Einführung

1 Allgemeines

2 Mechanik

3 Wärmelehre

4 Elektrizität und Magnetismus

5 Optik

6 Schwingungen und Wellen

7 Atomistische Struktur der Materie

(8 Grundlagen der Arzneiformenlehre)

6 Schwingungen und Wellen

6.1 Allgemeines über Schwingungen

6.1.1 Darstellung: Darstellung harmonischer Schwingungsvorgänge (quantitativ, s.a. 2.1.4)

6.1.2 Schwingungsenergie: Periodischer Wechsel zwischen verschiedenen Energieformen am Beispiel Federpendel und elektrischer Schwingkreis (s.a. 2.3.2 und 4.7.4)

6.1.3 Schwingungsfähige Systeme: Eigenfrequenz von elektrischem Schwingkreis (s.a. 4.7.4) und Federpendel (s.a. 2.3.2), Resonanz schwingungsfähiger Systeme

6.1.4 Gedämpfte Schwingungen: Schematische Darstellung einfacher Einschwing- und Abklingvorgänge

Nov. 2007 - Experimente

Geplante Experimente:

– Schwingungen
  - Auslenkung eines Federpendels in Abhängigkeit von der Zeit (Diagramms-Darstellung mit Hilfe des Computers) bei geringer und starker Dämpfung
  - ungedämpfte Schwingung eines mathematischen Pendels (Ausgleich der Dämpfung durch elektronische Schaltung)
  - erzwungene Schwingungen
  - Schwebung mit Luftsäulen
  - gekoppelte Pendel

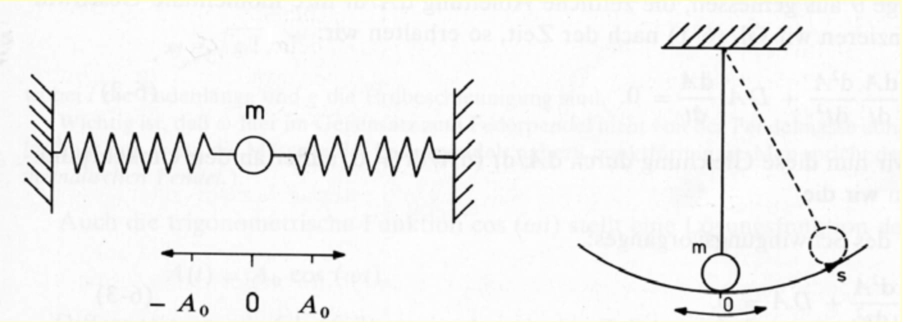
– Wellen
  - Wellenmodelle (Transversal- und Longitudinalwellen)
  - Versuche mit der Wellenwanne
  - Dopplereffekt von Schallwellen
  - stehende Seilwellen

Periodische Vorgänge

Nicht-periodische Vorgänge:
Einmalig (z.B. Aufprall) oder wiederholt aber unregelmäßig (statistische Verteilung, z.B. Prasseln von Hagelkörnern, radioaktiver Zerfall)

Periodische Vorgänge
wiederholen sich nach einem Zeitintervall *T* immer wieder
(z.B. Herzschlag, tropfender Wasserhahn)

Harmonische Vorgänge:
Spezialfall der periodischen Vorgänge. Darstellung durch Sinus- bzw. Cosinus-Funktion
(z.B: Saitenschwingung, Pendel)



Federpendel Fadenpendel

Schwingungen: Periodische Vorgänge in einer Variablen, der Zeit
Wellen: Ausbreitung von Schwingungsvorgängen im Raum;
dabei im Allg. Energietransport, aber kein Materietransport!

Freie Schwingung

Impulsänderung = Reibungskraft + rücktreibende Kraft

$$m\frac{d^2s}{dt^2} = -\gamma\frac{ds}{dt} - ks$$

$$m\frac{d^2s}{dt^2} + \gamma\frac{ds}{dt} + m\omega_0^2 s = 0$$

Homogene Differentialgleichung

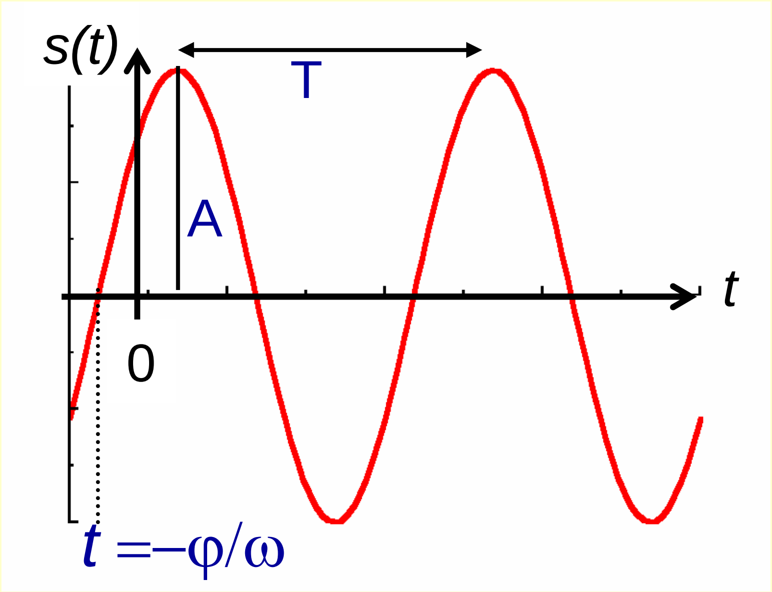
Lösung
ohne Reibung ($\gamma = 0$):

$$s(t) = A\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\omega_0 = \sqrt{k/m}$$

$$\omega_0^2 = \frac{k}{m}, \quad \nu_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$



Charakterisiert durch: Amplitude, (Kreis-)Frequenz/Periode, (Anfangs)Phase

Alternative Lösungsschreibweisen

Es war: $s(t) = A\sin(\omega_0 t + \varphi) = A\sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi\right)$

anders geschrieben: $= A\cos(\omega_0 t + \varphi - \pi/2) = A\cos(\omega_0 t + \varphi')$

oder auch: $= A_s \sin(\omega_0 t) + A_c \cos(\omega_0 t)$

wobei $A = \sqrt{A_s^2 + A_c^2}$

Zur Bedeutung der Amplitude *A*:

Betrachte Federpendel:
Dann ist *A* die Maximalauslenkung von der „Ruhelage" des Pendels, d.h. die Position der Umkehrpunkte.
$A\omega_0$ die Maximalgeschwindigkeit (bei Nullpunktsdurchgang).
Für die jeweils beteiligten Energien gilt:

$$\frac{k}{2}A^2 = \frac{m}{2}(A\omega_0)^2$$

in Übereinstimmung mit

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

pot. Energie = kin. Energie

Beachte aber: zu jeweils unterschiedlichen Zeiten!

Gedämpfte Schwingungen

Immer noch $$m\frac{d^2s}{dt^2}+\gamma\frac{ds}{dt}+m\omega_0^2 s=0$$

Jetzt aber mit Reibung ($\gamma \neq 0$):

Lösung im Allg.: $$s(t)=A_0\,e^{-\frac{\gamma}{2m}t}\sin(\omega t+\varphi)=A(t)\sin(\omega t+\varphi)$$

Auch die Amplitude ist jetzt eine Funktion der Zeit

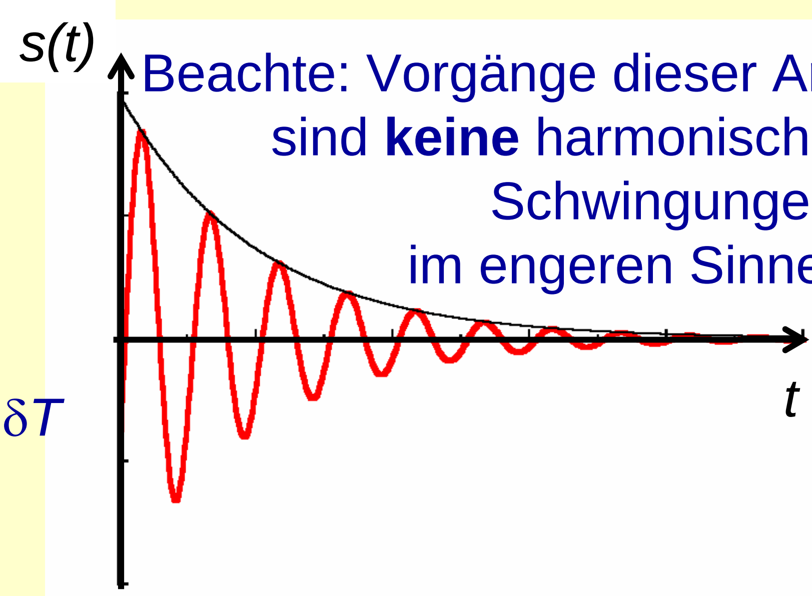
$$A(t)=A_0\,e^{-\frac{\gamma}{2m}t}=A_0\,e^{-\delta t}$$

Abklingzeit $1/\delta$

Logarithmisches Dekrement δT

Die Frequenz verschiebt sich:

$$\omega=\sqrt{k/m-\gamma^2/4m^2}$$
$$=\sqrt{\omega_0^2-\delta^2}\neq\omega_0$$



Beachte: Vorgänge dieser Art sind **keine** harmonische Schwingungen im engeren Sinne!

Weitere Stichpunkte: Kriechfall, aperiodischer Grenzfall $\delta^2 \geq \omega_0^2$

Erzwungene Schwingung

$$m\frac{d^2s}{dt^2}+\gamma\frac{ds}{dt}+m\omega_0^2 s=0$$

freie Schwingung,
homog. Differentialgleichung

Reibung — Rückstellkraft

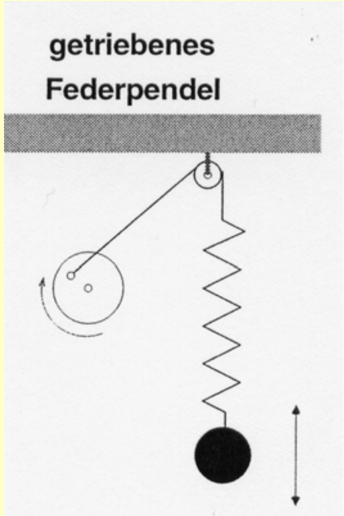
$$m\frac{d^2s}{dt^2}+\gamma\frac{ds}{dt}+m\omega_0^2 s=F(t)$$

im Allg. inhomog. Dgl. mit (äußerer) Kraft

$$m\frac{d^2s}{dt^2}+\gamma\frac{ds}{dt}+m\omega_0^2 s=F_0\sin(\omega t)$$

Einfachster Fall:
periodisch treibende Kraft
ω i.a. verschieden von ω_0

Beispiel:



„Spezielle Lösung"
der inhomog. Dgl.

$$s(t)=A(\omega)\sin(\omega t-\varphi)$$

Resonanz

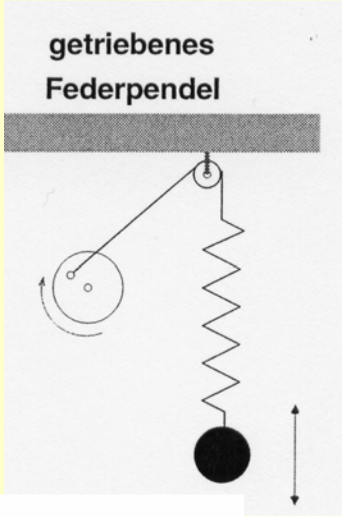
$$m\frac{d^2s}{dt^2}+\gamma\frac{ds}{dt}+m\omega_0^2 s = F_0\sin(\omega t)$$

Reibung

Rückstell-
kraft

periodisch
treibende Kraft

erzwungene
Schwingung

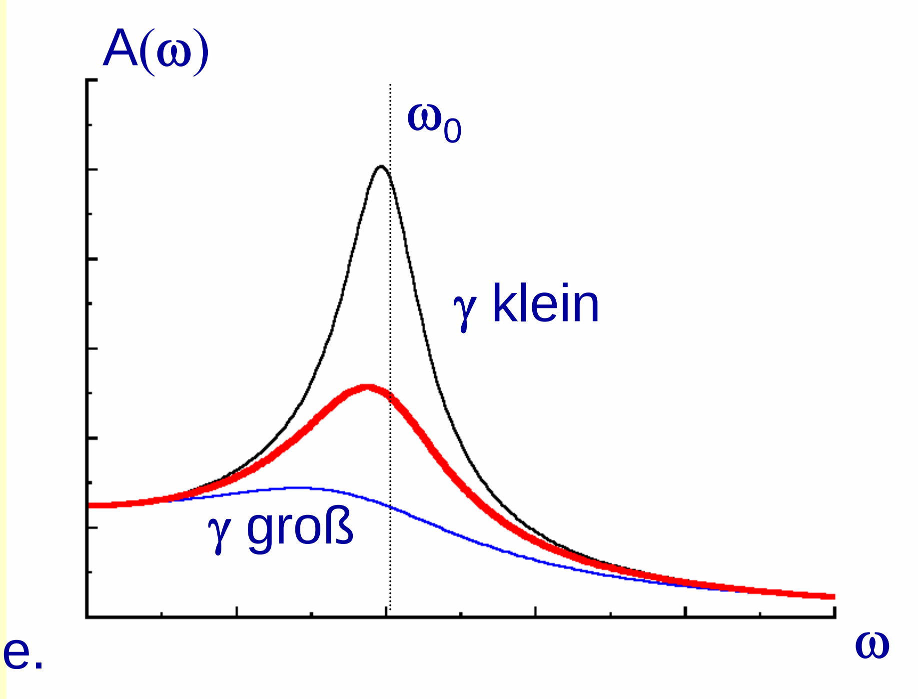


$$s(t)=A(\omega)\sin(\omega t-\varphi)$$

$$A(\omega)=\frac{F_0}{\sqrt{\left(\omega^2-\omega_0^2\right)^2+\left(2\delta\omega\right)^2}}$$

ω ist Frequenz der treibenden Kraft, daher erzwungene Schwingung.

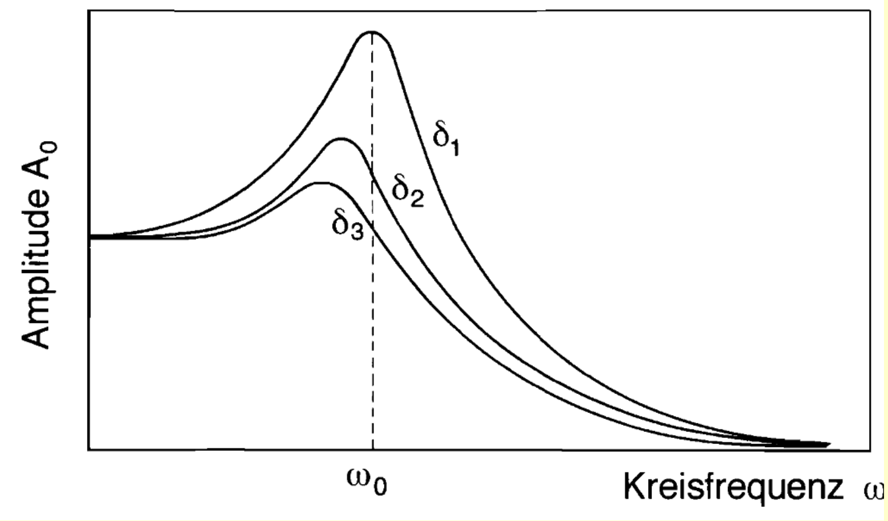
Resonanz („Mit-Tönen“) heißt, dass bei der Anregung die „Eigenfrequenz“ getroffen wurde.



Amplitude und Phase

Lösung für erzwungene Schwingung

$$s(t) = A(\omega)\sin(\omega t - \varphi)$$

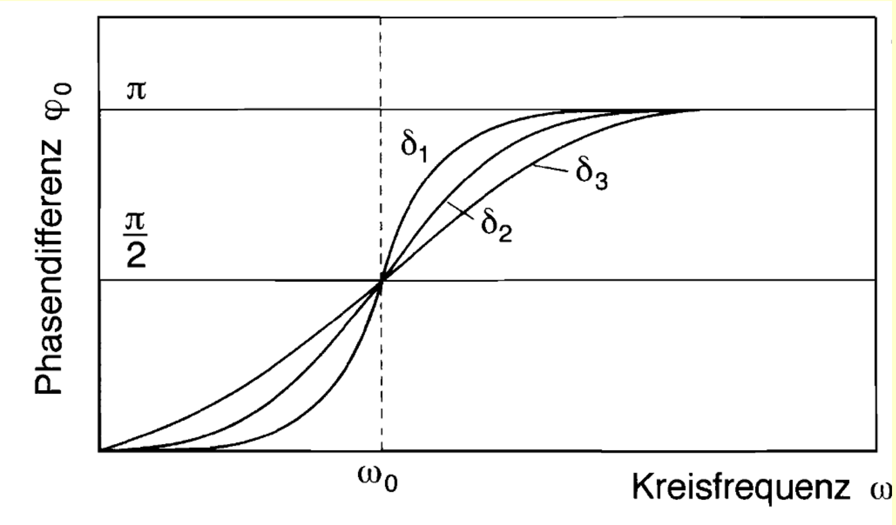


Amplitude

$$A(\omega) = \frac{F_0}{\sqrt{\left(\omega^2 - \omega_0^2\right)^2 + (2\delta\omega)^2}}$$

mit Resonanzfrequenz
(d.h. Maximum der Amplitude bei)

$$\omega_r = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$$



Phase $$\varphi(\omega) = \arctan\frac{2\delta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$$

Einschwing- und Abklingvorgänge

Lösungen der homog. Dgl.

$$m\frac{d^2s}{dt^2}+\gamma\frac{ds}{dt}+m\omega_0^2 s=0$$

sind automatisch auch Lösungen jeder inhomog. Dgl.

$$m\frac{d^2s}{dt^2}+\gamma\frac{ds}{dt}+m\omega_0^2 s=F(t)$$

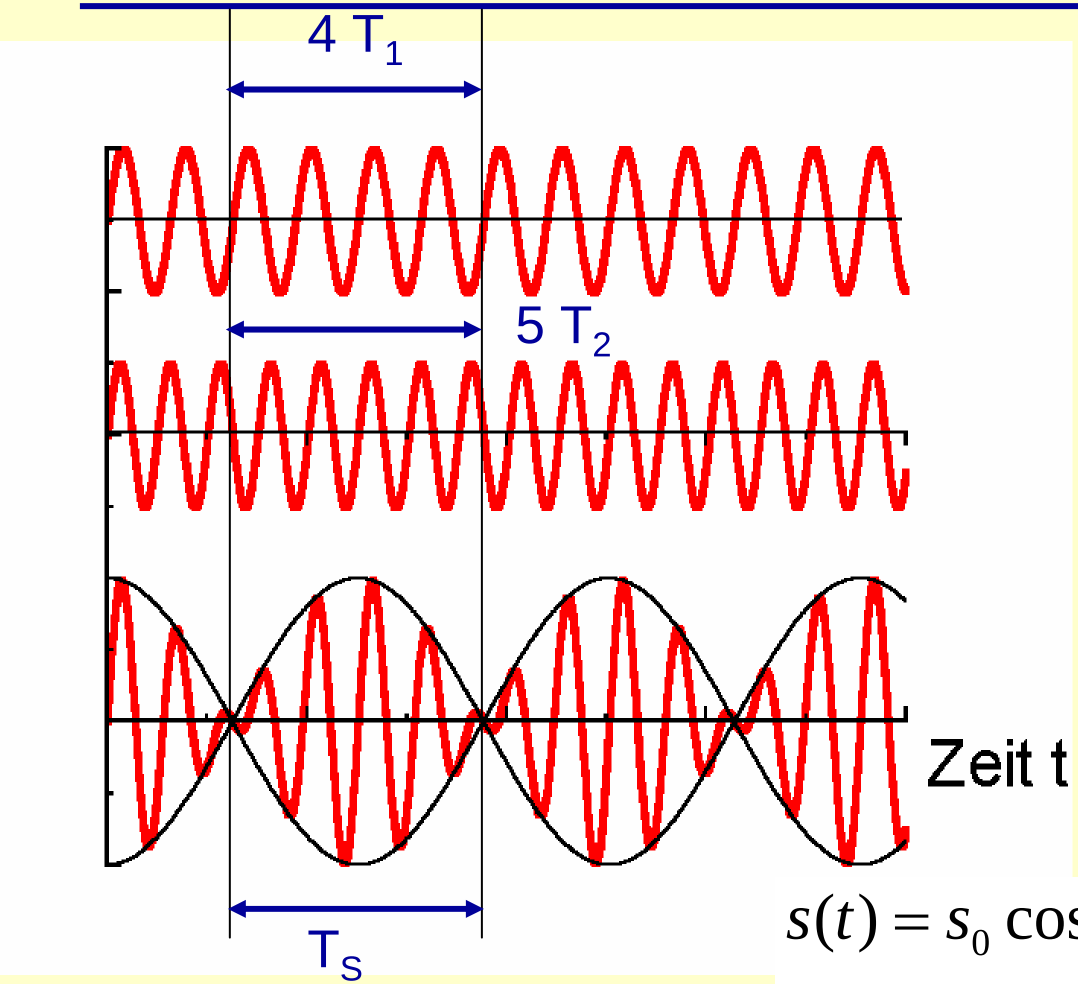
also auch der speziellen mit harmonischen antreibenden Kräften:

$$m\frac{d^2s}{dt^2}+\gamma\frac{ds}{dt}+m\omega_0^2 s=F_0\sin(\omega t)$$

Die Lösungen der homog. Dgl. klingen allerdings aufgrund des Dämpfungsterms mit der Zeit ab, während die speziellen Lösungen der inhomog. Dgl. eine konstante Amplitude beitragen.

Damit „gewinnt“ auf die Dauer die spezielle Lösung.
Im Zusammenhang mit dem An- bzw. Ausschalten von treibenden Kräften spricht man von „Einschwing- und Abklingvorgängen“.

Schwebung



Überlagerung zweier Schwingungen

Einfachster Fall:
- gleiche Amplitude
- verschiedene Frequenzen

$$s_1(t) = s_0 \cos(\omega_1 t)$$

$$s_2(t) = s_0 \cos(\omega_2 t)$$

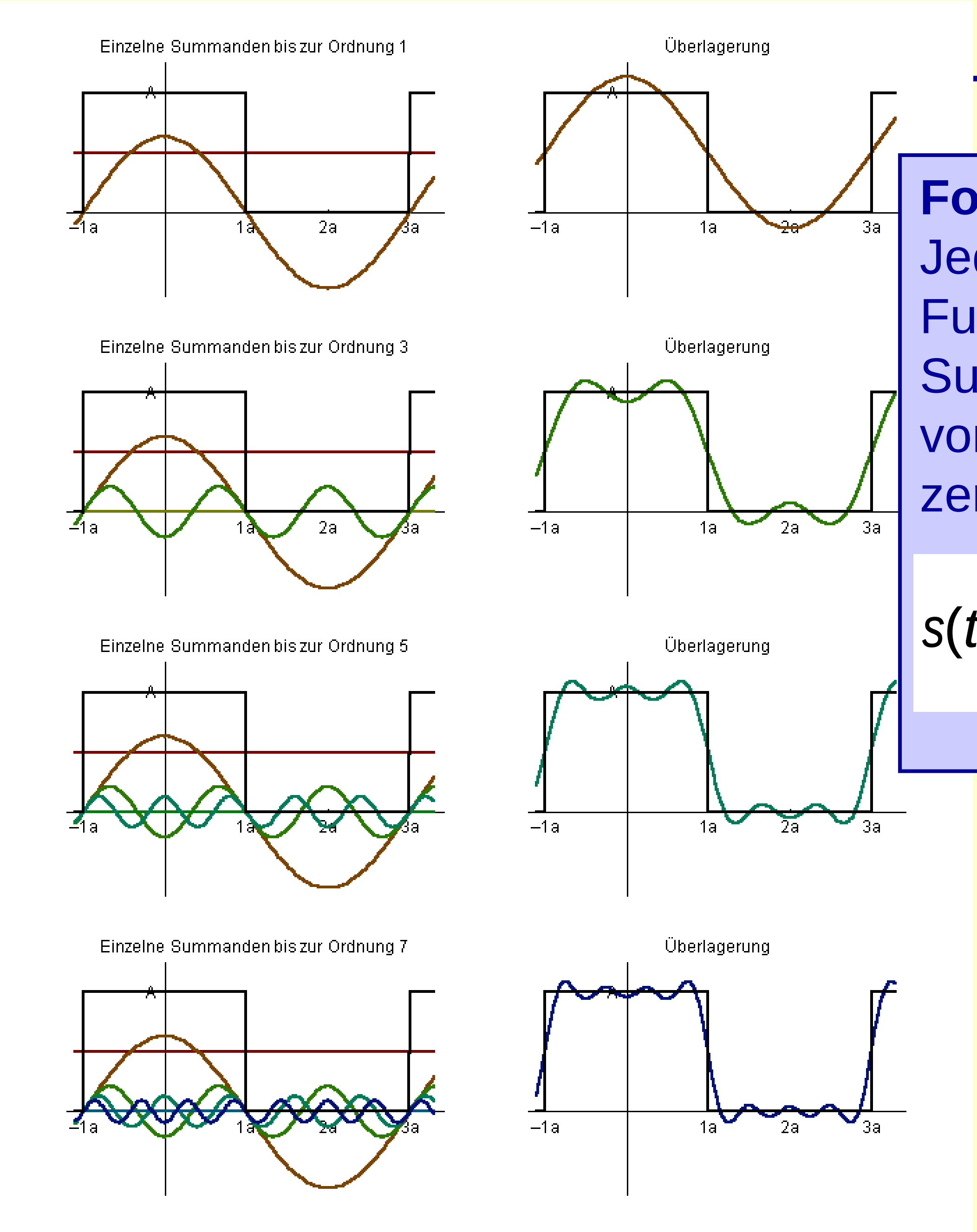
Oft (vor allem bei kleinen Amplituden) gilt das Superpositionsprinzip

$$s(t) = s_0 \cos(\omega_1 t) + s_0 \cos(\omega_2 t)$$

$$= 2 s_0 \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$$

„Differenz-frequenz“ „Summen-frequenz“

Fourier-Theorem

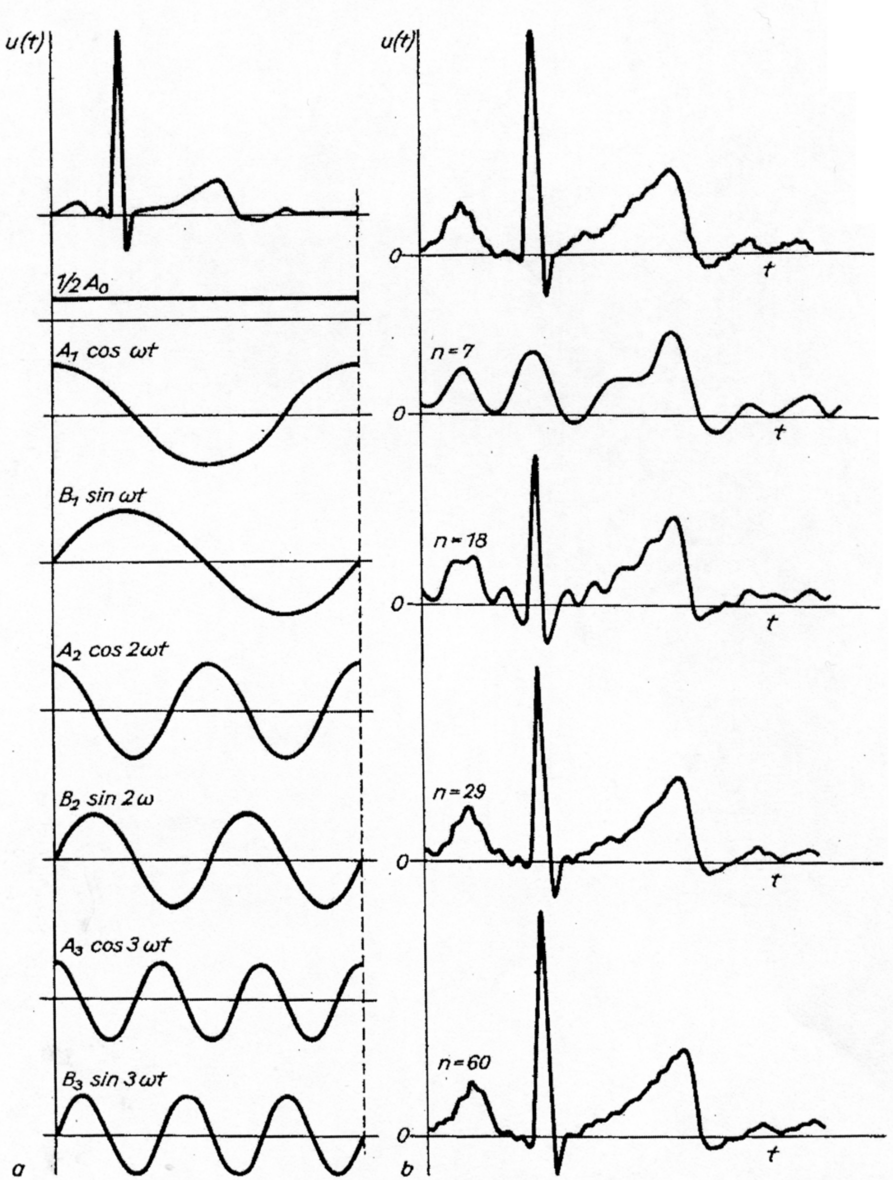


Fouriersches Theorem:
Jede beliebige periodische Funktion s(t) läßt sich in eine Summe von Sinus- und Cosinus-Funktionen zerlegen:

$$s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

1768-1830

Fourier-Zerlegung EKG



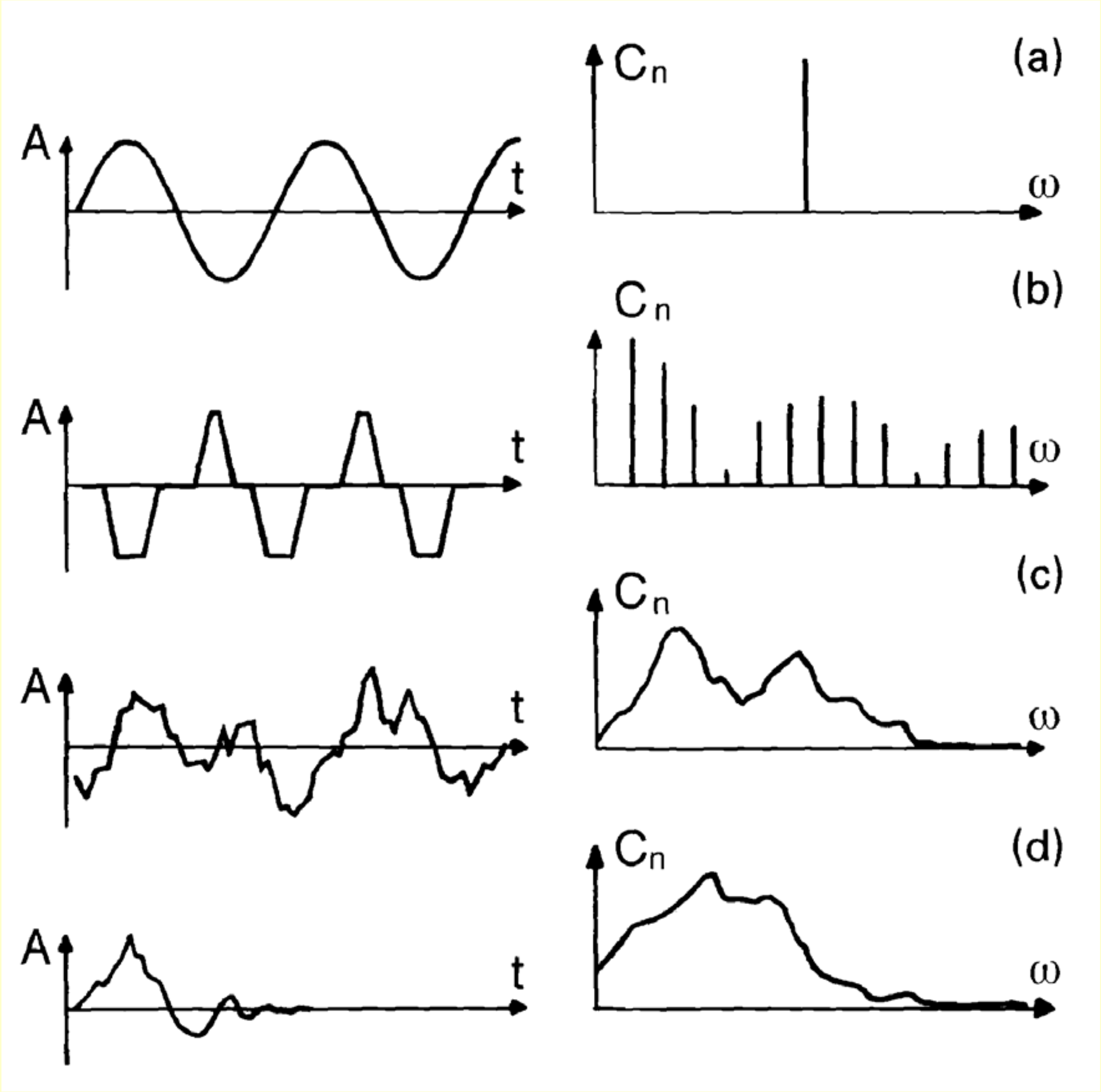
a Original-EKG und die ersten FOURIER-Komponenten; *b* Annäherung eines EKG durch die Summenkurven der ersten 7, 18, 29 und 60 FOURIER-Komponenten. Etwa 30 FOURIER-Komponenten genügen, um das EKG im wesentlichen darzustellen. Bei 100 Komponenten gehen die Abweichungen in der Strichstärke unter (nach KNEPPO)

Fouriersches Theorem:
Jede beliebige periodische Funktion s(t) läßt sich in eine Summe
von Sinus- und Cosinus-Funktionen zerlegen:

$$s(t) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos(n\omega t) + b_n \sin(n\omega t)$$

1768-1830

Ton, Klang, Geräusch, Knall



Signal in Zeitdomäne (Amplitudenfunktion)

Signal in Frequenzdomäne (Spektrum)

Ton:
harmonische Schwingung
Linienspektrum

Klang:
anharmonische Schwingung
Grundton+Harmonische
Linienspektrum

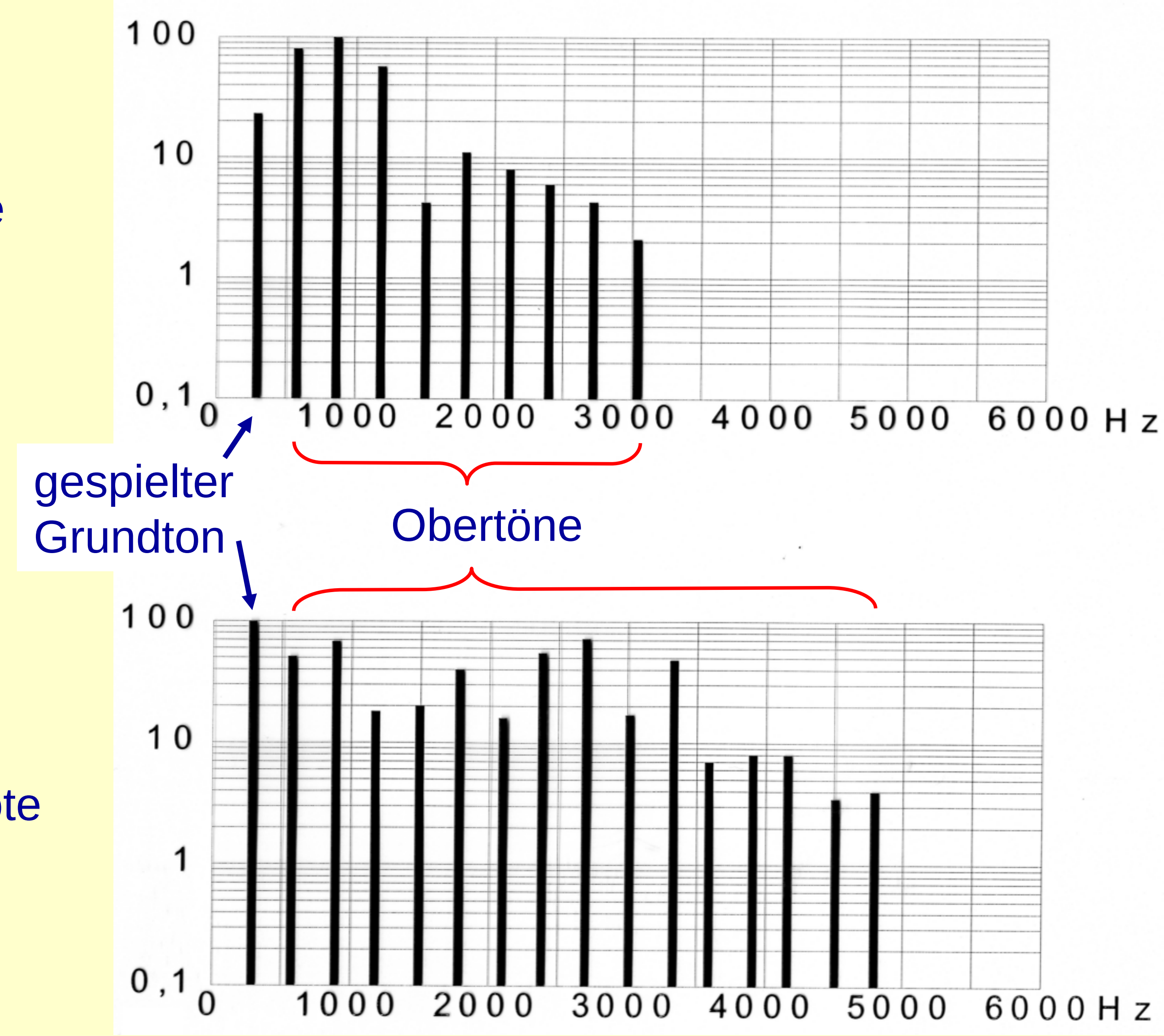
Geräusch:
Überlagerung von vielen Wellen aus großem Frequenz-bereich
kontinuierliches Spektrum

Knall:
zeitlich gedämpftes Geräusch
kontinuierliches Spektrum

Schallwahrnehmung

Geige

Metall. Flöte



Kurzer Ausflug in die Musik

Frequenzverhältnis von Oktave $$\frac{f_2}{f_1} = \frac{2}{1} = 2{,}000000$$

(reine) Quinte $$f_2 / f_1 = 3/2 = 1{,}500000$$

(reine) Quarte $$f_2 / f_1 = 4/3 = 1{,}333333$$

Die Oktave besteht aus
aus 5 Ganz- und 2 Halbtonschritten, also aus 12 Halbtonschritten
Bei Gleichbehandlung („temperierter Stimmung“) ergibt sich für jeden Halbtonschritt ein Intervall von

$$f_2 / f_1 = \sqrt[12]{2} = 2^{1/12} \approx 1{,}059463$$

also für die Oktave $$f_2 / f_1 = 2^{12/12} = 2^1 = 2{,}000000$$

(reine) Quinte $$f_2 / f_1 = 2^{7/12} \approx 1{,}498307$$

(reine) Quarte $$f_2 / f_1 = 2^{5/12} \approx 1{,}334840$$

6.2 Wellen

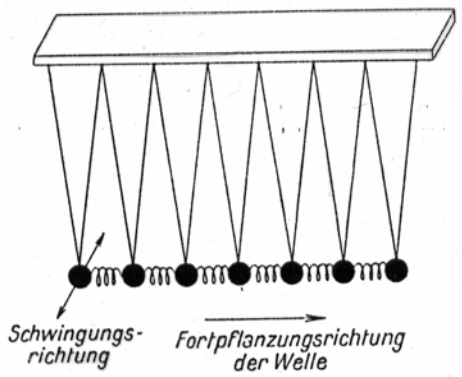
6.2.1 Ausbreitung: Zusammenhang von Ausbreitungsgeschwindigkeit, Frequenz und Wellenlänge; Abhängigkeit dieser Größen vom Medium; Definition der Wellenzahl; Ausbreitungsgeschwindigkeit elektromagnetischer Wellen im Vakuum (s.a. 5.1.2)

6.2.2 Darstellung: Raum- und Zeitdarstellung von sinusförmigen Wellen

6.2.3 Schwingungsformen: Transversale und longitudinale Wellen (schematisch); Beispiele (elektromagnetische Wellen, Schallwellen); Lichtpolarisation (s.a. 5.4.1)

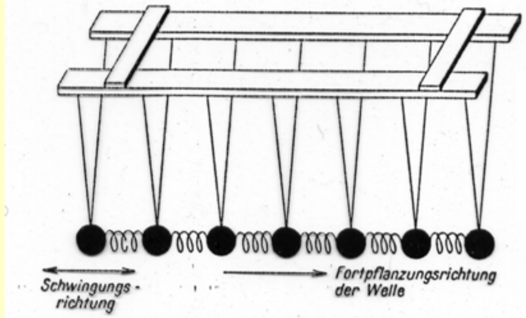
6.2.4 Interferenz: Huygens'sches Prinzip; Überlagerung zweier Wellenzüge, Voraussetzung für vollständige Auslöschung; Grundzüge der Interferenz am optischen Strichgitter (s.a. 5.3.5)

Wellentypen



Gekoppelte Pendel zur Erzeugung einer transversalen Welle

Transversal-
welle



Gekoppelte Pendel zur Erzeugung einer longitudinalen Welle

Longitudinal-
welle

Periodendauer

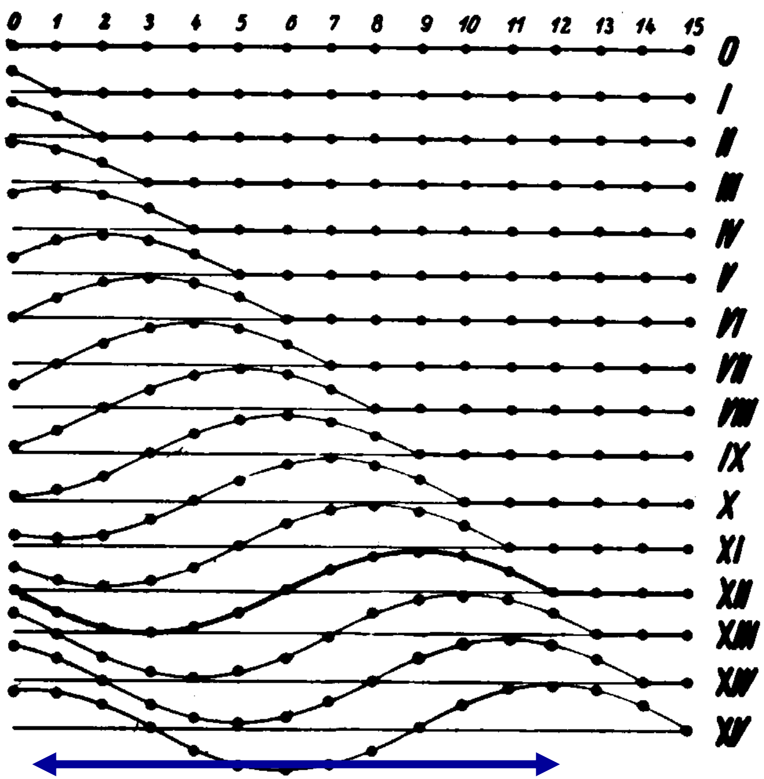


Abb. 420. Bildung einer fortschreitenden T

Wellenlänge

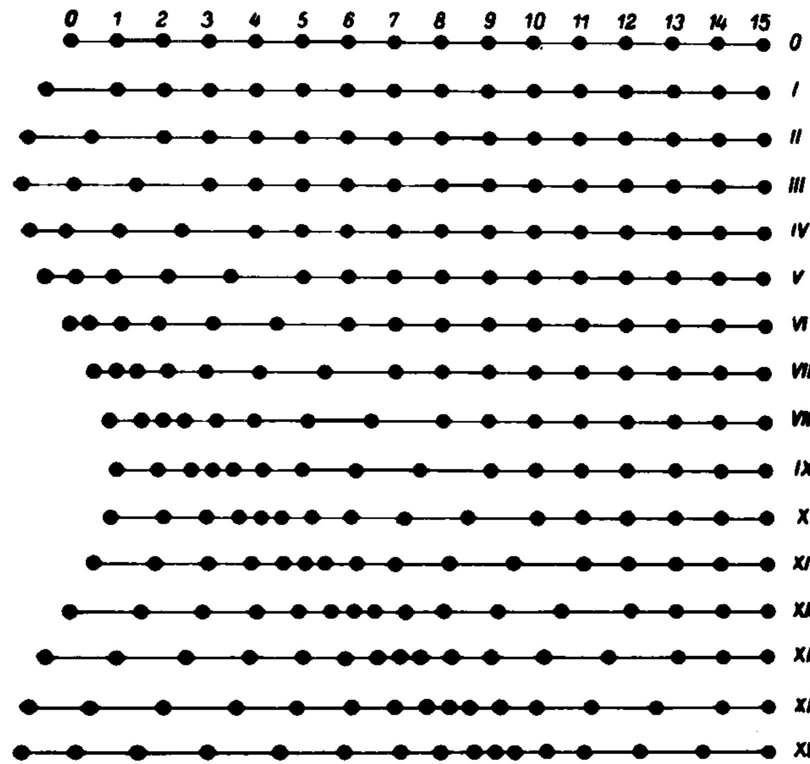


Abb. 423. Bildung einer fortschreitenden Longitudinalwelle

Wellengeschwindigkeit

$$u(x,t) = u_0 \sin(kx - \omega t)$$ math. Form einer Welle

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$$ Periodendauer

$$\lambda = \frac{2\pi}{k}$$ Wellenlänge

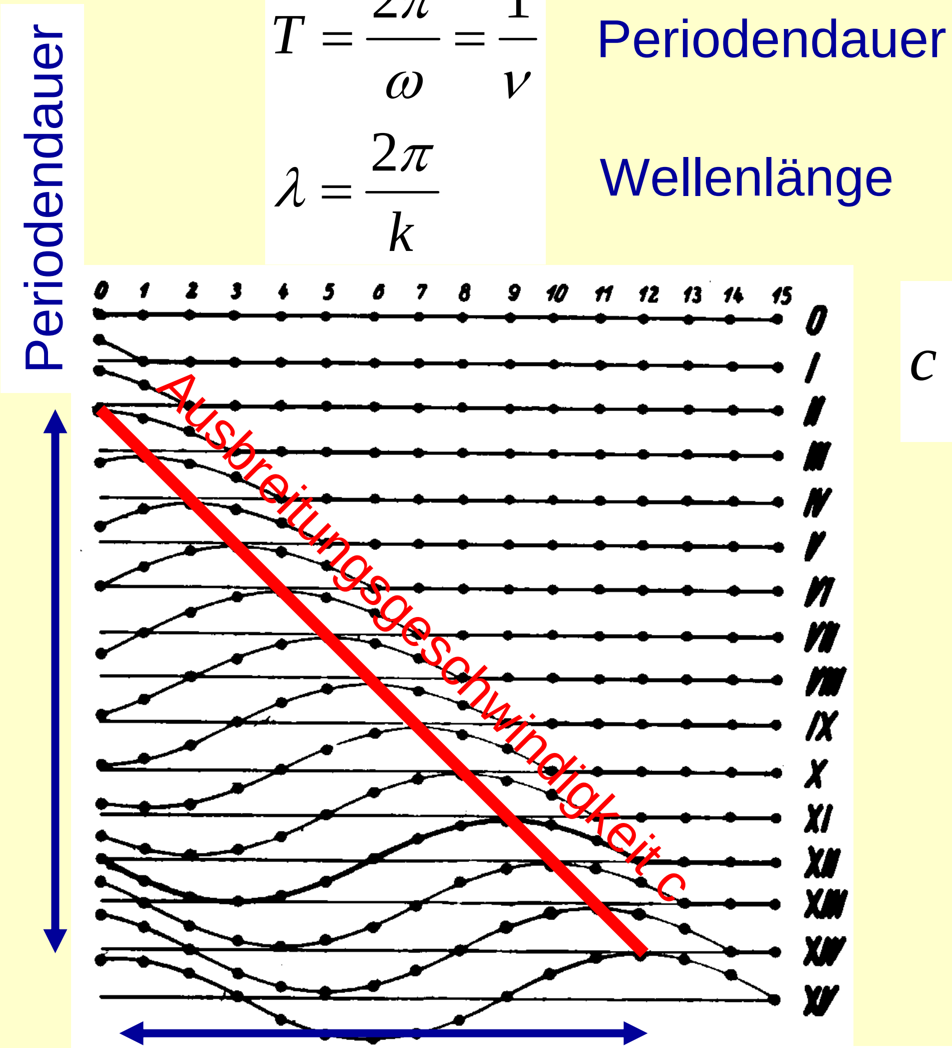


Abb. 420. Bildung einer fortschreitenden T

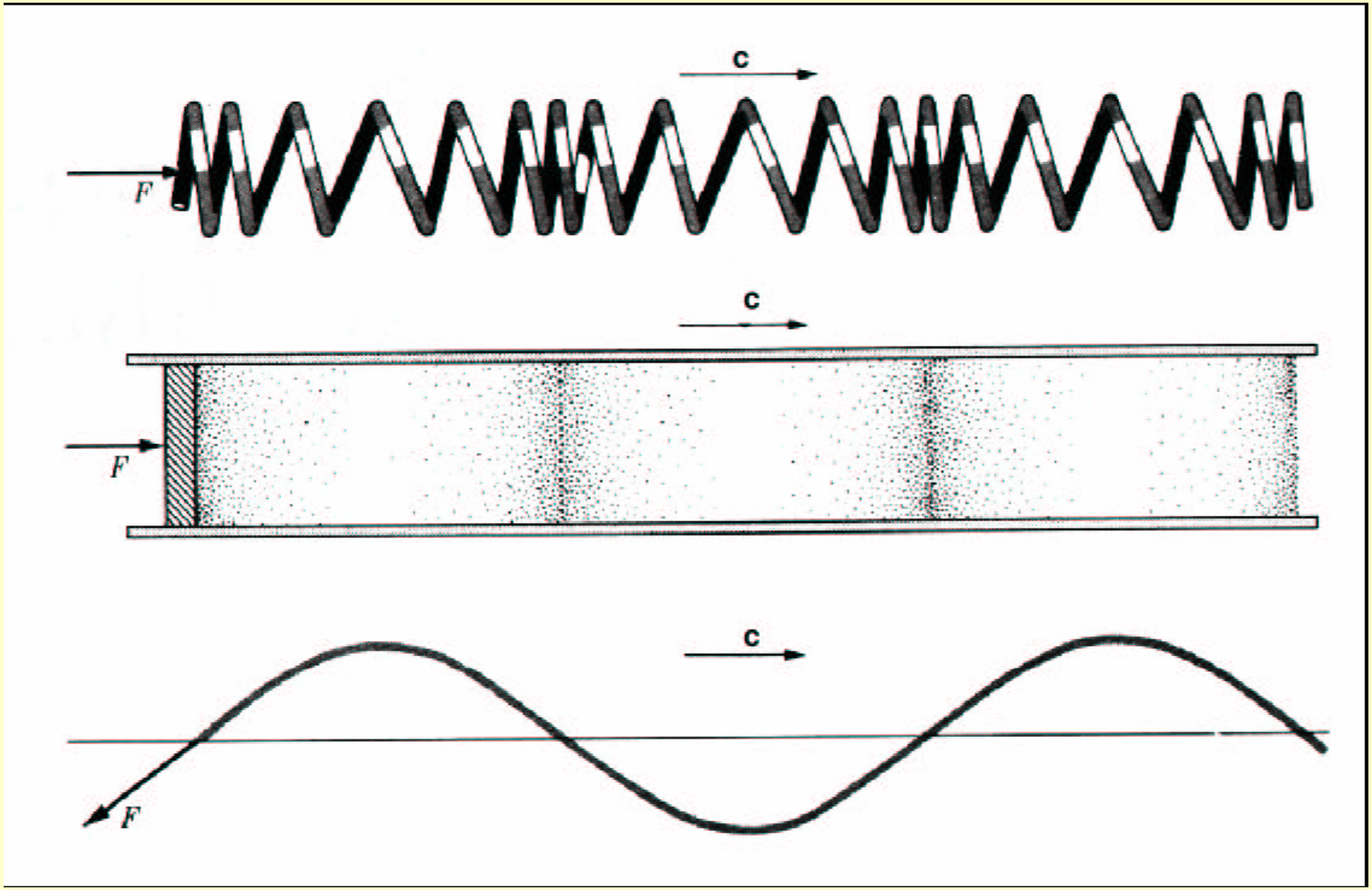
$$c = \nu\,\lambda = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$$ Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle

Allgemein:

$$c_{Phase} = \frac{\omega}{k}$$

$$c_{Gruppe} = \frac{d\omega}{dk}$$ Dispersion

Wellen-Beispiele



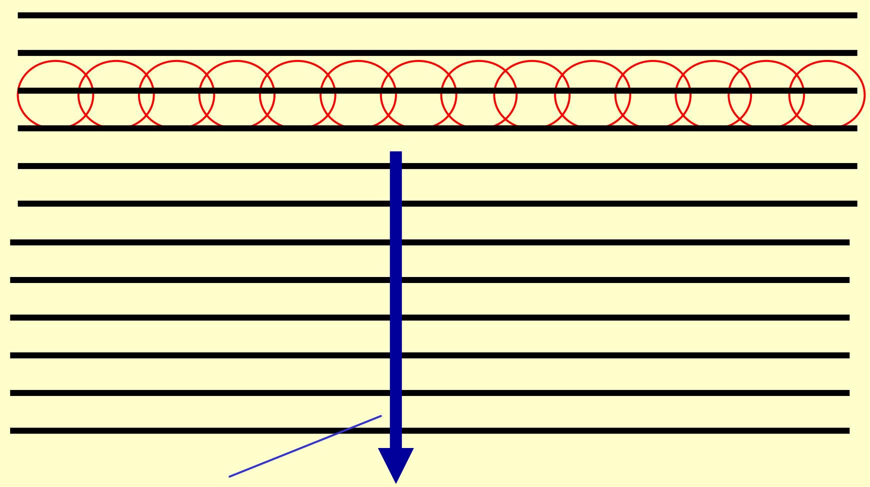
Feder

Gas im Rohr

Seil

Wellenfronten, Huygens, Reflexion, Brechung

Beispiel: Ebene Welle

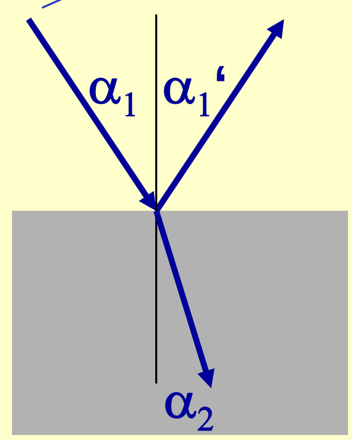


Huygens-Fresnelsches Prinzip:
Der Schwingungszustand eines Punktes im Wellenfeld ist gegeben durch die Überlagerung sämtlicher Elementarwellen in diesem Punkt

Ausbreitungsrichtung
(senkrecht auf Wellenfronten)

Reflexion: $$\alpha_1 = \alpha_1'$$

Brechung: $$\frac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} = \frac{c_1}{c_2}$$



Medium 1
mit c_1

Medium 2
mit $c_2 < c_1$

Erklärung (Brechung):
Frequenz konstant
aber c kleiner
daher λ kleiner
daher Winkel
zw. den Wellenfronten
vor- und nachher

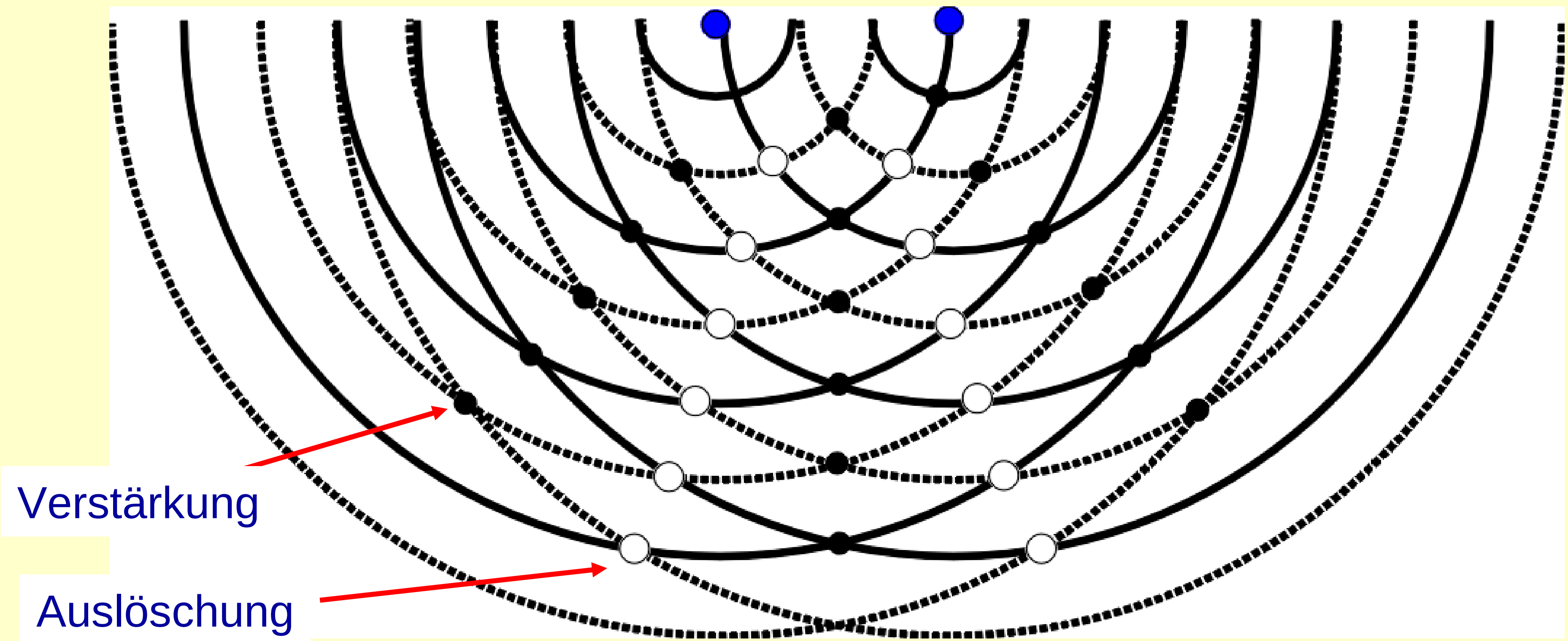
Interferenz

Räumliche Überlagerung von Wellen (wie z.B. auch bei Refexion in der Wellenwanne (letzte Folie)

Beispiel: Interferenz von zwei Kugelwellen:

Wellenberge volle Linien
Wellentäler gepunktete Linien

Phasenversatz von 180°

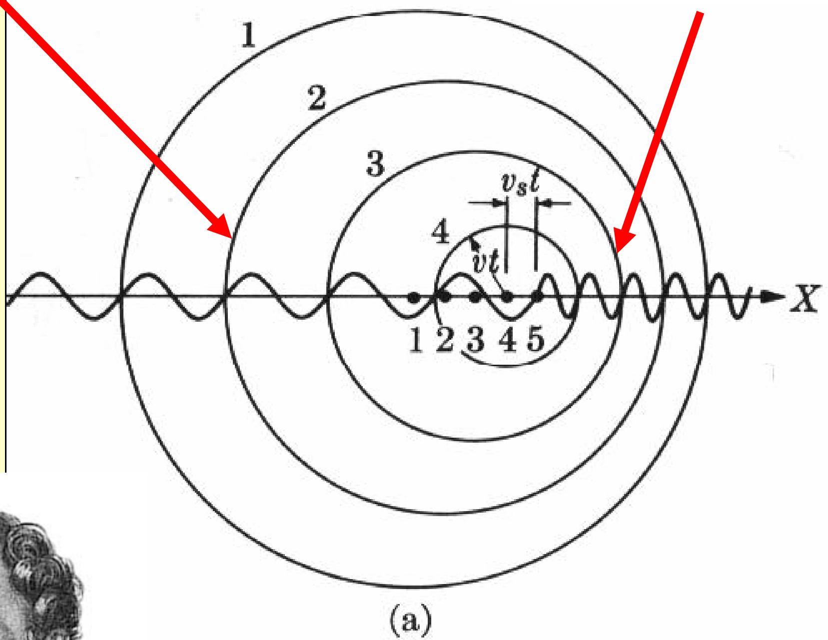


Doppler-Effekt, Prinzip

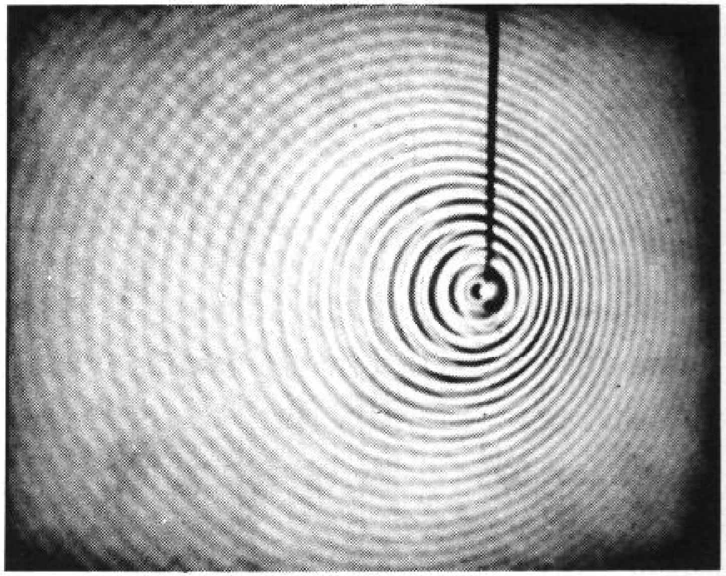
Betrachte eine im schwingungsfähigen Medium bewegte Quelle:

Hinter der Quelle:
größere Wellenlänge
d.h. kleinere Frequenz

Vor der Quelle:
kleinere Wellenlänge
d.h. größere Frequenz



(a)



Demonstration mit Wasserwellen

Christian Doppler
1803-1853

Weitere Stichworte: Überschallgeschwindigkeit
Machscher Kegel

Doppler-Effekt: Bewegte Quelle bzw. Empfänger

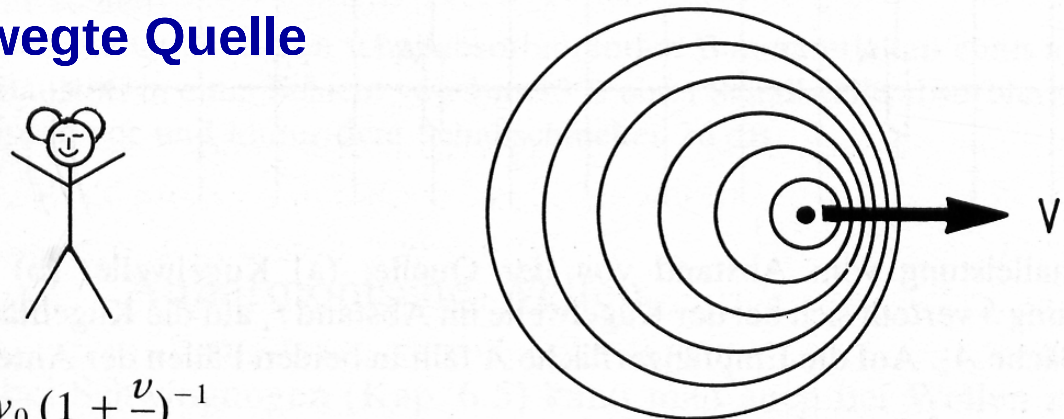
Bewegter Empfänger

$\nu'' = \nu_0\,(1 + \frac{v}{c})$

Im Medium ruhende Quelle
Bewegte Beobachter

$\nu' = \nu_0\,(1 - \frac{v}{c})$

Bewegte Quelle



$\nu' = \nu_0\,(1 + \frac{v}{c})^{-1}$

$\approx \nu_0 \left(1 - \frac{v}{c}\right)$

Im Medium bewegte Quelle
Ruhende Beobachter

$\nu'' = \nu_0\,(1 - \frac{v}{c})^{-1}$

$\approx \nu_0 \left(1 + \frac{v}{c}\right)$

Näherungen

Weitere Stichpunkte

Fermatsches Prinzip:
Licht nimmt den schnellsten Weg (nicht den kürzesten!)
(Analogie mit Rettungsschwimmer)
$\Rightarrow$ Erklärung der Brechung
(wenn Geschwindigkeit zusätzlich frequenzabhängig folgt Dispersion)

Stehende Wellen:
- insb. bei Reflexion an senkrechter Begrenzung
- Interferenz zwischen einlaufender und reflektierter Welle
- Knoten an geschlossenem Ende, Bauch an offenem Ende

Polarisation:
- Nur bei Transversalwellen!
- Lineare Polarisation, zirkulare (elliptische) Polarisation

Schallwellen: in Gasen Longitudinalwellen (Kompression und Verdünnung)

$$c = \sqrt{\kappa \frac{RT}{M_{mol}}}$$

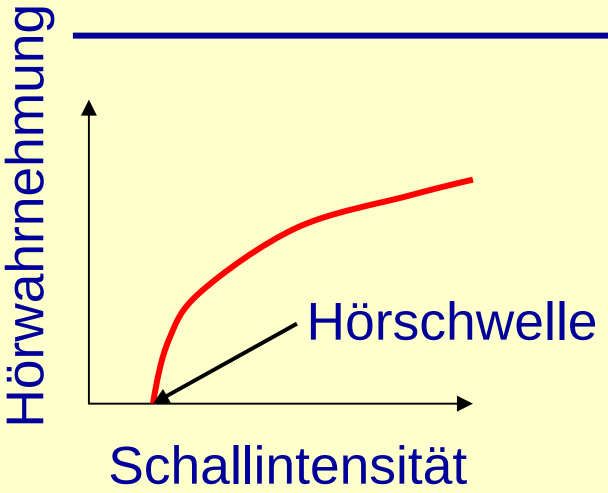
κ: Adiabatenkoeffizient = 7/5 für O_2 und N_2
R: Gaskonstante = 8.31 J/(mol K)
T: Gastemperatur (typ. 300 K)
M_{mol}: molare Masse = 29 g/mol für Luft

c = 347 m/s für Luft

Festkörper (20°C)	c in m/s	Flüssigkeiten (20°C)	c in m/s	Gase (0°C)	c in m/s
Aluminium	6260	Wasser	1483	Helium	965
Eisen	5860	Aceton	1192	CO_2	259
Gummi	1040	Glycerin	1923	Luft	331

Akustische Wellen zeigen keine Dispersion.

Audiogramm



Weber-Fechnersches Gesetz:
Die Empfindungsstärke ist proportional dem Logarithmus der Reizstärke

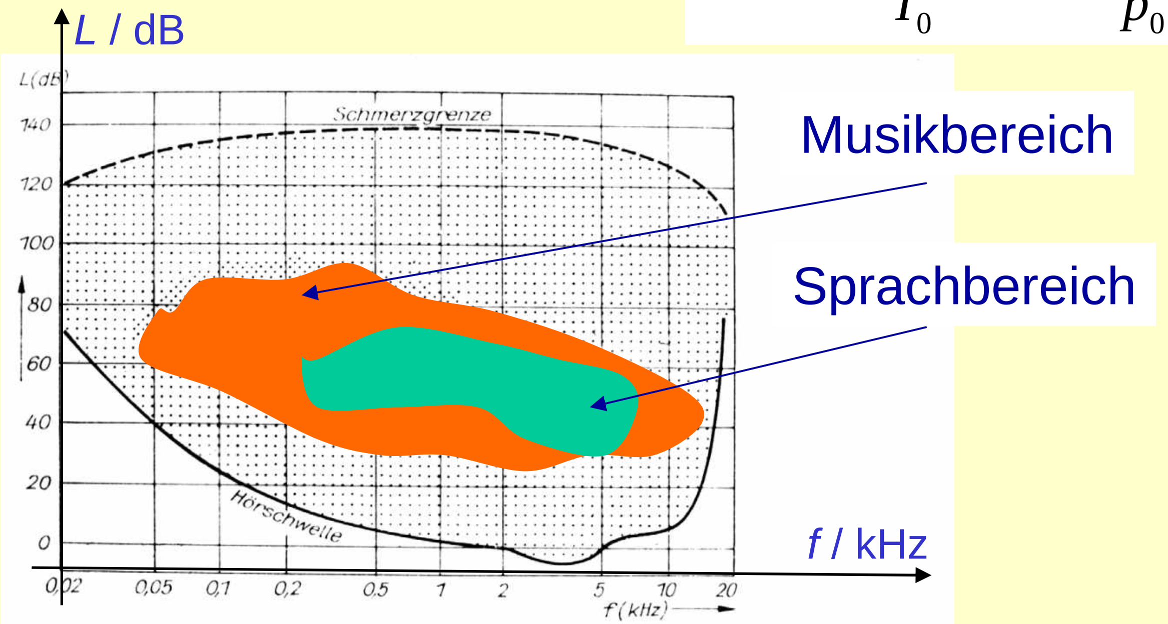
Der **Schallpegel** *L* steigt logarithmisch mit der Schallintensität *I* (bzw. dem Schalldruck *p*)

$$L = 10\,\lg \frac{I}{I_0} = 20\,\lg \frac{p}{p_0}$$

Einheit dB (Dezibel)

$I_0 = 10^{-12}$ W/m²

$p_0 = 20$ µPa



Hörfläche des Menschen. Das innere, dicht punktierte Gebiet ist der Bereich der Sprache, das größere, weniger dicht punktierte Gebiet, der Bereich der Musik (nach ZWICKER und FELDKELLER)

Lautstärkepegel L_N s ist gleich Schallpegel eines 1-kHz-Tones, der als ebenso laut empfunden wird.
Einheit: phon oder dB(A)

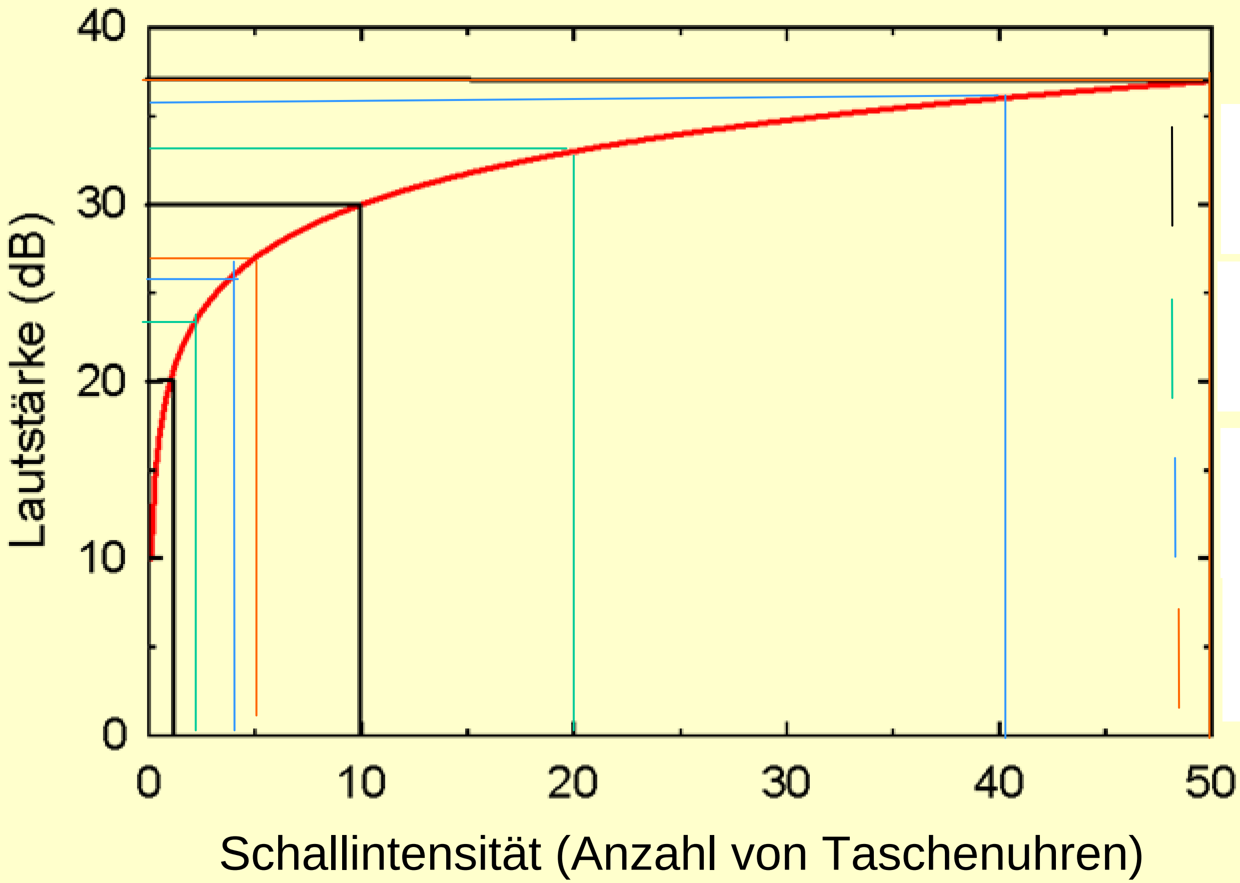
Hörbereich: 16 Hz – 20.000 Hz

Weber-Fechner

Weber-Fechnersches Gesetz:
Die Empfindungsstärke ist proportional dem Logarithmus der Reizstärke

$$L = 10\,\lg\frac{I}{I_0} = 20\,\lg\frac{p}{p_0}$$

Intensität $I \propto p^2$ Amplitude



$$\frac{I}{I_0} = 10 \quad \rightarrow \quad \Delta L = 10$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{2}{1} = \frac{20}{10} \quad \rightarrow \quad \Delta L \approx 3$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{4}{1} = \frac{40}{10} \quad \rightarrow \quad \Delta L \approx 6$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{5}{1} = \frac{50}{10} \quad \rightarrow \quad \Delta L \approx 7$$

$$\frac{I}{I_0} = \frac{100}{1} \quad \rightarrow \quad \Delta L = 20$$

Ultraschall-Anwendung

f=20 kHz – 1 GHz

Folgende Welleneigenschaften werden ausgenutzt:

- stoffspezifisches Absorptionsvermögen

  → Intensitätsänderung

- stoffspezifische Ausbreitungsgeschwindigkeit

  → stoffspezifische Laufzeit der Impulse

- Änderung des Wellenwiderstands

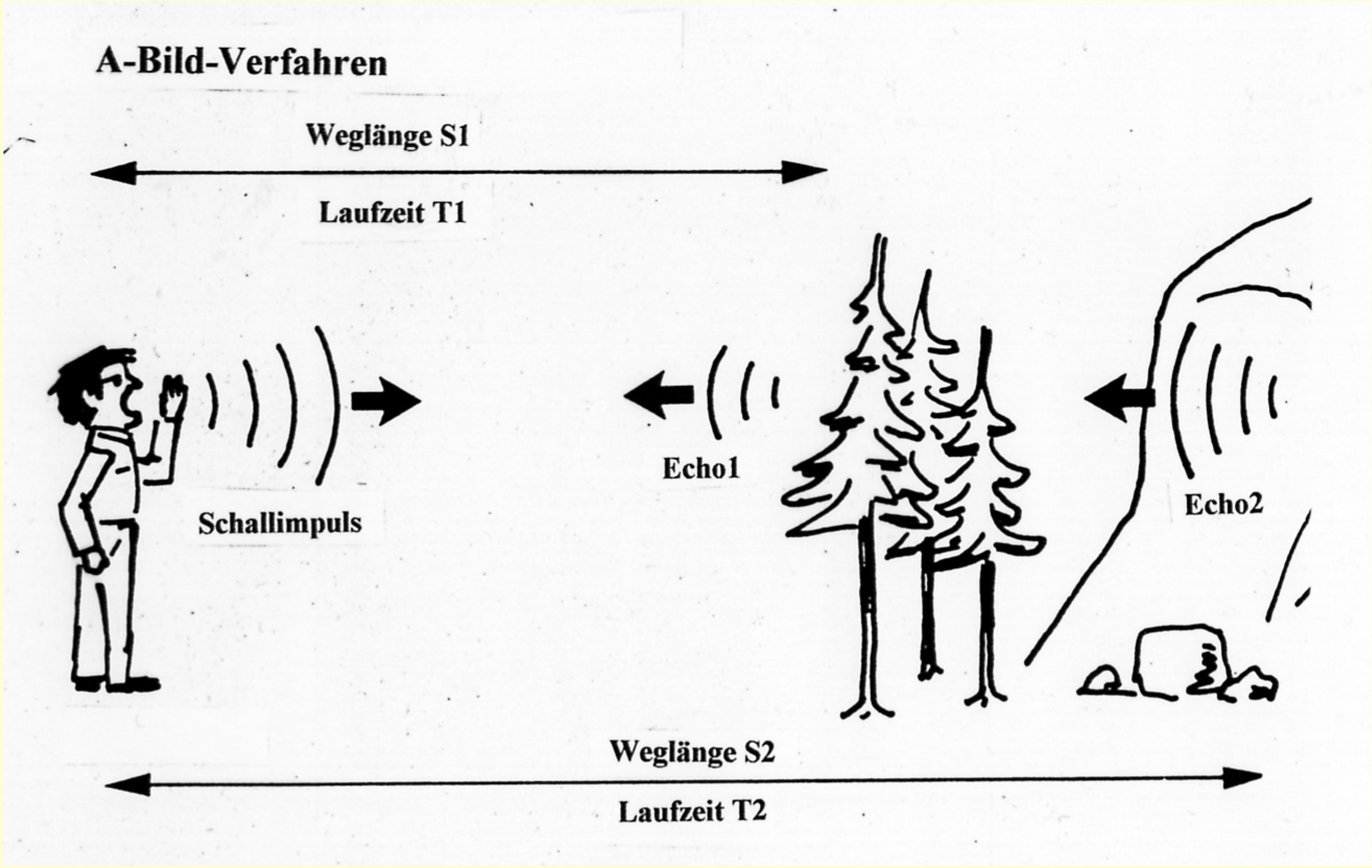
  → Reflexion

  → Laufzeit des reflektierten Signals entspricht der Tiefe der Grenzschicht

- Dopplereffekt

  → Bestimmung von Strömungsgeschwindigkeiten

Echolot


A-Bild-Verfahren
Weglänge S1
Laufzeit T1
Echo1
Echo2
Schallimpuls
Weglänge S2
Laufzeit T2