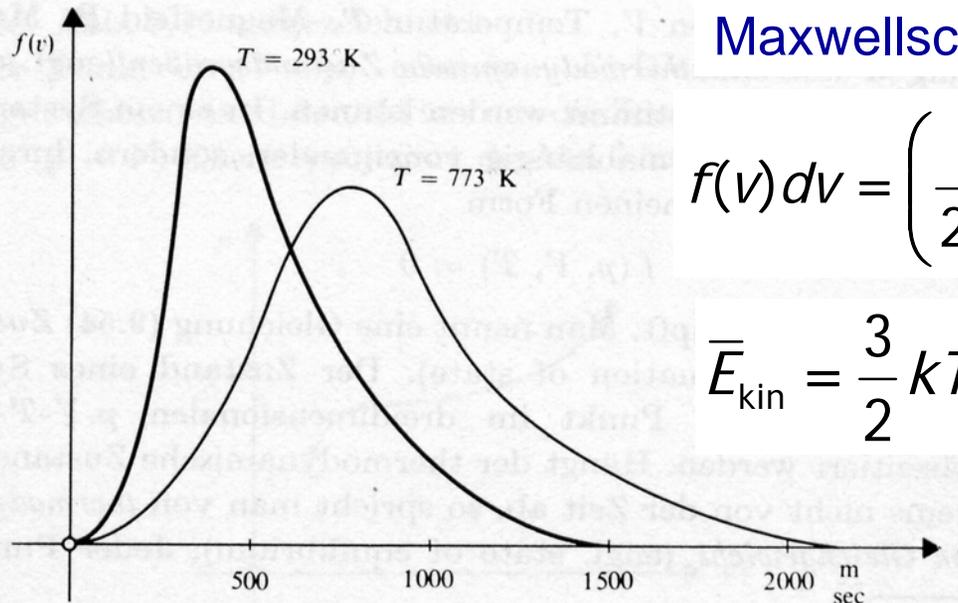
Wärme ist eine Energieform
Temperatur charakterisiert den Wärmeszustand

Makroskopisch

Wärme ist die Summe der kinetischen Energien der Mikroteilchen im System

Mikroskopisch

Temperatur ist proportional zum Mittelwert der kinetischen Energie der Mikroteilchen im System



Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung

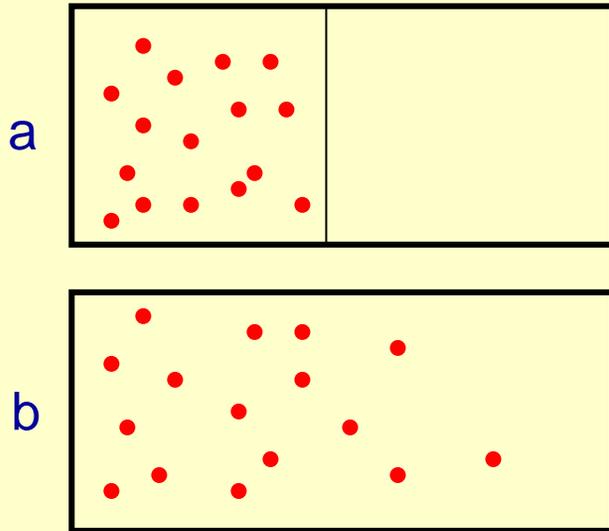
$$f(v) dv = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} 4\pi v^2 \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} \right)$$

$$\bar{E}_{\text{kin}} = \frac{3}{2} kT$$

mittlere kinetische Energie

Abb. 9.14 Geschwindigkeitsverteilung von Stickstoffmolekülen

Diffusion



$$S_a < S_b \Rightarrow \Delta S > 0$$

Konzentrations-
gradient dn/dx

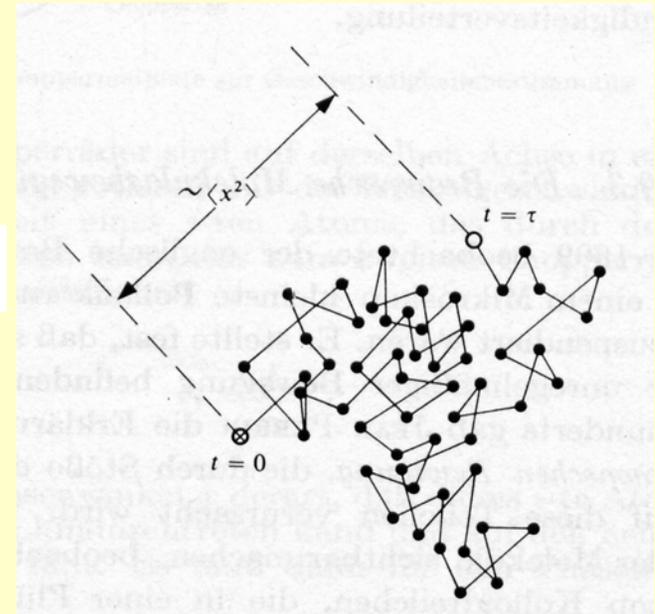


Teilchen-
strom I

$$I = -D \cdot A \cdot \frac{dn}{dx}$$

Ficksche Gesetze

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \frac{\partial^2 n}{\partial x^2}$$

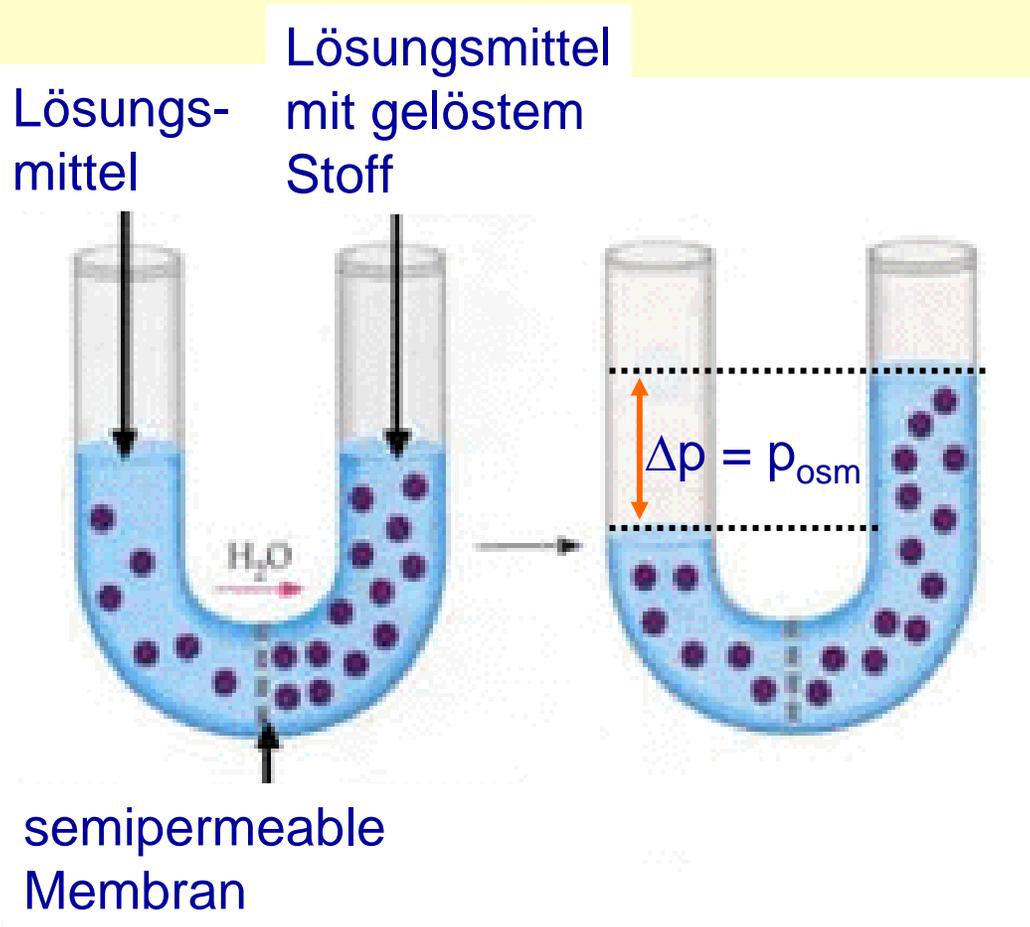


Brownsche Molekularbewegung

D Diffusionskoeffizient

$$D_{\text{Gas}} > D_{\text{Flü}} > D_{\text{Fest}}$$

Osmose



Gesetz von van't Hoff

$$p_{osm} V = n \cdot R \cdot T$$

osmotischer Druck
(formal wie ideales Gas)

Beispiel: Menschliches Blut

$$p_{osm} = 7,5 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

Isotonische (physiologische) Kochsalzlösung hat ca. 0,9 % NaCl.
darunter: hypotonisch, darüber: hypertonisch

Kinetische Gastheorie

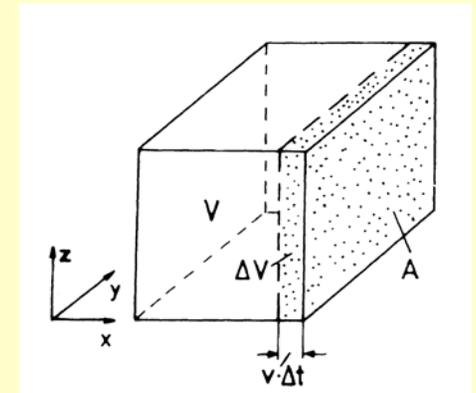
Mikroskopische Erklärung makroskopischer Phänomene

Beispiel **Druck**

$$p = \frac{F}{A} = \frac{\Delta p}{A \Delta t}$$

Impulsübertrag pro Zeit, der auf die Fläche auftreffenden Atome/Moleküle

Idealisierung: je ein 1/6 der Teilchen fliegt in Richtung einer Fläche des Würfels mit einheitlicher Geschwindigkeit v



Impulsübertrag pro Stoß

$$\Delta p = 2 \cdot |\vec{p}| = 2 \cdot m \cdot v$$

Das zu betrachtende Volumen

$$\Delta V = A \cdot v \cdot \Delta t$$

Flugstrecke in der Zeit Δt

Von den insg. N Teilchen wirken mit

$$\Delta N = \frac{N}{6} \frac{\Delta V}{V}$$

Damit ergibt sich für die Kraft

$$F = \Delta N \cdot \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{1}{3} \frac{N}{V} \cdot m \cdot \overline{v^2} \cdot A$$

quadrat.
Mittelung

Maxwell-Verteilung

Und für den **Druck**

$$p = \frac{1}{3} \frac{N}{V} \cdot m \cdot \overline{v^2} = \frac{1}{3} \rho_N \cdot m \cdot \overline{v^2}$$

$$p = \frac{2}{3} \rho_N \cdot \overline{E_{kin}}$$

Teilchendichte

Kinetische Energie
pro Teilchen

für ein Molvolumen
ergibt sich weiter

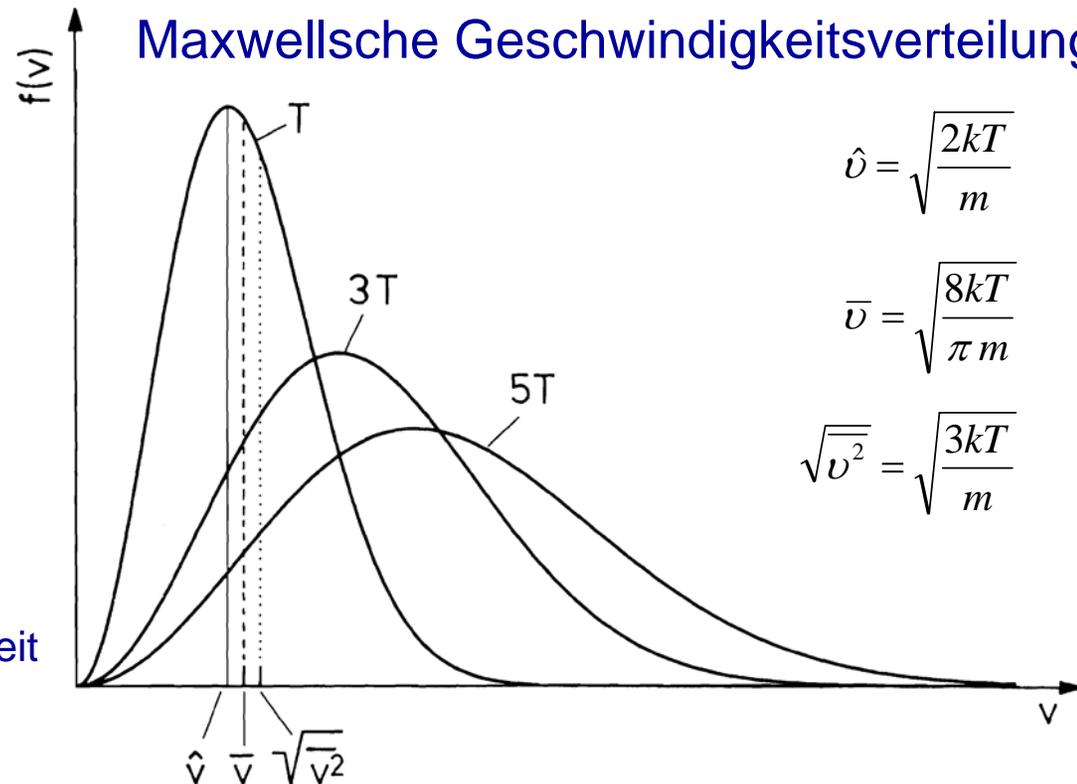
$$p \cdot V_m = \frac{2}{3} N_A \cdot \overline{E_{kin}} = R \cdot T$$

also
$$\overline{E_{kin}} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} \cdot T = \frac{3}{2} kT$$

Unterscheide
Wahrscheinlichste, mittlere und
mittlere quadratische Geschwindigkeit

$$\hat{v} < \bar{v} < \sqrt{\overline{v^2}}$$

Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung



Maxwell- aus Boltzmannverteilung

Es war gerade $\overline{E_{kin}} = \frac{3}{2} \frac{R}{N_A} \cdot T = \frac{3}{2} kT$ mittlere kinetische Energie in allen drei Raumrichtungen

Die Koordinaten sind gleichberechtigt und es gilt daher für die x-, die y- und z-Richtung jeweils

$$\overline{E_{kin,x}} = \overline{E_{kin,y}} = \overline{E_{kin,z}} = \frac{1}{2} kT$$

Für jede einzelne Richtung gibt es eine Boltzmannverteilung der Wahrscheinlichkeitsverteilung

$$p(E_{kin,x}) \propto e^{-\frac{E_{kin,x}}{E_{kin,x}}} = e^{-\frac{E_{kin,x}}{2kT}}$$

bzw. für die Geschwindigkeitskomponenten

$$p(v_x) \propto e^{-\frac{\frac{m}{2}v_x^2}{2kT}}$$

Für jede Richtung allein betrachtet findet man die höchste Wahrscheinlichkeit bei $v_i = 0$

Bei Betrachtung aller Richtung erhält man aber die

Maxwell-Boltzmann-Verteilung: $p(v) \propto v^2 e^{-\frac{m}{2}v^2 / 2kT}$ mit $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$